

A. V. Mikheev

INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS ON LOCAL STABILITY OF CYLINDRICAL SHELLS WITH ELASTIC FILLING

The question of local stability of cylindrical shells of medium length with elastic filling for three methods of fixing the edges: rigid fixing at both ends, rocker bearing - rigid fixing, rocker bearing at both ends is considered. The dependence of critical load parameter on the stiffness parameter for three types of boundary conditions in the case of a cylindrical shell with a cross section in the shape of an ellipse is analysed.

Cylindrical shells, stability, boundary conditions

УДК 621.387.3

Е. А. Смирнов

Динамические свойства тлеющего разряда в протяженных трубках

Исследован импеданс тлеющего разряда в узких протяженных трубках, характерного для газоразрядных лазеров. Получено выражение для импеданса разряда с учетом падающего характера вольт-амперных характеристик, динамических свойств положительного столба и прикатодной области. Достигнуто удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных результатов.

Динамическое сопротивление, тлеющий разряд, положительный столб, прикатодная область разряда, вольт-амперная характеристика, годограф импеданса

Тлеющий разряд в протяженных трубках широко используется в газоразрядных лазерах. Применение газоразрядных лазеров в промышленности и научных исследованиях – динамичное и перспективное направление, которое вносит весомый вклад в повышение эффективности научных исследований, открытие новых производств и техпроцессов, играет важную роль в повышении производительности труда и качества товаров.

При работе газоразрядного лазера его разрядный промежуток является нелинейным элементом токовой цепи. Падающая вольт-амперная характеристика (ВАХ), свойственная лазерам тлеющего разряда (ЛТР), не несет полной информации о возможном поведении разрядного промежутка в цепи внешних возмущений и собственных флуктуаций разрядного тока. В этом случае открытым остается и вопрос об устойчивости электрической цепи, содержащей разрядный промежуток ЛТР, например токовой цепи системы пассивной или активной стабилизации мощности излучения лазера [1]. Более полная информация о свойствах разряда ЛТР может быть получена при изучении его поведения в динамике. Здесь путем внешних периодических или аperiodических возмущений равновесного состояния разряда может быть изу-

чена картина явлений процессов, протекающих в разрядном промежутке, ответственных за его свойства в нестационарном режиме работы. Удобной характеристикой для таких исследований является полное сопротивление переменному току – динамическое сопротивление или импеданс разряда [2], [3].

При суммарных давлениях порядка 0.1...1 кПа и плотности тока на уровне 10^{-3} А · мм⁻² процессы в положительном столбе ЛТР удовлетворительно описываются системой уравнений, состоящей из уравнения баланса заряженных частиц и уравнения непрерывности тока, на основе которой можно получить уравнение динамической вольт-амперной характеристики. Распределение электронов по энергиям предполагалось максвелловским, и скорость прямой ионизации описывалась экспоненциальной функцией [4]. Разрядные условия, реализуемые в ЛТР, соответствуют участку резкого падения ВАХ газового промежутка, когда имеет место переходная стадия от свободной диффузии электронов к амбиполярной. Это учитывалось по предложенной в [5] методике с помощью параметра k , зависящего от отношения скоростей электронов и ионов. При учете конечной скорости установления параметра k было получено

дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее динамическую вольт-амперную характеристику. При получении данного выражения возмущения тока I , напряжения U и параметра k полагались малыми:

$$\frac{1}{I_0} \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{I_1} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{I_2} = \frac{1}{U_0} \frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{1}{U_1} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{U_2}. \quad (1)$$

Решение (1) искалось в виде

$$Z_d = \frac{U_0}{I_0} e^{j\varphi} = \frac{I_0^{-1}(j\omega)^2 + I_1^{-1}j\omega + I_2^{-1}}{U_0^{-1}(j\omega)^2 + U_1^{-1}j\omega + U_2^{-1}}. \quad (2)$$

После преобразования (2) получено выражение для динамического сопротивления ЛТР как полного сопротивления переменному току:

$$Z_d = R + jX = \frac{(I_2 U_2)^{-1} + \omega^2 [(I_1 U_1)^{-1} - (I_2 U_0)^{-1} - (I_0 U_2)^{-1} + \omega^2 (I_0 U_0)^{-1}]}{U_2^{-2} - 2\omega^2 (U_0 U_2)^{-1} + \omega^2 U_1^{-2} + \omega^4 U_0^{-2}} + \frac{j\omega [(I_1 U_2)^{-1} + \omega^2 (I_0 U_2)^{-1} - (I_2 U_1)^{-1} + \omega^2 (I_1 U_0)^{-1}]}{U_2^{-2} - 2\omega^2 (U_0 U_2)^{-1} + \omega^2 U_1^{-2} + \omega^4 U_0^{-2}}, \quad (3)$$

где R и X – активная и реактивная составляющие импеданса положительного столба (ПС); ω – круговая частота; I_0 и U_0 – стационарные значения тока и падения напряжения на разряде, отношение которых определяет статическое сопротивление разрядного промежутка: $R_0 = U_0 / I_0$.

Остальные параметры в (3) определяются выражениями

$$I_1 = \frac{I_0}{Q_0}; \quad I_2 = \frac{U_0 - I_0 \rho}{Q_0 P_0 Z_0 \rho};$$

$$U_1 = \frac{U_0}{Z_0 P_0 - Q_0}; \quad U_2 = \frac{U_0 - I_0 \rho}{Q_0 P_0 Z_0},$$

где $\rho = dU/dt$ – дифференциальное сопротивление, определяемое крутизной статической ВАХ; Q_0 , P_0 , Z_0 – параметры, зависящие от условий разряда.

Из анализа (3) следует, что на малых частотах модуляции ($\omega \rightarrow 0$) активная составляющая динамического сопротивления разряда R определяется отрицательным дифференциальным сопротивлением ρ . При этом реактивная составляющая X оказывается близкой к нулю. По мере повышения частоты изменяется знак R . Реактивная составляющая имеет индуктивный характер ($\rho < 0$). При предельных частотах модуляции ($\omega \rightarrow \infty$) ре-

активная составляющая вновь стремится к нулю, а динамическое сопротивление приближается к активному статическому сопротивлению разряда R_0 .

Выражение (3) позволяет правильно оценивать характер реактивности разряда, знак активного сопротивления и может быть положено в основу методики расчета динамического сопротивления ПС. Недостатком методики расчета Z_d по (3) является необходимость проведения предварительного эксперимента для каждого конкретного лазера с целью определения падения напряжения и дифференциального сопротивления в рабочей точке ВАХ. Поэтому было решено провести полномасштабные экспериментальные исследования ВАХ в широких диапазонах изменения разрядных условий (геометрии разрядных промежут-

ков, состава газовых смесей и давления), получить аппроксимирующие выражения для ВАХ и на их основе уточнить расчет Z_d .

Экспериментальные ВАХ снимались при помощи вакуумной системы для откачки и наполнения, которая включала многоанодные макеты, макеты с различными диаметрами разрядных каналов, регулируемой протяженностью положительного столба. Регулировка разрядного тока макетов осуществлялась в диапазоне токов, характерных для таких ЛТР, как CO₂- и гелий-неоновые лазеры. На рис. 1 представлена вольт-амперная характеристика гелий-неонового лазера для смеси He:Ne (5:1) при $L = 1.3$ м, $d = 6.5$ мм и различных давлениях (p).

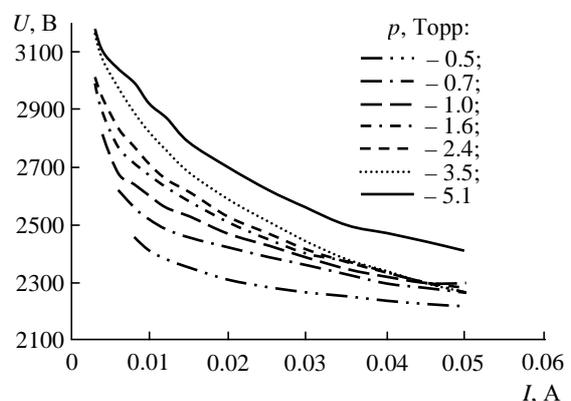


Рис. 1

На рис. 2 представлена вольт-амперная характеристика CO_2 -лазера для смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ (1:1:6) при $L = 0.4$ м, $d = 9$ мм и различных давлениях.

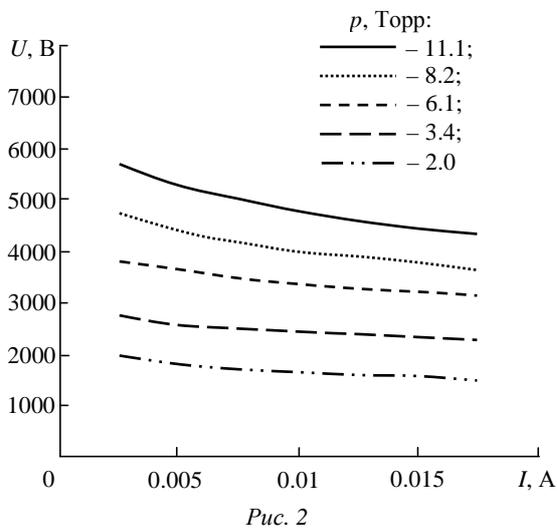


Рис. 2

В типичных для ЛТР случаях U_0 определяется суммой прикатодного падения потенциала (U_k) и падения напряжения в ПС ($U_{\text{ПС}}$):

$$U_0 = U_k + U_{\text{ПС}}.$$

С учетом того, что в узких протяженных разрядных капиллярах, используемых в ЛТР, продольный градиент потенциала в ПС $E = U_{\text{ПС}}/L$ высокий и составляет единицы–десятки киловольт на метр в минус первой степени [$\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$], основная доля полного падения напряжения приходится на ПС: $U_{\text{ПС}} \gg U_k$. Поскольку ВАХ ЛТР имеет падающий характер, для ее аппроксимации использовалась экспоненциальная функция вида

$$U_0 = U_k + aELI_0^b, \quad (4)$$

где L – длина положительного столба; a , b – коэффициенты аппроксимации ($a > 0$, $b < 0$).

Отклонения теоретических данных от экспериментальных не превышали 10–15%. Указанные различия имели место обычно вне или на границе рабочих диапазонов токов.

Продольный градиент потенциала в положительном столбе, входящий в (4), зависит от температуры электронов (T_e). Для автоматизированного нахождения T_e в многокомпонентных газовых смесях, характерных для ЛТР, использовалось трансцендентное уравнение баланса ионизации, левая часть которого включала сумму частот ионизации всех входящих в смесь газов. Программа позволяет не только рассчитывать T_e и E для определенных типов лазеров, но и прово-

дить машинный эксперимент по изучению влияния на них разрядных условий для произвольных газовых смесей в широких диапазонах их изменений.

Из (3) для динамического сопротивления положительного столба следует, что функция $Z_d(\omega)$ включает активную и реактивную составляющие и может быть трансформирована к виду

$$Z_d = R + jX = R + j\omega L_{\text{ЭКВ}},$$

где $L_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентная индуктивность ПС тлеющего разряда, выражение для которой вытекает из (3):

$$L_{\text{ЭКВ}} = \frac{(I_1 U_2)^{-1} + \omega^2 (I_0 U_1)^{-1} - (I_2 U^{-1}) + \omega^2 (I_1 U_0)^{-1}}{U_2^{-2} - 2\omega (U_0 U_2)^{-1} + \omega^2 U_1^{-2} + \omega^4 U_0^{-2}}.$$

Частотная зависимость эквивалентной индуктивности от циклической частоты модулирующего сигнала $L_{\text{ЭКВ}}(f)$ (рис. 3) при фиксированных разрядных условиях ($p = 0.1$ Па, $d = 5$ мм, $L = 0.9$ м, $I = 5$ мА) имеет резонансный характер и стремится к нулю на частотах в единицы мегагерц. В этих условиях динамическое сопротивление ПС близко к R , что согласуется с представлениями о подобии ПС высокочастотного разряда ПС разряда постоянного тока.

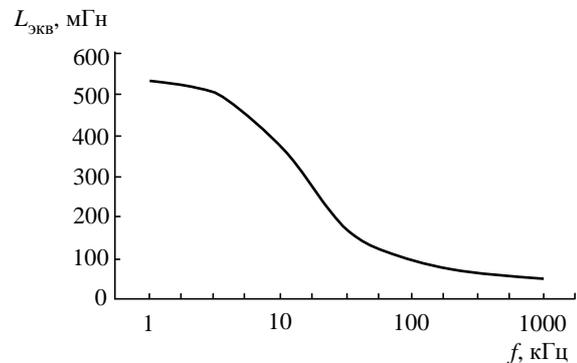


Рис. 3

На малых частотах модуляции ($\omega \rightarrow 0$) активная составляющая динамического сопротивления разряда R определяется отрицательным дифференциальным сопротивлением ρ . При этом реактивная составляющая X оказывается близкой к нулю. По мере повышения частоты изменяется знак R . Реактивная составляющая имеет индуктивный характер ($\rho < 0$). На предельных частотах модуляции ($\omega \rightarrow \infty$) реактивная составляющая вновь стремится к нулю, и динамическое сопротивление становится равным активному статическому сопротивлению разряда R_0 . Выражение (3) позволяет получить для импеданса положительного столба эквивалентную схему замещения в виде последовательной RL -цепочки.

Реальный разрядный промежуток включает катодную область разряда, динамические свойства которой могут оказывать влияние на поведение разрядов лазеров, малой протяженности. Разнородность процессов в отдельных зонах катодного пространства затрудняет получение аналитического выражения для динамического сопротивления катодной области (Z_K). В первом приближении эквивалентной схемой замещения катодной области разряда может служить параллельная $R_K C_K$ -цепочка, где R_K – активное сопротивление катодной области постоянному току; C_K – емкость промежутка катод–ПС. Тогда полная схема замещения разрядного промежутка в первом приближении будет выглядеть так, как показано на рис. 4.

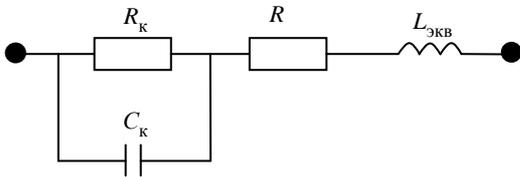


Рис. 4

С учетом свойств катодной области и аппроксимирующих ВАХ выражений получено выражение для полного динамического сопротивления, результаты расчета по которому представлены на рис. 5–7:

$$Z_{\Sigma} = R + jX = \frac{(I_2 U_2)^{-1} + \omega^2 \left[(I_1 U_1)^{-1} - (I_2 (U_K + a L E_z I^b))^{-1} - (I_0 U_2)^{-1} + \omega^2 (I_0 (U_K + a L E_z I^b))^{-1} \right]}{U_2^{-2} - 2\omega^2 ((U_K + a L E_z I^b) U_2)^{-1} + \omega^2 U_1^{-2} + \omega^4 ((U_K + a L E_z I^b))^{-2}} +$$

$$+ \frac{R_K}{R_K + \omega^2 C^2 + 1} + \frac{j\omega \left[(I_1 U_2)^{-1} + \omega^2 (I_0 U_1)^{-1} - (I_2 U_1)^{-1} + \omega^2 (I_1 (U_K + a L I^b))^{-1} \right]}{U_2^{-2} - 2\omega^2 ((U_K + a L I^b) U_2)^{-1} + \omega^2 U_1^{-2} + \omega^4 ((U_K + a L I^b))^{-2}} + \frac{R_K \omega C}{R_K^2 + \omega^2 C^2 + 1}. \quad (5)$$

Экспериментально динамические характеристики газоразрядных приборов изучались путем возмущения разряда внешним гармоническим сигналом. Для снижения влияния модуляции на параметры разряда глубина модуляции тока была $\leq 5-10\%$. Для определения динамического сопротивления разряда и возможности построения его годографа в комплексной плоскости необходимо измерить переменные составляющие тока i и напряжения u на разрядной трубке, а также сдвиг фаз между ними. Диапазон частот модуляции от 200 Гц до 1 МГц выбирался в соответствии с областью возможных собственных колебаний разряда. Сигнал подавался непосредственно в анодную цепь разрядного промежутка через высоковольтный разделительный конденсатор.

На рис. 5 представлен расчетный годограф гелий-неонового лазера для смеси (6:1) при токе $I = 5$ мА, $L = 0.9$ м, $d = 5$ мм.

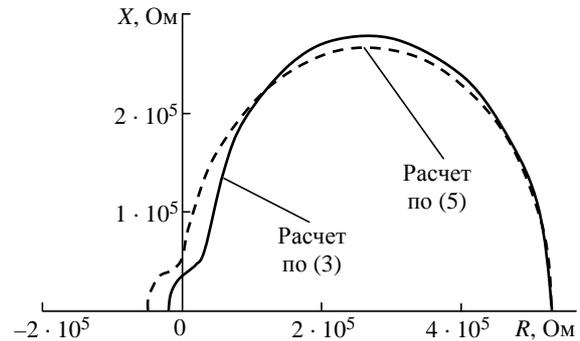


Рис. 5

На рис. 6 приводится частотная зависимость активной R составляющей Z_d гелий-неонового лазера для смеси (6:1) при токе $I = 5$ мА, $L = 0.9$ м, $d = 5$ мм.

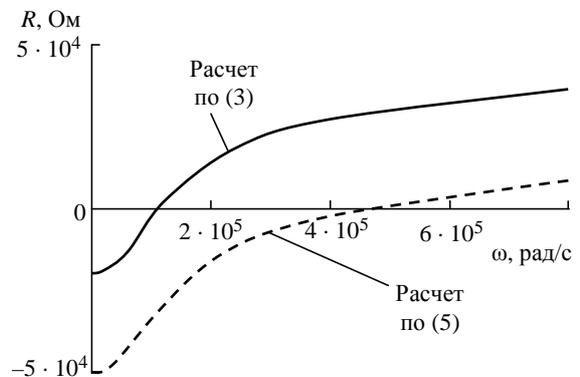


Рис. 6

На рис. 7 представлена частотная зависимость реактивной X составляющей Z_d гелий-неонового лазера для смеси (6:1) при токе $I = 5$ мА, $L = 0.9$ м, $d = 5$ мм.

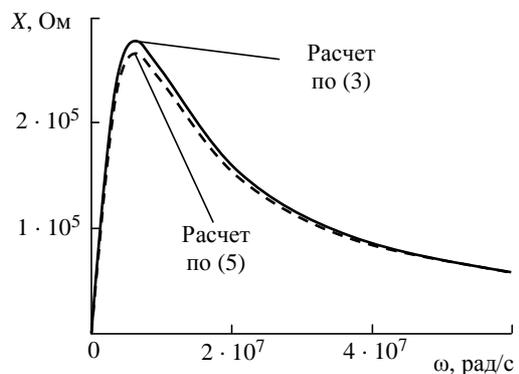


Рис. 7

Для компенсации влияния паразитных элементов схемы и газоразрядного прибора, а также для учета возможного различия амплитудно- и фазочастотных характеристик усилителей каналов напряжения и тока проводилась калибровка измерительной установки во всем диапазоне исследуемых частот модуляций.

Результаты измерения динамического сопротивления гелий-неонового и CO_2 -лазеров качественно и по порядку величины совпадают с расчетными зависимостями (рис. 8, 9).

На рис. 8 приведены экспериментальные данные и расчетные значения годографа Z_d гелий-неонового лазера для смеси (6:1) при токе $I = 30$ мА, $L = 0.9$ м, $d = 5$ мм. На рис. 9 приведены экспериментальные данные и расчетные значения годографа Z_d CO_2 -лазера для смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ (1:1:6) при давлении $p = 1700$ Па, $L = 0.35$ м, $d = 8$ мм.

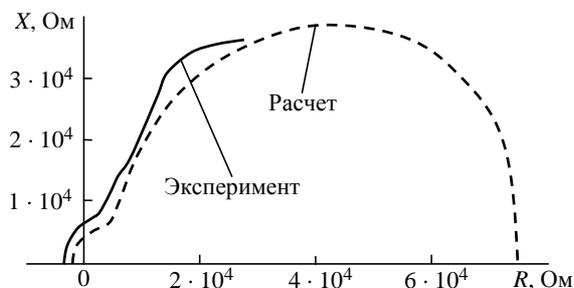


Рис. 8

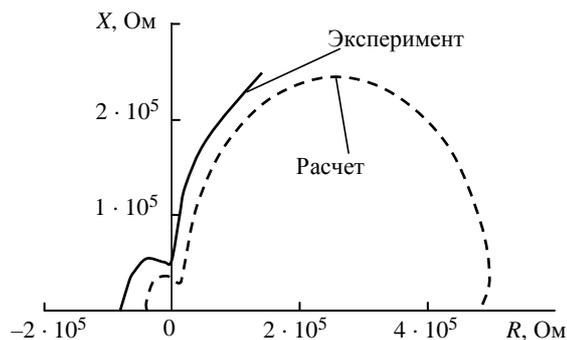


Рис. 9

Проведенные исследования позволили получить уточненное выражение для полного импеданса тлеющего разряда с учетом свойств протяженного положительного столба и катодной области, а также с использованием аппроксимирующих выражений падающих ВАХ. Различие экспериментальных и расчетных зависимостей динамического сопротивления не превышает 20–30%. Полученное выражение для импеданса может быть использовано при анализе устойчивости источников накачки газоразрядных лазеров, базирующихся на принципах токовой, пассивной или активной стабилизации мощности, когда требуется знание поведения разряда в нестационарном режиме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Привалов В. Е., Смирнов Е. А. Стабилизация мощности излучения лазеров тлеющего разряда и их применение (обзор). // Оптико-механическая промышленность. 1986. № 11. С. 52–60.
2. Привалов В. Е., Смирнов Е. А. Исследование динамического сопротивления тлеющего разряда // Электронная техника. Сер. 4. Электрорадиодные и газоразрядные приборы. 1987. № 1. С. 34–39.
3. Смирнов Е. А., Морозов С. С., Тимошичев А. А. Исследование импеданса плазмы лазеров тлеющего разряда // Петерб. журн. электроники. 2008. № 2–3. С. 79–85.
4. Грановский В. Л. Электрический ток в газе (установившийся ток). М.: Наука, 1971. 544 с.
5. Kreyci V. Stability of glow discharge in small currents // Czechoslovak. J. of physics. 1961. № 11 B. P. 272–282.

E. A. Smirnov

DYNAMIC PROPERTIES OF EXTENDED glow discharge tube

Investigated the impedance of a glow discharge in a narrow elongated tubes, characteristic of gas-discharge lasers. An expression for the impedance of the discharge with the current-voltage characteristics of the nature of the incident, the dynamic properties of the positive column and the cathode region. Reached a satisfactory agreement between the calculated and experimental results.

Dynamic resistance, glow discharge, the positive pole, the cathode region of the discharge, the voltage-current characteristic, impedance locus