

K. V. Krinkin, K. G. Yudenok  
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

## Geographical Context Usage in Smart Spaces Environments

*Geo-tagging and smart spaces are two promising directions in modern mobile market. Geo-tagging allows to markup any kind of data by geographical coordinates and time. This is the basis for defining geographical context which can be used in different types of applications. Smart spaces as the basis for seamless distributed communication field for software services provides semantic level for data processing. Most desired feature of coming software is pro-activeness and context awareness, i.e. services will be able to adapt to the user's needs and situations and be able to manage decisions and behaviors on behalf of the user. The paper is dedicated discussion of integration most popular open platforms for smart spaces and geo-tagging (Smart-M3 and Geo2Tag) as possible solution for creation context aware proactive location based (LBS) services.*

**Geo-coding, Smart Spaces, Location-based services, Smart-M3, Geo2Tag**

УДК 681.513.1

С. А. Романов  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Применение метода имитации отжига при синтезе робастных линейных систем управления

*Рассматривается рандомизированный подход к синтезу линейных систем управления. Проанализированы имеющиеся подходы, предложен метод имитации отжига при синтезе для случая, когда целевая функция не может быть вычислена аналитически.*

**Робастное управление, рандомизированные алгоритмы, оптимизация, неопределенность**

Управление при наличии неопределенности в описании объекта является одной из ключевых тем современной теории управления. Для линейных систем имеется большое количество подходов, в рамках которых осуществляется анализ и синтез таких систем. Их условно разделяют на две группы – адаптивное и робастное управление. В рамках робастного подхода существуют различные методы [1]:  $\mu$ -синтез,  $H_\infty$ -управление, количественная теория обратной связи (QFT), харитоновские методы и др.

К сожалению, робастному подходу присущи существенные недостатки [2]: NP-сложность многих задач анализа и синтеза, разрывность радиуса устойчивости, а также излишний консерватизм. Одним из способов преодоления указанных недостатков является переход к вероятностному представлению неопределенности. В этом случае на

множестве неопределенных параметров  $Q \subseteq \mathbb{R}^n$  задается вероятностная мера  $p(q)$ ,  $q \in Q$  и рассчитывается вероятность выполнения (невыполнения) заданного свойства. В случае мультилинейной и более сложных видов неопределенности такой подход снижает консерватизм, однако в общем случае не упрощает задачи и может быть даже вычислительно сложнее, так как требует вычисления кратных интегралов и может быть выполнен лишь в ограниченных случаях. Например, такое вычисление возможно в случае определения вероятности устойчивости мультилинейных систем с симметричной унимодальной плотностью распределения [3].

Вычислительная сложность при вероятностном подходе разрешается применением рандомизированных алгоритмов. Подробно ознакомиться с этим направлением можно, например, в работах [2], [4].

Пусть  $f(q): Q \rightarrow \mathbb{R}$  – функция, характеризующая выполнение заданного свойства. Если  $f(q) \leq \gamma$  для заданных параметров  $q \in Q$ , то указанное свойство выполняется. Ставится задача отыскания вероятности  $P = \Pr\{f(q) \leq \gamma\}$ . Для этого генерируется конечное число  $N$  отсчетов вектора неопределенных параметров  $q$ , по которым рассчитывается эмпирическое значение  $\hat{P}_N$ . Так как полученная оценка сама является вероятностной, поэтому необходимо оценить степень ее достоверности. Для этого задаются  $\varepsilon \in (0,1)$ ,  $\delta \in (0,1)$  и ищется такое  $N$ , при котором  $\Pr\left\{\left|\Pr\{f(q) \leq \gamma\} - \hat{P}_N\right| \leq \varepsilon\right\} \geq 1 - \delta$ . Тогда  $N$  может быть получено из границы Чернова:  $N \geq \frac{1}{2\varepsilon^2} \ln \frac{2}{\delta}$ .

Аналогично, для задачи нахождения такого  $\gamma_{wc}$ , что  $\gamma_{wc} \leq \sup_{q \in Q} f(q)$ , известна следующая оценка требуемого числа отсчетов:  $N \geq \ln\left(\frac{1}{\delta}\right) / \ln\left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right)$ .

Отметим, что в обоих случаях требуемое количество отсчетов не зависит от вида функции распределения, вида допустимого множества и количества неопределенных параметров.

Рандомизированные алгоритмы определения устойчивости линейных систем имеют полиномиальную сложность и могут быть вычислены за разумное время. Так, при  $\varepsilon = 0.01$  и  $\delta = 0.0001$  для количества неопределенных параметров  $n \geq 13$  рандомизированный алгоритм вычислительно менее затратен, чем определение устойчивости с помощью реберной теоремы, которая требует проверки устойчивости  $n2^{n-1}$  полиномов.

Рандомизированные алгоритмы успешно применяются также и для синтеза линейных систем при неопределенности. Самый наивный подход состоит в генерации случайным образом параметров регулятора  $\theta$  (или в более общем случае параметров синтеза) и проверке описанным ранее способом на соответствие заданным требованиям.

Более конструктивные алгоритмы известны для случая, когда функция  $f(\theta, q)$  выпукла по  $\theta$ . Так, для задач, формулируемых в терминах линейных матричных неравенств, можно вычислить субградиент и воспользоваться известными мето-

дами оптимизации выпуклых функций, например [2] субградиентным методом, методом эллипсоидов или методом отсекающих гиперплоскостей.

Если функция  $f(\theta, q)$  невыпуклая, можно воспользоваться методами, основанными на статистической теории обучения [4]. При этом обеспечивается локальный минимум линейной целевой функции.

Если известна допустимая область  $Q_d$  в пространстве параметров синтеза, то можно воспользоваться методами hit-and-run, shake-and-bake и др. [5]. В этом случае предполагается известной точка, принадлежащая  $Q_d$ . Затем генерируются точки, также принадлежащие допустимой области, по которым минимизируется целевой функционал. При этом функция  $f(\theta, q)$  может быть и неизвестна аналитически, важна лишь возможность ее вычисления. Преимуществом таких методов по сравнению со случайным поиском является тот факт, что точки сразу генерируются внутри допустимой области, что снижает вычислительные затраты. Недостаток – необходимо знать область  $Q_d$ .

Таким образом, дальнейшие исследования могут быть направлены на поиск задач, которые сводятся к предыдущим, т. е. поиск аналитически выражаемых функций  $f(\theta, q)$  или допустимых областей  $Q_d$ . Однако для многих задач это сделать не удастся. Тогда можно воспользоваться прямыми методами оптимизации, использующими только значения функции, для которой может быть неизвестно аналитическое выражение и субградиент. Среди таких методов стоит отметить генетические и муравьиные алгоритмы, а также метод имитации отжига [6].

Метод имитации отжига и его модификации хорошо зарекомендовали себя при решении различных задач глобальной оптимизации. Суть метода состоит в случайном поиске, шаг которого уменьшается в зависимости от некоторой переменной, называемой температурой. При этом на каждом шаге существует вероятность ухудшения целевой функции, по сравнению с предыдущим, но эта вероятность уменьшается пропорционально температуре. Тем самым алгоритм способен выбираться из локальных минимумов.

Рассмотрим простейшую задачу синтеза линейного квадратичного регулятора для следующе-

го объекта:  $\dot{x} = Ax + Bu$ , где матрица  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ a & b \end{bmatrix}$ , ее элементы – случайные числа, равномерно распределенные в диапазоне  $[-3, -1]$ . Матрица  $B = [1 \ 0]^T$ . Выберем следующие весовые коэффициенты для синтеза регулятора:  $Q$  – единичная матрица размером  $2 \times 2$ ,  $R = 1$ . При номинальных значениях  $a_0 = b_0 = -2$  регулятор, полученный аналитически, имеет вид  $K = [0.59 \ -0.13]$ .

Получим теперь регулятор для номинальной системы при помощи метода имитации отжига. Целевая функция численно считает значение функционала  $J = \int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u$  при одинаковых начальных условиях в зависимости от регулятора  $K$ . Моделирование осуществлялось в системе Matlab. В результате за 2463 итерации синтезирован регулятор, совпадающий с полученным аналитически.

Вернемся к исходной задаче – синтезу при неопределенных параметрах. Для этого воспользуемся следующим алгоритмом. Синтезируем  $N$  случайных реализаций параметров  $a$  и  $b$  и для

каждой реализации вычислим значение целевого функционала  $J$ . Далее рассмотрим 2 случая – синтез по наихудшему случаю и в среднем. В первом случае минимизируется наихудшее значение функционала среди всех реализаций, во втором – среднее по всем реализациям.

Моделирование производилось при  $N = 100$ . В результате получены регуляторы  $K = [0.45 \ -0.27]$  для наихудшего случая и  $K = [0.61 \ -0.18]$  для синтеза в среднем. Вычисление заняло около 5 мин в каждом случае.

Отметим, что наиболее вычислительно затратная часть алгоритма – интегрирование дифференциальных уравнений для вычисления значения функционала. Однако время работы можно значительно уменьшить, перейдя к параллельным алгоритмам. Действительно, для каждой реализации неопределенных параметров значение функционала можно вычислять независимо от других, поэтому такой алгоритм может быть эффективно вычислен на графическом процессоре. Другой вариант ускорения работы – выбрать значение целевой функции, вычисление которой не является затратным.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б. Т., Щербakov П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Tempo R., Calafiorie G., Dabbene F. Randomized algorithms for analysis and Control of uncertain systems. London: Springer-Verlag, 2005.
3. Ross S. R., Barmish B. R. A Sharp Estimate for the Probability of Stability for Polynomials With Multilinear Uncertainty Structure // IEEE Transactions on automatic control. 2008. Vol. 53, № 2. P. 601–606.
4. Vidyasagar M. Randomized algorithms for robust controller synthesis using statistical learning theory // Automatica. 2001. Vol. 37. P. 1515–1528.
5. Polyak B. T., Gryazina E. N. Robust stabilization via Hit-and-Run techniques // Control Applications, (CCA) & Intelligent Control (ISIC). 2009. P. 537–541.
6. Floudas C. A., Pardalos P. M. Encyclopedia of optimization. N. Y.: Springer, 2005.

S. A. Romanov  
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

## METHOD OF SIMULATED ANNEALING FOR ROBUST SYNTHESIS OF LINEAR CONTROL SYSTEMS

*Consideration was given to the randomized approach to the control synthesis. Existing approaches analyzed. If cost function cannot be solved analytically, proposed to use a method of simulated annealing.*

**Robust control, randomized algorithms, optimization, uncertainty**