

S. V. Titov, V. A. Parfenov  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## TECHNICAL AND TECHNOLOGICAL ASPECTS OF LASER CLEANING OF BOOKS AND DOCUMENTS WITH A PAPER SUBSTRATE

*The work is devoted to laser cleaning of books and documents. Technical and technological aspects of laser paper cleaning are considered. A method for the quantitative evaluation of the efficiency of laser cleaning based on the analysis of the digital optical image of the section of a book or document under study before and after its treatment by laser radiation is proposed and experimentally tested. To obtain quantitative data, the digital image is computer processed and its RGB-characteristic is measured. In addition, the article proposes a method of selective laser cleaning of books and documents that allows solving the problem of removing text and graphics from the paper surface in the process of its processing with laser radiation. To solve this problem, it is suggested to use high-precision scanning systems, which makes it possible to exclude from the laser processing area those parts of documents that contain printing paints and inks. The results of the carried out experimental studies confirmed the high efficiency of the proposed technical solutions, which allows them to be recommended for performing practical restoration works.*

**Laser cleaning, restoration, books, documentation, paper, selective purification, RGB-characteristic, Nd: YAG laser, foxing**

УДК 620.179.16

К. Е. Аббакумов, А. В. Вагин  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Волновые процессы в мелкослоистой среде

*Рассмотрен вопрос о распространении упругих волн в мелкослоистой среде «сталь-графит». Исследовано распространение продольной волны в мелкослоистой среде с однородными граничными условиями параллельно слоям различной толщины. Выведено и решено относительно волнового числа новое дисперсионное уравнение с ранее не учитываемыми поправками для определения скорости распространения продольной волны в мелкослоистой среде. Полученное уравнение используется применительно к задачам нахождения основных физико-механических характеристик среды. Получено выражение для скорости продольной волны в мелкослоистой среде путем замены тригонометрических функций их аргументами. Проанализированы и сопоставлены с результатами, полученными ранее в журнальных статьях и монографиях, графические зависимости эффективных скоростей волн сжатия от относительной толщины слоев. Расчеты проводились для общей толщины слоя «сталь-графит», равной 1 мм, на частоте ультразвука 1 МГц.*

### Дисперсионное уравнение, упругие волны, волновое число, мелкослоистая среда, скорость распространения

Одним из важнейших направлений неразрушающего контроля качества материалов, деталей, изделий и конструкций является структуроскопия, заключающаяся в контроле физико-механических свойств исследуемых материалов. Контроль физико-механических характеристик акустическими методами контроля основан на аналитических связях измеренных акустических параметров с оцениваемыми свойствами материала. При четкой аналитической связи контролируемое свойство может быть определено с высокой точностью. Так,

все три упругих постоянных материала (модуль Юнга, модуль сдвига, коэффициент Пуассона) однозначно определяются по измеренным значениям скоростей распространения продольной и поперечной волн. Мелкослоистые среды, изготовление которых несложно, а свойства могут быть очень разнообразны (анизотропия скоростей распространения и поглощений как для волн сжатия, так и для волн сдвига), представляют практический интерес в акустике (проблемы виброизоляции, ультраакустика) и сейсмологии.

Целью статьи является определение скорости продольной волны в мелкослоистой среде через решение дисперсионного уравнения относительно волнового числа, выведенное с некоторыми поправочными членами, которые ранее не учитывались. Графическая зависимость получаемая в этом случае достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными.

В отношении своих упругих свойств мелкослоистая среда является кристаллом гексагональной симметрии, т. е. для описания ее упругого поведения необходимо и достаточно задать 5 упругих постоянных [1].

К нахождению упругих модулей мелкослоистой среды можно подойти по-разному. Один из способов заключается в предположении периодичности повторения слоев. Задача о распространении волн тогда приводится к решению волнового уравнения с периодическими коэффициентами. Так как внутри слоев параметры постоянны и меняются скачкообразно только на границах между слоями, решение может быть найдено в общем случае не тонких слоев [2].

При распространении акустической волны в твердой мелкослоистой среде кроме трех аналогичных поперечных волн (волн сдвига) имеются еще две продольные волны (волны сжатия). Тем не менее, если ограничиться распространением волн только в направлениях, перпендикулярном и параллельном слоям, причем в последнем случае – при двух поляризациях, то можно определить лишь четыре из пяти упругих постоянных.

Пусть свойства мелкослоистой среды (плотность, параметры Лямэ) являются периодически функциями  $z$  с периодом  $h = a + b$ , малым по сравнению с длиной волны, т. е. [1]

$$\rho(z + h) = \rho(z), \quad \lambda(z + h) = \lambda(z), \quad \mu(z + h) = \mu(z).$$

Рассмотрим распространение продольной волны в мелкослоистой среде типа «сталь–графит» параллельно слоям в направлении оси  $x$  (рис. 1). Общая толщина среды принималась равной 1 мм, частота ультразвука – 1 МГц.

На рис. 1 обозначено:  $a$  – толщина первого слоя;  $b$  – толщина второго слоя;  $\rho$  – плотность;  $\lambda$ ,  $\mu$  – параметры Лямэ. Соответствующие параметры во второй среде обозначены с чертой сверху.

Общее решение для продольной и поперечных волн запишем через специально выбранные частные решения, а именно – четное и нечетное относительно середин слоев. Для первого слоя имеем:

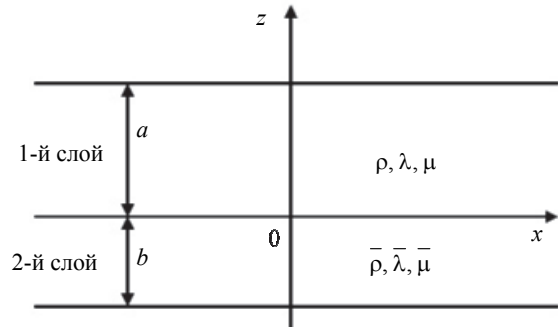


Рис. 1

$$\begin{aligned} \xi_{lx} &= P(z)e^{-ikx}, \quad \xi_{lz} = \frac{P'(z)}{ik}e^{-ikx}, \\ \xi_{tx} &= -\frac{Q'(z)}{ik}e^{-ikx}, \quad \xi_{tz} = Q(z)e^{-ikx}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\xi_{lx}, \xi_{lz}$  – продольные смещения;  $\xi_{tx}, \xi_{tz}$  – поперечные смещения. Причем

$$\begin{aligned} P(z) &= A \cos \alpha \left( z - \frac{a}{2} \right) + B \sin \alpha \left( z - \frac{a}{2} \right), \\ \alpha^2 &= k_l^2 - k^2, \\ Q(z) &= C \cos \beta \left( z - \frac{a}{2} \right) + D \sin \beta \left( z - \frac{a}{2} \right), \\ \beta^2 &= k_t^2 - k^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A, B, C, D$  – пока неопределенные постоянные;  $k_l, k_t$  – волновые числа продольной и поперечной волны соответственно.

Как видно, в последних двух выражениях выделена симметричная и антисимметричная части относительно середины слоя. В слое два уравнения (1) будут аналогичными, но с чертой сверху. Уравнения (2) во второй среде будут иметь вид

$$\begin{aligned} \overline{P(z)} &= \overline{A} \cos \overline{\alpha} \left( z + \frac{b}{2} \right) + \overline{B} \sin \overline{\alpha} \left( z + \frac{b}{2} \right), \\ \overline{\alpha}^2 &= \overline{k}_l^2 - k^2, \\ \overline{Q(z)} &= \overline{C} \cos \overline{\beta} \left( z + \frac{b}{2} \right) + \overline{D} \sin \overline{\beta} \left( z + \frac{b}{2} \right), \\ \overline{\beta}^2 &= \overline{k}_t^2 - k^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Для мелкослоистой среды в указанном направлении распространения волны компоненты тензора механических напряжений определяются через следующие выражения:

$$\sigma_{xz} = 2\mu \left( P'(z) + \frac{k^2 - \beta^2}{2ik} Q(z) \right) e^{-ikx}, \quad (4)$$

$$\sigma_{yz} = 0, \quad \sigma_{zz} = \left( \frac{\lambda k_l^2 + 2\mu \alpha^2}{ik} P(z) + 2\mu Q'(z) \right) e^{-ikx}.$$

Аналогичным образом выражаются компоненты тензора механических напряжений во втором слое.

На границе между слоями для  $\xi_{lx}, \xi_{lz}, \xi_{lx}, \xi_{lz}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$  должны выполняться, во-первых, условия непрерывности [2]:

$$\begin{aligned} \xi_x(0) &= \overline{\xi_x(0)}, \quad \sigma_{xz}(0) = \overline{\sigma_{xz}(0)}, \\ \xi_z(0) &= \overline{\xi_z(0)}, \quad \sigma_{zz}(0) = \overline{\sigma_{zz}(0)}, \end{aligned} \quad (5)$$

и, во-вторых, условия периодичности:

$$\begin{aligned} \xi_x(a) &= \overline{\xi_x(-b)}, \quad \sigma_{xz}(a) = \overline{\sigma_{xz}(-b)}, \\ \xi_z(a) &= \overline{\xi_z(-b)}, \quad \sigma_{zz}(a) = \overline{\sigma_{zz}(-b)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставив соответствующие выражения в граничные условия, получим 8 уравнений для постоянных  $A, B, C, D, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ , которые распадутся на две независимые группы: для продольной и поперечной волн.

Для продольной волны коэффициенты  $B = C = \bar{B} = \bar{C} = 0$ . В этом случае продольные смещения четны (симметричны) относительно средин слоев, в то время как поперечные нечетны (антисимметричны), благодаря чему «в среднем», т. е. в случае достаточно тонких слоев, имеет место только сжатие, а сдвиг отсутствует. Тогда подставив (1), (4) с учетом (2), (3) в граничные условия (5), получим четыре уравнения для определения постоянных  $A, D, \bar{A}, \bar{D}$ . Составим детерминант из этих четырех уравнений и приравняем его к нулю:

$$\begin{vmatrix} ik \cos \alpha \left(\frac{a}{2}\right) & -\beta \cos \beta \left(\frac{a}{2}\right) & ik \cos \bar{\alpha} \left(\frac{b}{2}\right) & -\bar{\beta} \cos \bar{\beta} \left(\frac{b}{2}\right) \\ \alpha \sin \alpha \left(\frac{a}{2}\right) & -ik \sin \beta \left(\frac{a}{2}\right) & -\bar{\alpha} \sin \bar{\alpha} \left(\frac{b}{2}\right) & ik \sin \bar{\beta} \left(\frac{b}{2}\right) \\ 2\mu\alpha ik \sin \alpha \left(\frac{a}{2}\right) & \mu(k^2 - \beta^2) \sin \beta \left(\frac{a}{2}\right) & -2\mu\bar{\alpha} ik \sin \bar{\alpha} \left(\frac{b}{2}\right) & \bar{\mu}(\bar{k}^2 - \bar{\beta}^2) \sin \bar{\beta} \left(\frac{b}{2}\right) \\ (\lambda k_l^2 + 2\mu\alpha^2) \cos \alpha \left(\frac{a}{2}\right) & 2\mu\beta ik \cos \beta \left(\frac{a}{2}\right) & (\lambda \bar{k}_l^2 + 2\mu\bar{\alpha}^2) \cos \bar{\alpha} \left(\frac{b}{2}\right) & 2\mu\bar{\beta} ik \cos \bar{\beta} \left(\frac{b}{2}\right) \end{vmatrix} = 0.$$

Вычисив данный определитель с учетом граничных условий (6) разложением по первой строке, получим дисперсионное уравнение, определяющее значение волнового числа  $k$ , т. е. значение скорости распространения волны сжатия  $c_l = \omega/k$ , где  $\omega$  – частота:

$$\begin{aligned} 4(\mu - \bar{\mu})^2 X \bar{X} + \omega^2 \rho \left[ \frac{\omega^2 \rho}{k^2} - 4(\mu - \bar{\mu}) \right] \bar{X} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) + \\ + \omega^2 \bar{\rho} \left[ \frac{\omega^2 \bar{\rho}}{k^2} + 4(\mu - \bar{\mu}) \right] X \times \end{aligned}$$

$$\times \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) - \frac{\omega^4 \rho \bar{\rho}}{k^2 \bar{k}_l^2} \left[ Y \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) + \bar{Y} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) \right] = 0, \quad (7)$$

где введены следующие обозначения

$$X = k^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) + \alpha \beta \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha a}{2} \right),$$

$$\bar{X} = k^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) + \alpha \bar{\beta} \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\alpha} b}{2} \right),$$

$$Y = k^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) - \alpha \bar{\beta} \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\alpha} b}{2} \right),$$

$$\bar{Y} = k^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) - \alpha \bar{\beta} \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha a}{2} \right).$$

Уравнение (7) определяет  $k$  при любых значениях толщин слоев  $a$  и  $b$  в рассматриваемой периодической структуре. Решив дисперсионное уравнение относительно  $k$  с учетом соответствующих параметров сред 1 и 2, построим графическую зависимость эффективной скорости продольной волны  $c_l$  от относительной толщины слоев  $n$  (рис. 2).

Приведенная зависимость достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными. Переход к мелкослоистой среде соответствует замене всех тангенсов их аргументами. Это приводит к существенному упрощению дисперсионного уравнения и дает следующее выражение для квадрата скорости волны сжатия:

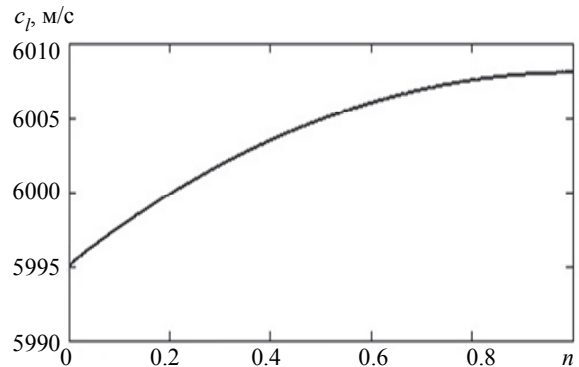


Рис. 2

$$c_{lm}^2 = \frac{h \left( \frac{a}{\lambda + 2\mu} + \frac{b}{\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}} \right)^{-1}}{\tilde{\rho}} \left[ 1 + \left( \frac{4ab}{h^2} \right) (\mu - \bar{\mu}) \times \right. \\ \left. \times (\mu + \lambda - \bar{\mu} - \bar{\lambda})(\lambda + 2\mu)^{-1} (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})^{-1} \right],$$

где  $h = a + b$ ,  $\tilde{\rho} = \frac{a\rho + b\bar{\rho}}{h}$ .

Представим графическую зависимость эффективной скорости продольной волны для мелкослойной среды  $c_{lm}$  от относительной толщины слоев  $n$  (рис. 3).

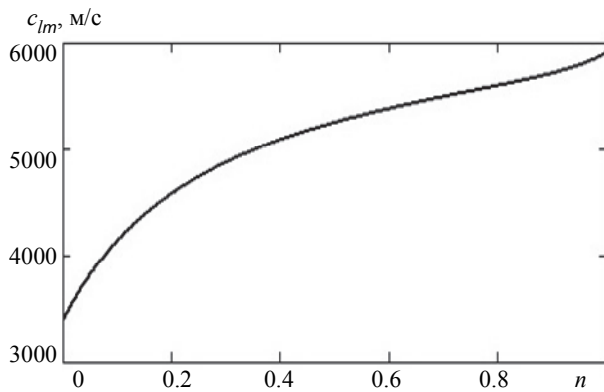


Рис. 3

В монографии «Волны в слоистых средах» Л. М. Бреховских дисперсионное уравнение имеет следующий вид, отличный от (7):

$$4(\mu - \bar{\mu})^2 X \bar{X} + \omega^2 \rho \left[ \frac{\omega^2 \rho}{k^2} - 4(\mu - \bar{\mu}) \right] \bar{X} \times \\ \times \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) + \omega^2 \bar{\rho} \left[ \frac{\omega^2 \bar{\rho}}{k^2} + 4(\mu - \bar{\mu}) \right] X \times \\ \times \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) - \frac{\omega^4 \rho \bar{\rho}}{k^2} \left[ Y \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\bar{\beta} b}{2} \right) + \bar{Y} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\beta a}{2} \right) \right] = 0. \quad (8)$$

Решив данное уравнение относительно волнового числа с учетом соответствующих параметров сред 1 и 2, в качестве которых рассматриваем «сталь–графит», построим графическую зависимость эффективной скорости продольной волны  $c_l$  от относительной толщины слоев  $n$  (рис. 4).

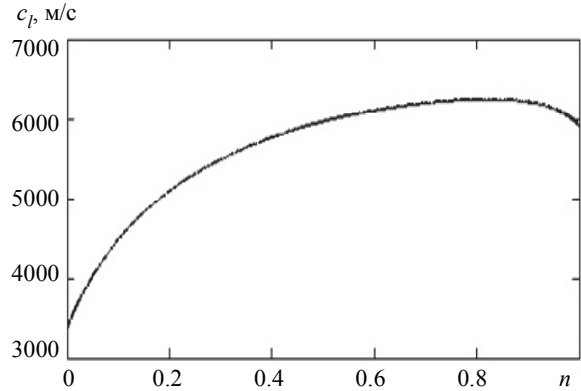


Рис. 4

Как видно, приведенная зависимость отличается от зависимости, представленной на рис. 2. Данное различие обусловлено тем, что выражение (7) приведено с некоторыми поправками, которые не учитываются в дисперсионном уравнении (8). В [3], [4] дисперсионное уравнение (8) приведено также с ошибкой, что дает неверные графические зависимости эффективной скорости от относительной толщины слоев и определяемые физико-механические характеристики с помощью этого уравнения будут неверными.

Так как внутри слоев параметры постоянны и меняются скачкообразно только на границах между слоями, решение может быть найдено в общем случае не тонких слоев. В результате предельного перехода из (7) вытекает решение для мелкослойной среды, причем учет поправочных членов позволяет уточнить условия применимости указанных предельных результатов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. Рытов С. М. Акустические свойства мелкослойной среды // Акуст. журн. 1964. Т. 10, № 1. С. 16–18.
3. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 412 с.
4. Аббакумов К. Е., Пушилина М. Я. Волновые процессы на границах структурированных сред на примере двух моделей: поглощающей и мелкослойной сред // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. Вып. 5. С. 74–77.

K. E. Abbakumov, A. V. Vagin  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## WAVE PROCESSES IN A FINE-LAYERED MEDIUM

*The problem of the propagation of elastic waves in a fine-layered steel-graphite medium is considered. The propagation of a longitudinal wave in a finely layered medium with homogeneous boundary conditions parallel to layers of different thickness is investigated. A new dispersion equation with previously unrecorded corrections for determining the propagation velocity of a longitudinal wave in a finely layered medium is derived and solved with respect to the wave number. The obtained equation is used with reference to the problems of finding the basic physic-mechanical characteristics of the medium. An expression is obtained for the velocity of a longitudinal wave in a finely layered medium by replacing trigonometric functions by their arguments. Analyzed and compared with the results obtained earlier in journal articles and monographs are graphical dependences of the effective velocities of compression waves on the relative thickness of the layers. Calculations were carried out for a total thickness of the steel-graphite layer equal to 1 mm at an ultrasound frequency of 1 MHz.*

**Dispersion equation, elastic waves, wave number, fine-layered medium, propagation speed**

УДК 546.3

И. С. Захаров, Л. В. Контрош, А. В. Храмов, О. И. Шумилов  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## К вопросу об экологической опасности редкоземельных металлов

*Рассматривается актуальная проблема применения редкоземельных металлов (РЗМ) и возможная их опасность для здоровья человека. Приведены основные недостатки современных методов исследования токсичности РЗМ. Особое внимание уделено возможности применения биотестирования для определения токсичности редкоземельных металлов. Рассмотрен метод биотестирования на основе гальванотаксиса, использующий многократное воздействие на тест-организмы, представляющие собой симбиоз *Paramecium bursaria* и зеленых водорослей *Chlorella*. Этот метод является эффективным для исследования токсичности РЗМ, так как влияние их токсичности на *Paramecium bursaria* имеет не только летальный эффект, но также *Paramecium bursaria* сообщает о присутствии РЗМ снижением электрически принудительной подвижности. Настоящее исследование предназначалось для проверки применимы ли *Paramecium bursaria* в разработке биосенсора на основе регистрируемой реакции для обнаружения определенной концентрации РЗМ.*

**Редкоземельные металлы, спектрометрия с индуктивно-связанной плазмой, атомно-эмиссионная спектроскопия, нейтронно-активационный анализ, биотестирование, гальванотаксис, *Paramecium bursaria*, биосенсор**

К редкоземельным металлам (РЗМ) относят элементы скандий, иттрий, лантан и 14 химических элементов, следующих за лантаном, называемых лантаноидами. Название «редкоземельные» дано в связи с тем, что они, во-первых, сравнительно редко встречаются в земной коре (массовая доля  $(1.6...1.7) \cdot 10^{-2} \%$ ) и, во-вторых, образуют тугоплавкие, практически не растворимые в воде оксиды, которые в начале XIX в. назывались

«землями» [1]. РЗМ встречаются в природе совместно. Они образуют весьма прочные оксиды, галоидные соединения, сульфиды. В природе РЗМ встречаются в нескольких минералах, таких как бастнезит и монацит, в основном они используются для промышленного производства [2]. Уже сегодня РЗМ являются частью многих повседневных устройств, таких как зажигалки, телевизоры и компьютеры. Кроме того, они нахо-