



УДК 534.2

Б. Ч. И

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Влияние нежесткой связи на рассеянное акустическое поле твердого цилиндрического включения

Рассматривается дифракция плоской ультразвуковой волны, падающей нормально на цилиндрический твердый дефект, находящийся в твердом изотропном пространстве. На границе между дефектом и твердым изотропным пространством в секторе наблюдается нежесткая связь между материалами. Приведены граничные условия для границ с жестким контактом и с нежесткой связью. Представлено решение поставленной задачи методом конечных элементов. Для созданной модели определены числовые значения параметров материалов, геометрические размеры рассматриваемой области. Описаны граничные и начальные условия, используемые в модели. Решение приведено для различных состояний границы «дефект–изотропное пространство», а также при различных размерах сектора с нежесткой связью. Приведены графики зависимости амплитуды смещения рассеянной волны. Показано, что при малых размерах сектора с нарушенной адгезией плоская ультразвуковая волна «не замечает» сектор с нежесткой связью. При увеличении размеров сектора наблюдаются различные резонансные явления.

### Дифракция, цилиндрический дефект, метод конечных элементов, нарушение жесткости связи

Исследование влияния нежесткой связи между двумя твердыми телами на акустическое поле представляет значительный интерес. Данные исследования имеют практическое значение, так как могут быть использованы в области акустического неразрушающего контроля. Исследования по данной тематике показывают, что в зависимости от технологического процесса дефект и твердое изотропное пространство могут быть связаны друг с другом как жестко, так и нежестко. Нежесткая связь двух сред может быть представлена как совокупность микротрещин [1]. Взаимодействие ультразвуковой волны с такой границей раздела может сопровождаться разрывами в передаче нормальной компоненты смещения и проскальзыванием для тангенциальной компоненты смещения [2]. В [3] показано, что учет данных явлений возможен с помощью граничных условий, выраженных в разрыве передач компонент смещения и тензора напряжения. В [4] показано, что величины разрывов компонент смещения связаны с компонентами тензора напряжений через тензор жесткости:

$$\begin{cases} u_r^I = u_r^II + \sigma_{rr}^II / KGN; \\ u_\theta^I = u_\theta^II + \sigma_{r\theta}^II / KGT; \\ \sigma_{rr}^I = \sigma_{rr}^II; \\ \sigma_{r\theta}^I = \sigma_{r\theta}^II, \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_r^I, u_\theta^I, u_r^II, u_\theta^II$  – компоненты смещения в цилиндрических координатах, верхний индекс соответствует различным средам;  $\sigma_{rr}^I, \sigma_{r\theta}^I, \sigma_{rr}^II, \sigma_{r\theta}^II$  – компоненты напряжения в цилиндрических координатах, верхний индекс соответствует различным средам;  $KGN, KGT$  – нормальная и тангенциальная компоненты модуля контактной жесткости соответственно.

Согласно [5] границу контакта двух шероховатых поверхностей можно представить как периодическую структуру (рис. 1, а, б). Тогда  $KGN, KGT$  можно определить по формулам

$$KGN = \frac{(\lambda^I + 2\mu^I)(\lambda^{II} + 2\mu^{II})c_I^I c_I^{II}}{(\lambda^I + 2\mu^I)c_I^I + (\lambda^{II} + 2\mu^{II})c_I^{II}} \frac{2\pi\zeta}{\omega d^2(1-\zeta)}, \quad (2)$$

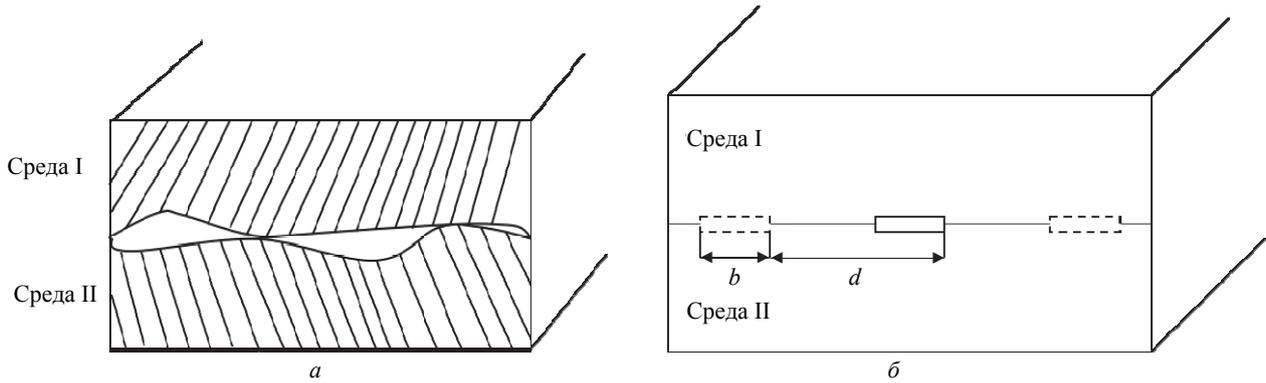


Рис. 1

$$KGT = \frac{\mu^I \mu^{II} c_t^I c_t^{II}}{\mu^I c_t^I + \mu^{II} c_t^{II}} \frac{2\pi\zeta}{\omega d^2 (1 - \zeta)},$$

где  $\lambda^I, \mu^I, \lambda^{II}, \mu^{II}$  – коэффициенты Ламе;  $c_t^I c_t^{II}$  – скорости продольных волн;  $c_t^I, c_t^{II}$  – скорости поперечных волн;  $\omega$  – круговая частота;  $\zeta = b^2/d^2$  – коэффициент перфорации, определяющий степень сплошности границы.

Очевидно, что при  $\zeta \rightarrow 1$   $KGN, KGT \rightarrow \infty$ , что соответствует сплошному контакту на границе, при  $\zeta \rightarrow 0$   $KGN, KGT \rightarrow 0$ , что соответствует свободной границе.

В [6] приведено решение задачи дифракции нормально падающей плоской волны на цилиндрическом дефекте. В статье отмечено, что существуют «критические» размеры сектора с жесткой связью, при которых акустическое поле совпадает как с полем цилиндра с жесткой связью по всей длине границы, так и с полем цилиндрического дефекта с жесткой связью по всей длине границы. Однако в приведенной статье задача решается только при значении  $KGN = KGT = 10^{12}$  кг/м<sup>3</sup>. Представляет интерес рассмотреть задачу рассеяния при значениях  $KGN = KGT = 10^{12} \dots 10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>. Ввиду равенства компонент  $KGN$  и  $KGT$  обозначим их как  $KN$ .

Для решения поставленной задачи была создана математическая модель, которая решалась методом конечных элементов. Уравнением, описывающим распространение упругих волн в твердом теле в частотной области, является

$$-\rho\omega^2 U = \nabla(\sigma + F),$$

где  $\rho$  – плотность;  $\omega$  – круговая частота;  $U$  – смещение;  $\nabla$  – оператор Гамильтона;  $\sigma$  – тензор напряжений;  $F$  – внешнее воздействие. Для ре-

шения (2) необходимы начальные условия для всей исследуемой области и граничные (1):

$$\begin{cases} U = 0; \\ v = 0, \end{cases}$$

где  $v$  – колебательная скорость.

**Геометрия исследуемой области и постановка задачи.** Геометрическое представление исследуемой области изображено на рис. 2:  $Y, X$  – оси декартовых координат. Из изотропного упругого тела II на цилиндрический дефект I нормально падает плоская продольная ультразвуковая волна единичной амплитуды с частотой  $f = 10^6$  Гц. На границе в секторе IV наблюдается жесткая связь между дефектом и изотропным упругим телом. Для того чтобы избежать отражений от внешних границ исследуемой области, используется идеальный согласованный слой III, окружающий исследуемую область. Основная идея идеального согласованного слоя заключается в том, что для небольшой области пространства, расположенной перед внешней границей исследуемой области, используются другие уравнения, описывающие распределение упругой волны. При модификации уравнений, происходит затухание упругой волны в данной области и отсутствуют отраженные волны [7].

Размер изотропного упругого тела II, в котором находится цилиндрический дефект I диаметром  $a = 1$  мм [1], равен  $3\lambda \times 3\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны. Толщина идеального согласованного слоя III равна  $2\lambda$ . Размер зоны жесткой связи IV  $\phi$  задавался как часть от длины границы между дефектом и изотропной средой и определялся по формуле

$$\phi = l \cdot 360^\circ,$$

где  $l$  – безразмерный коэффициент, варьируемый от 0 до 1.

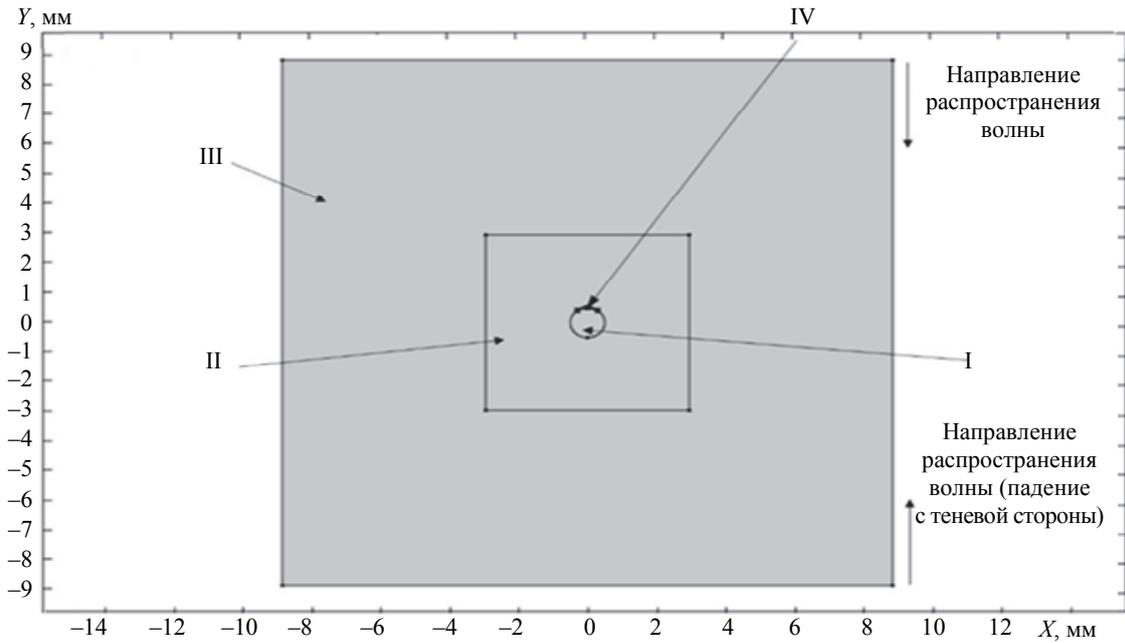


Рис. 2

**Параметры материалов.** Для численного моделирования использовались материалы с физическими параметрами, представленными в таблице.

Материал	Скорость продольной волны ( $c_l$ ), м/с	Скорость поперечной волны ( $c_t$ ), м/с	Плотность ( $\rho$ ), кг/м <sup>3</sup>
Сталь (зоны II и III)	5850	3100	7800
Графит (зона I)	3100	820	2400

**Критерий разбиения исследуемой области на подобласти.** При решении задач распространения упругих волн используется квадратичная форма исследуемой функции. Для лучшей сходимости результатов необходимо, чтобы подобласть была не менее 1/16 длины самой медленной волны. Однако такой размер требует значительных вычислительных мощностей, так как самая медленная волна в несколько раз меньше самой быстрой волны. Поскольку падает продольная волна, то основная энергия в рассеянном поле приходится на рассеянную продольную волну, следовательно, можно принять размер подобласти 1/16 самой быстрой волны. Стоит отметить, что вышеизложенное допущение может быть неприменимо в других задачах и может потребовать меньшего размера подобласти.

**Результаты.** В качестве исследуемой характеристики выбран безразмерный коэффициент отражения  $R$ , определяемый через соотношение

$$R = A_{\text{пад}} / A_{\text{отр}}$$

где  $A_{\text{пад}}$  – амплитуда смещения рассеянного поля;  $A_{\text{отр}}$  – амплитуда смещения в падающей волне. Точка приема (черная точка на рис. 3) находится на расстоянии шести ближних зон от границы «дефект–среда».

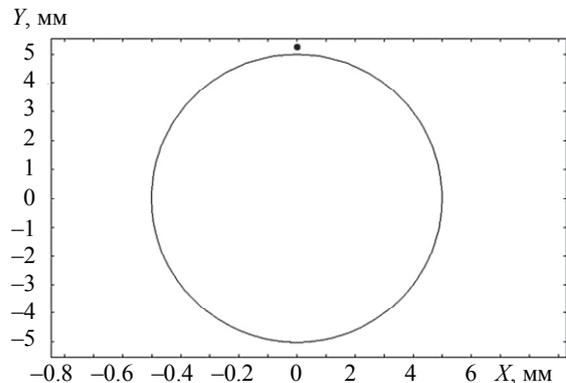
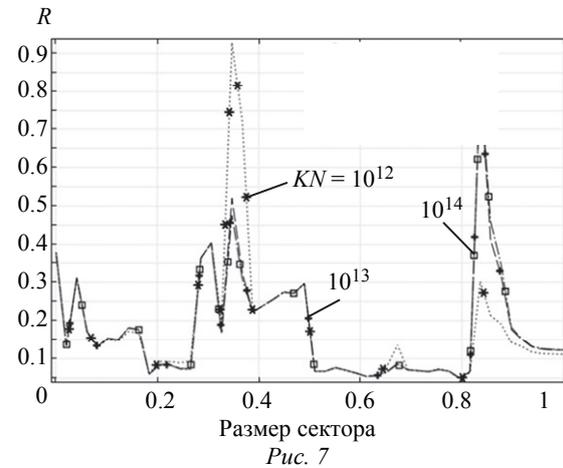
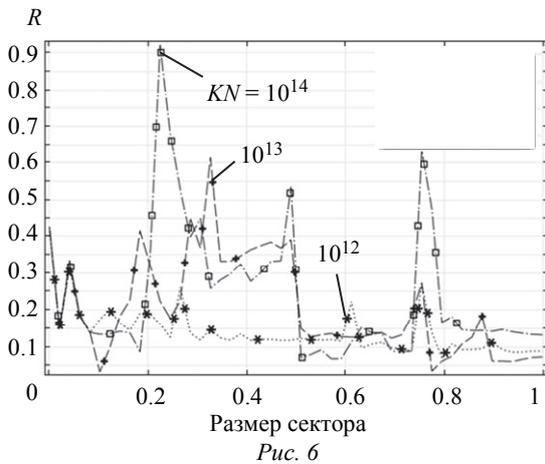
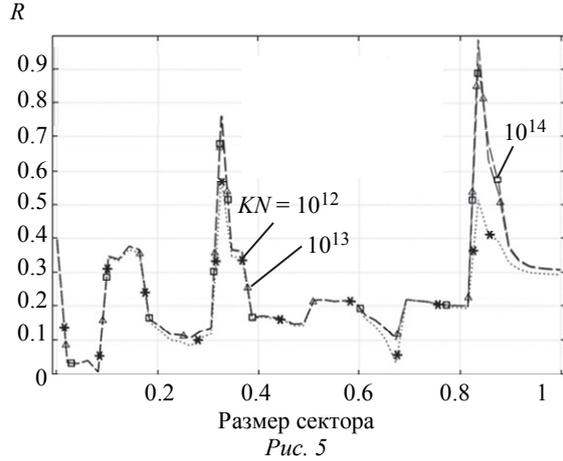
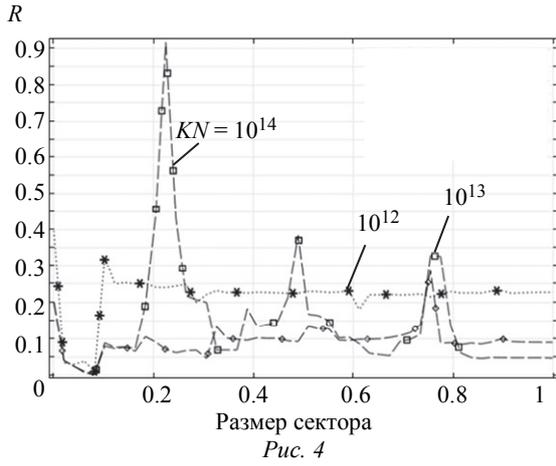


Рис. 3

Результаты моделирования представлены на рис. 4–7. Из приведенных результатов видно, что при размерах зоны нежесткой связи от 0 до 0.1 рассеянное поле при различных значениях  $KN$  «не видит» этой зоны при нормальном падении плоской продольной волны на сектор с нарушенной адгезией (рис. 4), что подтверждается [5]. На рис. 4, 5 видно, что существуют критические размеры сектора, при которых резко увеличивается рассеянное поле, что может быть объяснено дифракционными явлениями на границе раздела с



нежесткой связью. Например, на рис. 4 при размере сектора 0.24 значение коэффициента отражения при  $KN = 10^{14}$  кг/м<sup>3</sup> примерно в 3.6 раз больше, чем значение коэффициента отражения при  $KN = 10^{12}$  кг/м<sup>3</sup>. Стоит отметить, что кривые коэффициента отражения при  $KN$  равном  $10^{16}$ ,  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup> совпадают при падении волны непосредственно на сектор (рис. 5). В случае падения плоской волны с теневой стороны так же, как и в случае с непосредственным падением волны на сектор, существуют критические размеры сектора, при которых проявляются резонансные явления (рис. 6, 7), при размере сектора от 0 до 0.05 (рис. 6) волна не замечает сектор с нежесткой

связью и при значениях  $KN$  равных  $10^{16}$ ,  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup> кривые коэффициента отражения имеют схожий характер распределения. Из приведенных результатов можно сделать вывод о существенном влиянии состояния границы раздела на рассеянное акустическое поле.

Проведен анализ для различных состояний границы раздела. Установлено влияние наличия сектора с нежесткой связью на коэффициент отражения. Совпадение кривых коэффициента отражения для различных значений модуля контактной жесткости при малых значениях размера сектора с нежесткой связью подтверждается другим автором, что говорит об адекватности созданной математической модели.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аббакумов К. Е., Ромашкин С. В. Статистические свойства совокупностей микротрещин // Сб. докл. XVI конф. «Ультразвуковая дефектоскопия металлоконструкций. Информативность и достоверность». СПб., 1998. С. 121–125.
2. Ямщиков В. С., Бауков Ю. Е. Упругие волны в неоднородном массиве // Геоакустика. М.: Изд-во МГИ, 1973.

3. Rokhlin S. I., Wang Y. J. Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids // J. Acoust. Soc. Am. 1991. № 89. P. 503.
4. Schoenberg M. Elastic wave behavior across linear slip interfaces // J. Acoust. Soc. Am. 1980. Vol. 68, № 5. P. 1516–1521.
5. Аббакумов К. Е., Кириков А. В., Львов Р. Н. Преломление упругих волн на плоской границе раздела

с нарушенной адгезией твердых тел // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. Приборостроение и информационные технологии. 2003. Вып. 1. С. 10–17.

6. Теплякова А. В. Дифракция на цилиндрической однородности с несимметричной структурой в твердой среде // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. Приборо-

строение и информационные технологии. 2006. Вып. 1. С. 23–28.

7. Berenger J. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // J. Comput. Phys. 1994. Т. 114, № 2. С. 185–200.

B. Ch. Ee

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## INFLUENCE OF NONRIGID CONTACT ON A SCATTERING ACOUSTIC FIELD GENERATED BY SOLID CYLINDRICAL INCLUSION

*Diffraction of a plane ultrasonic wave incident normally to a cylindrical solid defect in a solid isotropic space are considered. In a sector at the boundary between the defect and the solid isotropic space there is nonrigid contact. Boundary conditions are given for a boundary with a rigid contact and for a boundary with a nonrigid contact. Finite element method is used. For the created model numerical values of material parameters, geometrical sizes of the considered area are presented. The boundary conditions and initial values, are described. The solution for various states of the defect-isotropic space boundary and for different sizes of the sector with a non-rigid bond, are given. The plots of the displacement amplitude of the scattered wave are plotted. It is shown that, for small size of the sector with broken adhesion, a plane ultrasonic wave «does not notice» a sector with a soft bond. As the size of the sector increases, various resonant phenomena appear.*

**Diffraction, cylindrical defect, finite element method, nonrigid connection**

УДК 621.373.826

С. В. Титов, В. А. Парфенов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Технико-технологические аспекты лазерной очистки книг и документов на бумажной основе

*Рассматриваются технико-технологические аспекты лазерной очистки бумаги. Предложен и экспериментально проверен метод количественной оценки эффективности лазерной очистки, основанный на анализе цифрового оптического изображения исследуемого участка книги или документа до и после обработки излучением лазера. Для получения количественных данных осуществляется компьютерная обработка цифрового изображения и измеряется его RGB-характеристика. Помимо этого предложен метод избирательной лазерной очистки книг и документов, позволяющий решить проблему удаления текста и графики с поверхности бумаги в процессе ее обработки излучением лазера. Для решения данной задачи предложено использовать высокоточные сканирующие системы, что позволяет исключить из зоны лазерной обработки те участки документов, которые содержат типографскую краску и чернила. Результаты проведенных экспериментальных исследований подтвердили высокую эффективность предложенных технических решений, что позволяет рекомендовать их для выполнения практических реставрационных работ.*

**Лазерная очистка, реставрация, книги, документы, бумага, избирательная очистка, RGB-характеристика, Nd:YAG-лазер, фоксинги**

Рассматриваются технико-технологические аспекты лазерной очистки книг и документов на бумажной основе. В последние годы лазерные технологии все более активно используются в задачах сохранения памятников истории и куль-

туры [1]–[3]. Одной из основных областей применения лазеров в данной сфере является очистка поверхности памятников от природных наслоений и антропогенных загрязнений. По сравнению с традиционно используемыми в реставрации