

УДК 62-52.001.24

Ю. А. Бычков

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

С. В. Щербаков

Псковский государственный университет

Алгоритм формирования и вычислительные возможности обобщенной канонической формы описания динамики нелинейных неавтономных электрических цепей

Предлагается алгоритм формирования обобщенной канонической формы описания динамики нелинейных неавтономных электрических цепей с сосредоточенными параметрами. Вычислительную основу алгоритма составляет расчетная схема аналитически-численного метода, обеспечивающая формирование функционально-степенных рядов для регулярных составляющих искомого решения уравнений динамики цепей. Предложены проблемно-ориентированные алгоритмы для решения специальных задач на основе сформированной обобщенной канонической формы описания динамики нелинейных неавтономных цепей. Приведение уравнения динамики нелинейной неавтономной цепи к обобщенной форме записи может быть выполнено в любой дискретный момент времени из заданного интервала исследования. Описание динамики нелинейной неавтономной цепи посредством системы дифференциальных уравнений соответствует обобщенной канонической форме записи исходного уравнения динамики цепи. Обобщенный характер сформированной канонической формы определяет унифицированная форма представления правых частей ее дифференциальных уравнений и описания посредством сходящихся степенных рядов ее существующих решений. Такая унификация повышает уровень алгоритмизации процедур в рамках построения проблемно-ориентированных алгоритмов анализа динамики нелинейных неавтономных цепей.

Электрическая цепь, реакции цепи, нелинейные характеристики, нестационарные параметры, описание динамики цепи, канонические формы описания, расчет динамики цепи, фазовые портреты цепи

Постановка задачи. Унифицированная форма записи уравнений динамики нелинейных неавтономных с сосредоточенными параметрами электрических цепей или систем, пригодная для последующего использования в той или иной проблемно-ориентированной схеме анализа таких цепей и систем, называется канонической [1]–[3]. Большинство численных методов расчета динамики нелинейных неавтономных с сосредоточенными параметрами электрических цепей требуют для своей реализации описания такой динамики в нормальной форме Коши, определяющей одну из широко известных канонических форм [4]–[6]. Реакции нелинейной неавтономной цепи, относительно которых может быть сформирована такая каноническая форма, называют переменными состояниями цепи, а само получаемое уравнение динамики цепи – уравнением состояния цепи.

Выбор реакций цепи, относящихся к переменным состояния, строго регламентирован и во многом зависит от вида нелинейных характеристик элементов цепи и характера их нестационарных свойств, а также от используемого способа описания этих характеристик и свойств. Описание нелинейных неавтономных динамических цепей в нормальной форме Коши – это лишь один из возможных вариантов канонической формы описания динамики цепи. Широко известны канонические формы, полученные на основе диагонализации выделенной линейной части уравнения динамики цепи или системы [1], [3], [5], [6]. Решение ряда специальных задач связано с использованием так называемых наблюдаемой и управляемой канонических форм [1]. Однако указанные канонические формы не исчерпывают всего их многообразия, и сравнительно незначительная

трансформация цели проводимых исследований может потребовать новых канонических форм, ориентированных на реализацию индивидуальной схемы проблемно-ориентированного анализа качественных свойств и характерных особенностей динамики нелинейных неавтономных цепей.

В общем случае динамику нелинейных неавтономных цепей с сосредоточенными параметрами описывает следующее обыкновенное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение с нестационарными коэффициентами:

$$A(D)x(t) = G(D)f(t) + H(x, f, t), \quad (1)$$

где D – оператор обобщенного дифференцирования по независимой переменной t (время); $A(D)$ – квадратная порядка L_x матрица с полиномиальными от D и D^{-1} элементами (символ D^{-1} соответствует оператору интегрирования) с переменным верхним пределом t и нижним пределом, определяющим левую границу рассматриваемого интервала интегрирования; $G(D)$ – прямоугольная $(L_x \times L_f)$ -матрица с полиномиальными от D и D^{-1} элементами; $x(t)$ и $f(t)$ – матрицы-столбцы реакций (искомых решений) и внешних воздействий цепи соответственно; $H(x, f, t)$ – матрица-столбец со строками в виде сумм произведений, сомножители которых – нестационарные коэффициенты, а также классические производные любого порядка и интегралы любой кратности начиная с нулевой от искомых решений и внешних воздействий цепи в произвольных дробно-рациональных степенях.

Расчет динамики цепей выделенного класса при заданных предначальных условиях $D^n x_r^+(0^-) = D^n x_r^+(t_0^-)$, $r = 1, 2, \dots, L_x$, $0^- = t_0^-$, $n \in [0; M-1]$ сводится к поиску решений уравнения (1).

Уравнение (1), будучи интегрально-дифференциальным, сформировано относительно реакций цепи $x_r(t)$, $r = 1, 2, \dots, L_x$, определение законов и изменения которых во времени составляет цель проводимых исследований, и эти реакции в общем случае не совпадают с переменными состояниями цепи. Приведение уравнения (1) к нормальной форме Коши состоит в исключении интегральных составляющих посредством дифференцирования соответствующих уравнений и введении в рассмотрение новых реакций цепи, нередко фиктивных, т. е. не определяемых целями

проводимых исследований. Возникающие при этом вопросы и ограничения очевидны. Во-первых, любая операция дифференцирования в отношении интегральных составляющих уравнения (1) в условиях отсутствия информации о характере искомых решений не вполне корректно, поскольку игнорирует возможность существования в этих решениях разрывов первого рода. Во-вторых, введение новых координат повышает размерность решаемой задачи и, как следствие, приводит к увеличению объема вычислительной работы. В-третьих, сформировав определенную поставленную задачей каноническую форму, ее последующее использование возможно для решения, как правило, только этой задачи. Изменение или корректировка целевого показателя проводимых исследований динамики нелинейной неавтономной цепи приводит к необходимости построения иной канонической формы, что снижает уровень унификации и алгоритмизации всей процедуры анализа.

Статья посвящена разработке алгоритма формирования для исходного уравнения (1), описывающего динамику нелинейных неавтономных цепей, канонической формы, названной авторами обобщенной. Обобщенная каноническая форма записи уравнения (1) свободна от указанных недостатков и ограничений. Основой для формирования обобщенной канонической формы служит расчетная схема аналитически-численного метода расчета динамики цепей выделенного класса [7]. Предлагаемая обобщенная каноническая форма определяет вычислительную основу сразу для нескольких проблемно-ориентированных алгоритмов анализа качественных свойств и характерных особенностей динамики нелинейных неавтономных цепей.

Алгоритм формирования обобщенной канонической формы записи уравнений динамики нелинейных неавтономных цепей. Приведение уравнения динамики нелинейной неавтономной цепи (1) к обобщенной форме записи может быть выполнено в любой дискретный момент времени из заданного интервала исследования $[t_0; T]$ включая $t = t_0$. Алгоритм действий при этом таков. Выполнив необходимые преобразования уравнения (1) в соответствии с процедурой аналитической части аналитически-численного метода, в дискретный момент времени, например $t = t_0$, для искомого решения $x_l(t)$, $l \in [1; L_x]$ уравнения (1) в классе обобщенных функций получим следующее описание:

$$x_l(t) = x_l^-(t) + x_l^+(t) = \sum_{j=0}^{-J_l} S_{l,j} \delta_j(t) + \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i} t^i / i!, \quad (2)$$

где $x_l^-(t)$ и $x_l^+(t)$ – сингулярная и регулярная составляющие искомого решения $x_l(t)$ соответственно; $\delta_j(t)$ – определенные в начальной для рассматриваемого интервала расчета точке импульсные функции от нулевого до $-J_l$ -го порядка включительно; $S_{l,j}$ – весовые коэффициенты при соответствующих импульсных функциях; $R_{l,i}$ – коэффициенты разложения регулярной составляющей искомого решения в степенной ряд в правой полукрестности начальной для текущего интервала расчета точки с абсциссой $t = t_0$ [7].

Получение описаний (2) $l = r, r = 1, 2, \dots, L_x$ искомых решений $x_r(t)$ уравнения (1) означает, что в правых полукрестностях точек с абсциссой $t = t_0$ в отношении реакций цепи совершен корректный переход от заданных предначальных условий к начальным и выделены все существующие дифференцируемые разрывы (сингулярные составляющие решений). При этом регулярные составляющие $x_r^+(t)$ искомых решений $x_r(t)$ описаны следующими степенными рядами:

$$x_r^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{r,i} t^i / i!, \quad r = 1, 2, \dots, L_x. \quad (3)$$

Выполнив над степенными рядами (3) операцию дифференцирования, получим

$$\dot{x}_r^+(t) = \sum_{i=1}^{\infty} R_{r,i} t^{i-1} / (i-1)!, \quad r = 1, 2, \dots, L_x. \quad (4)$$

Отметим, что операция дифференцирования корректна, если степенные ряды (3) сходятся [8]. В этом случае степенные ряды (3) и (4) имеют один и тот же радиус сходимости, следовательно, из сходимости степенных рядов (3) опосредованно следует сходимости степенных рядов (4) и наоборот. Таким образом, в пределах интервала сходимости степенных рядов (3) справедливо следующее логическое заключение. Система равенства (4) образует систему дифференциальных уравнений, решениями которых служат сходящиеся степенные ряды (3) для регулярных составляющих $x_r^+(t), r = 1, 2, \dots, L_x$ искомых решений $x_r(t), r = 1, 2, \dots, L_x$ уравнения (1). Таким образом, сформированная система дифференциальных

уравнений (4) – это результат эквивалентного преобразования исходного уравнения динамики цепи (1), $t > t_0$, относительно регулярных составляющих $x_r^+(t), r = 1, 2, \dots, L_x$ искомых решений $x_r(t), r = 1, 2, \dots, L_x$.

Дополнив (4) уравнением, определяющим изменение независимой переменной t , получим:

$$\dot{x}_r^+(t) = \sum_{i=1}^{\infty} R_{r,i} t^{i-1} / (i-1)!, \quad r = 1, 2, \dots, L_x; \quad \dot{t} = 1, \quad (5)$$

где $t \geq t_k^+; x_r^+(t_k^+) = R_{r0}; r = 1, 2, \dots, L_x, k = 0, 1, \dots, K$.

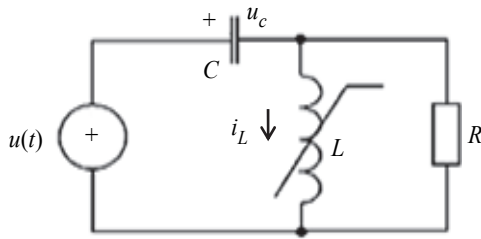
Система дифференциальных уравнений (5) представляет результат направленного приведения в правых полукрестностях точек с абсциссой $t = t_0$ исходного интегрально-дифференциального по характеру уравнения динамики цепи (1) к канонической форме записи. Указанное приведение носит эквивалентный относительно регулярных составляющих решений $x_r^+(t), r = 1, 2, \dots, L_x$ уравнения (1) характер, поскольку не приводит к изменению причинно-следственных соотношений и математических взаимосвязей уравнения (1).

Описание динамики нелинейной неавтономной цепи посредством системы дифференциальных уравнений (5) соответствует обобщенной канонической форме записи исходного уравнения динамики цепи (1). Обобщенный характер сформированной канонической формы (5) определяет унифицированная форма представления правых частей ее дифференциальных уравнений (4) и описания посредством сходящихся степенных рядов (3) ее существующих решений $x_r^+(t), r = 1, 2, \dots, L_x$. Такая унификация повышает уровень алгоритмизации процедур в рамках построения проблемно-ориентированных алгоритмов анализа динамики нелинейных неавтономных цепей.

Характеризуя предложенный алгоритм приведения исходного уравнения динамики (1) нелинейной неавтономной цепи к (5), отметим следующее. Во-первых, схема приведения обуславливает возможность выделения в искомых решениях (1) разрывов первого рода на основе корректного перехода от заданных предначальных условий к начальным, а также дифференцируемых разрывов первого рода, описываемых сингулярными составляющими решений. Во-вторых, эквивалентный характер проводимых преобразований исключает необходимость какого-либо вы-

нужденного изменения или дополнения исходного набора реакций цепи. В-третьих, достигаемая в результате унификация математического представления как самих дифференциальных уравнений (4), определяющих обобщенную каноническую форму (5), так и существующих в интервале сходимости степенных рядов (3) ее решений $x_r^+(t)$, $r = 1, 2, \dots, L_x$ обуславливает возможность построения сопряженных уравнениям (4) систем дифференциальных уравнений относительно новых независимых переменных [9], [10]. Указанные сопряженные системы уравнений составляют основу расчетных схем специализированных алгоритмов анализа динамики цепей выделенного класса.

Пример. Построение обобщенной канонической формы уравнения динамики нелинейной автономной электрической цепи, изображенной на рисунке, при направленном сужении ее пространства состояний.



На входе цепи действует источник напряжения $u(t) = U_m \delta_1(t)$, U_m – весовой коэффициент, резистивный R и емкостной C элементы линейны, а нелинейная ампер-веберная характеристика индуктивного элемента L описана выражением $\psi(i_L) = b_0 + b_1 i_L^{0.5}(t)$. Предначальные условия $u_c(0^-)$, $i_L(0^-)$ заданы.

Сформированное на основе законов Кирхгофа и уравнений элементов уравнение динамики рассматриваемой цепи относительно ее выделенной реакции $i_L(t)$ в форме (1) имеет следующий вид:

$$\|C^{-1}D^{-1}\| \|i_L(t)\| = \|u(t)\| + \| -u_c(0^-) - 0.5b_1 \times [i_L^{-0.5}(t)Di_L(t) + R^{-1}C^{-1}D^{-1}(i_L^{-0.5}(t)Di_L(t))] \| \quad (6)$$

Уравнение динамики (6) для цепи второго порядка относительно одной из ее переменных состояния носит интегрально-дифференциальный характер. Преобразовав (6) в соответствии с процедурой аналитической части аналитически-численного метода [7], получим следующее разложенное в окрестности бесконечно удаленной точки в ряд Лорана выражение для изображения

по Лапласу выделенной реакции $i_L(t)$ рассматриваемой цепи:

$$I_L(p) = I_L^+(p) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} B_{1-i} p^{i-1}}{\sum_{i=0}^{\infty} A_i p^i} = \sum_{i=0}^{\infty} R_i p^{-(1+i)}, \quad (7)$$

где A_i, B_{1-i} – коэффициенты:

$$A_2 = 0.5b_1CR_0^{-0.5}; \quad A_0 = 1; \quad B_1 = 0.5b_1CR_0^{-0.5}i_L(0^-);$$

$$B_0 = C[U_m - u_c(0^-)];$$

$$B_{-1} = -0.25Cb_1R_0^{-1.5}R_1^2 + 0.5b_1R^{-1}R_0^{-1.5}R_1; \dots$$

$$\text{при } A_1 = 0; \quad R_0 = \frac{B_1}{A_2} = i_L(0^-);$$

$$R_1 = \frac{B_0}{A_2} = \frac{2[U_m - u_c(0^-)]}{b_1} i_L^{0.5}(0^-); \dots$$

Коэффициенты R_i ряда Лорана в правой части (7) вычисляются по рекуррентной формуле, приведенной в [7]. Оригинал $i_L(t)$ для изображения (7) описывается следующим степенным рядом:

$$i_L(t) = i_L^+(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_i t^i / i!. \quad (8)$$

Тогда в обобщенной канонической форме (5) запись уравнения динамики (6) цепи, изображенной на рисунке, сводится к следующему:

$$\frac{di_L^+(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{\infty} R_1 i t^{i-1} / (i-1)!; \quad i = 1, \quad (9)$$

где $t \geq t_k$; $0^+ = t_k^+$; $i_L^+(0^+) = R_0$.

Поставленная задача полностью решена. Порядок рассматриваемой цепи равен двум и ее характеризуют две переменные состояния – $u_c(t)$ и $i_L(t)$. Однако уравнение динамики цепи в обобщенной канонической форме (9), сформированное лишь относительно одной из переменных состояния – $i_L(t)$, представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка. При необходимости уравнение динамики для цепи на рисунке могло быть сформировано в обобщенной канонической форме относительно, например, другой переменной состояния – $u_c(t)$ или любой иной реакции цепи, или определенного набора реакций цепи. В общем случае при реализации предложенного алгоритма формирования (5), число уравнений в ее рамках напрямую не связано с числом переменных состояния цепи.

Использование обобщенной канонической формы для решения специальных задач анализа качественных свойств и особенностей динамики нелинейных неавтономных цепей. К числу специальных задач, решение которых определяется с использованием канонической формы (5) описания динамики цепи, относится задача построения фазовых портретов цепей выделенного класса. Для построения фазовых траекторий реакций цепи используют либо метод фазового пространства, либо непосредственный расчет с применением численных методов. И то, и другое сопряжено с необходимостью описания динамики цепи в нормальной форме Коши [1], [2], [6]. Понятно, что при определенных видах и типах нелинейных характеристик элементов цепи корректное описание ее динамики в нормальной форме Коши само по себе достаточно проблематично, а если оно и сформировано, то последующая реализация численного расчета связана с серьезным усложнением схем необходимых математических преобразований.

Обобщенная каноническая форма (5) вследствие высокого уровня унификации своего математического представления и описания искомых решений позволяет формировать расчетные схемы для построения фазовых траекторий реакций нелинейной неавтономной цепи без привлечения каких-либо дополнительных математических преобразований, оставаясь только в рамках проведения соответствующих операций над степенными рядами. Использование (5) для построения фазового портрета цепи относительно, например, ее реакции $x_l^+(t)$, $l \in [1; L_x]$ сводится к следующему. Для системы дифференциальных уравнений (5) формируют сопряженную ей систему дифференциальных уравнений относительно новой независимой переменной $x = x_l^+(t)$, $l \in [1; L_x]$. С учетом результатов [9], [10] сопряженная (5) система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\frac{dx_j^+(x)}{dx} = \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{j,i} t^{i-1} / (i-1)! \right] \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{l,i} t^{i-1} / (i-1)! \right]^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} R_{j,i}^* x^{i-1} / (i-1)!, \quad j=1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, L_x; \quad (10)$$

$$\frac{dt(x)}{dx} = \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{l,i} t^{i-1} / (i-1)! \right]^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} R_{l,i}^* x^{i-1} / (i-1)!,$$

$$x' = \pm 1.$$

Необходимые начальные условия таковы: $x_0 = x_l^+(0^+) = R_{l,0}$, $x_j^+(x_0^+) = x_j^+(0^+) = R_{j,0}$, $0^+ = t_0^+$, $t(x_0^+) = t_0^+$, $l \in [1; L_x]$.

Система дифференциальных уравнений (10) – сопряженная по отношению к исходной системе дифференциальных уравнений (5) относительно новой независимой переменной $x = x_l^+(t)$, $l \in [1; L_x]$ и имеет обобщенную каноническую форму записи. Коэффициенты $R_{r,i}^*$, $r=1, 2, \dots, L_x$ степенных рядов в правых частях дифференциальных уравнений (10) вычисляют на основе соответствующих коэффициентов степенных рядов (3), руководствуясь правилами проведения операций над сходящимися степенными рядами и используя формулы, приведенные в [7]. Переход от системы дифференциальных уравнений (5) к сопряженной системе дифференциальных уравнений (10) носит эквивалентный характер, поскольку не изменяет характера и содержания причинно-следственных взаимосвязей, определяемых уравнением динамики (1) рассматриваемой нелинейной неавтономной электрической цепи.

Решения $x_j^+(x)$, $t(x)$ системы (10) описывают следующие степенные ряды:

$$x_j^+(x) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{j,i}^* x^i / (i)!; \quad (11)$$

$$t(x) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}^* x^i / (i)! ,$$

где $R_{r,i}^*$, $r=1, 2, \dots, L_x$ – коэффициенты, вычисленные по известным коэффициентам степенных рядов (3), причем $R_{j,0}^* = R_{j,0}$, $j=1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, L_x$, $R_{l,0}^* = t_0^+$, $l \in [1; L_x]$.

Последующий расчет и построение фазовых траекторий связаны с реализацией численной части аналитически-численного метода в отношении искомых решений, описываемых степенными рядами (11). Знак в правой части последнего из уравнений (10) выбирают таким образом, чтобы обеспечить положительное приращение на текущем шаге расчета искомого решения $t(x)$, $t_0 \leq t \leq T$. В связи с этим реализация численной части аналитически-численного метода сопряжена с использованием как положительно-

го, так и отрицательного шага расчета h_x [7]. Особенность численного расчета с отрицательным шагом h_x связана в описаниях (11) искомым решений $x_j^+(x)$, $t(x)$ системы дифференциальных уравнений (10) со следующей заменой:

$$R_{r,i}^* = -R_{r,i}^*, \quad i = 1, 3, 5, \dots$$

Подводя итог, отметим, что предложенный алгоритм построения фазовых портретов цепи на основе обобщенной канонической формы (5) позволяет решить поставленную задачу при описании динамики нелинейной неавтономной цепи (1). При этом вообще отсутствуют какие-либо ограничения в отношении возможности или необходимости предварительной записи уравнения динамики цепи в нормальной форме Коши, а также обязательности совпадения набора рассматриваемых реакции с переменными состояния цепи либо соответствия вида нелинейных характеристик элементов цепи условиям, определяющим реализацию расчетной схемы самого алгоритма.

Еще одной специальной задачей, эффективное решение которой определяется с использованием обобщенной канонической формы (5), является задача исследования чувствительности реакций нелинейной неавтономной цепи к вариации значений нестационарных параметров элементов цепи или ее внешних воздействий. Предположим, что необходимо оценить чувствительность реакций нелинейной неавтономной цепи к вариации значений ее нестационарного внешнего воздействия, определяемого источником напряжения или тока. Для решения поставленной задачи аналитическую функцию $f_l(t)$, $l \in [1; L_f]$, которая описывает внешнее воздействие цепи, раскладывают в окрестности точки с абсциссой $t = t_0$ в ряд Тейлора. Далее посредством дифференцирования полученного ряда Тейлора формируют описание динамики во времени внешнего воздействия $f_l(t)$, $l \in [1; L_f]$. Дополнив (5) уравнением динамики во времени внешнего воздействия $f_l(t)$, $l \in [1; L_f]$, получим

$$\begin{aligned} \dot{x}_r^+(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} R_{r,i} t^{i-1} / (i-1)!; \\ \dot{f}_l(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} R_{f,i} t^{i-1} / (i-1)!; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} i = 1, \quad x_r^+(0^+) &= R_{r,0}; \quad f_l(0^+) = R_{f,0}; \\ 0^+ &= t_0^+; \quad t \in [0^+; 0^+ + h_1], \end{aligned} \quad (13)$$

где $r = 1, 2, \dots, L_x$; $R_{f,i}$, $i \in |\mathbf{Z}|$ – коэффициенты разложения аналитической функции $f_l(t)$ в ряд Тейлора, причем в точке разложения $R_{f,1} \neq 0$.

Записанная в обобщенной канонической форме система дифференциальных уравнений (12)–(13), полностью аналогична по математическому содержанию и базису системе дифференциальных уравнений (5). При использовании системы дифференциальных уравнений (12)–(13) сопряженная ей относительно новой независимой переменной $f = f_l$, $l \in [1; L_f]$ и сформированная с учетом результатов [9], [10] система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_r^+(f)}{df} &= \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{r,i} t^{i-1} / (i-1)! \right] \times \\ &\times \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{f,i} t^{i-1} / (i-1)! \right]^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} R_{r,i}^* f^{i-1} / (i-1)!; \\ \frac{dt(f)}{df} &= \left[\sum_{i=1}^{\infty} R_{f,i} t^{i-1} / (i-1)! \right]^{-1} = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} R_{t,i} f^{i-1} / (i-1)!; \quad f' = \pm 1, \\ f &\in [f_l(0^+); f_l(h_1)]; \quad f_0 = f_l(0^+) = R_{f,0}; \\ x_r^+(f_0^+) &= x_r^+(0^+) = R_{r,0}; \quad t(f_0^+) = t_0 = R_{t,0} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где h_1 – шаг расчета; $r = 1, 2, \dots, L_x$; $R_{r,i}^*$, $R_{t,i}$ – коэффициенты степенных рядов, полученные в результате проведения соответствующих операций над степенными рядами в правых частях уравнений (12)–(13).

Переход от (5) к (14) носит эквивалентный характер, поскольку не изменяет характера и содержания причинно-следственных взаимосвязей, определяемых уравнением динамики (1) рассматриваемой нелинейной неавтономной электрической цепи.

Решения $t(f)$, $x_r^+(f)$ сопряженной системы дифференциальных уравнений (14) описывают следующие степенные ряды:

$$x_r^+(f) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{r,i}^* f^i / i!, \quad r = 1, 2, \dots, L_x;$$

$$t(f) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{t,i} f^i / i!.$$

Последующий расчет приближенных значений искомым решений $t(f)$, $x_r^+(f)$ сопряженной системы дифференциальных уравнений (14) связан с реализацией численной части аналитически-численного метода [7]. Знак в правой части последнего из уравнений (14) выбирают таким образом, чтобы обеспечить необходимое положительное приращение на текущем шаге расчета искомого решения $t(f)$. В связи с этим реализация численной части аналитически-численного мето-

да сопряжена с использованием как положительного, так и отрицательного шага расчета h_x .

Выявленные в результате расчета особенности динамики приближенных решений системы дифференциальных уравнений (14) характеризуются местоположением и длительностью участков быстрого и медленного изменения решений, интервалов их монотонности и непрерывности, а также условиями существования в решениях разрывов первого рода. Все это служит исходным материалом для организации проблемно-ориентированных исследований в отношении чувствительности реакций нелинейной неавтономной цепи к вариации значений ее нестационарного внешнего воздействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 1989. 447 с.
2. Данилов Л. В., Матханов П. Н., Филиппов Е. С. Теория нелинейных электрических цепей. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.
3. Егоренков Д. Л., Фрадков А. Л., Харламов В. Ю. Основы математического моделирования с примерами на языке MATLAB. СПб.: Изд-во БИТУ, 1996. 192 с.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980. 535 с.
5. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / пер. с англ. И. А. Кульчицкой, С. С. Филиппова (ред.). М.: Мир, 1990. 512 с.
6. Андриевский Б. Р. Анализ систем в пространстве состояний / ИПМаш РАН. СПб., 1997. 206 с.

7. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Аналитический и численный расчет детерминированных нелинейных моделей динамических систем с сосредоточенными и распределенными нестационарными параметрами. 2-е изд., перераб. и доп.. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. 388 с.
8. Воднев В. Г., Наумович А. Ф., Наумович Н. Ф. Математический словарь высшей школы. М.: Изд-во МПИ, 1988. 527 с.
9. Гофен А. М. Быстрое разложение в ряд Тейлора и решение задачи Коши // Журн. вычисл. мат. и физ. 1982. Т. 22, № 5. С. 13–22.
10. Гофен А. М. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом Тейлора и проблема шага: препринт. М.: ИПИ АН СССР, 1991. 29 с.

Yu. A. Bychkov
 Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»
 S. V. Sherbakov
 Pskov State University

THE ALGORITHM OF CREATION AND COMPUTATIONAL CAPABILITIES OF THE GENERALIZED CANONICAL FORM OF THE DESCRIPTION OF THE DYNAMICS OF NONLINEAR NONAUTONOMOUS ELECTRIC CIRCUITS

The algorithm of formation of the generalized canonical form of the description of the dynamics of nonlinear nonautonomous electric circuits with concentrated parameters is proposed. The computational basis of the algorithm is the calculation scheme of the analytical-numerical method, providing the formation of functional-power series for the regular components of the desired solutions of the equations of dynamics of circuits. Problem-oriented algorithms for solving special problems on the basis of the generalized canonical form of the description of the dynamics of nonlinear nonautonomous circuits are proposed. Reduction of the equation of dynamics of a nonlinear nonautonomous circuits to a generalized form of recording can be performed at any discrete moment of time from a given interval of the study. The description of dynamics of a nonlinear nonautonomous circuit by means of a system of differential equations corresponds to the generalized canonical form of record of the initial equation of a circuit dynamics. The generalized character of the formed canonical form determines the unified forms of representation of the right parts of its differential equations and descriptions by means of convergent power series of its existing solutions. This unification increases the level of algorithmic procedures in the framework of building problem-oriented algorithms for the analysis of dynamics of nonlinear nonautonomous circuits.

The electrical circuit, the reaction of the circuit, the nonlinear characteristics, nonstationary parameters, the description of the chain dynamics, canonical form of the description, the calculation of the circuit dynamics, the phase portraits of the circuit