

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Салех Б. Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения. Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2012. Т. 1. 760 с.

2. Малютин, А. А. Вырожденные эллиптические моды конфокального резонатора // Квантовая электроника. 1997. Т. 24, № 8. С. 736–740.

3. Быков В. П. Силичев О. О. Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2004. 320 с.

4. Ищенко. Е. Ф. Открытые оптические резонаторы: Некоторые вопросы теории и расчета. М.: Сов. радио, 1980. 208 с.

E. V. Shalymov

Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

ON THE DEGENERATION OF TRANSVERSE MODES IN A RING CONFOCAL CAVITY

There is well-known device – classic confocal resonator (linear confocal cavity). Linear confocal cavities are characterized by degeneration of higher transverse modes. There is no analysis of the properties of the ring confocal cavity in the literature. In the article properties of a ring confocal cavity are analyzed and the hypothesis that the spectrum of this device are characterized by degeneration of higher transverse modes is checked.

Degeneration of modes, confocal cavity, linear cavity, ring cavity

УДК 534.232

Б. Г. Степанов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Об излучении одиночным преобразователем волноводного типа через его водозаполненные апертуры в полубесконечные пространства

Для одиночного преобразователя волноводного типа, образованного соосным набором пьезоцилиндров с фазированным возбуждением по типу бегущей волны, получено решение задачи об излучении через его водозаполненные апертуры в граничащие с ними полубесконечные пространства. Приводятся примеры расчетов распределения нормальных компонент колебательной скорости во фронтальной и тыльной апертурах, частотных характеристик звукового давления при излучении во фронтальном и тыльном направлениях, а также характеристик направленности. Анализируется влияние конструктивных параметров преобразователя волноводного типа на указанные характеристики.

Гидроакустический преобразователь, волновод, излучение в полупространство, синтез частотных характеристик

В работах [1], [2] рассматривались принцип построения и основные характеристики эффективных сверхширокополосных (3 октавы и более) гидроакустических преобразователей волноводного типа (ПВТ), которые представляют собой соосный набор N идентичных, водозаполненных пьезоцилиндров l с внутренним радиусом a , высотой l и межцентровым расстоянием d (рис. 1), разделенных по торцам акустически гибкими проклад-

ками 2, обеспечивающими независимость колебаний пьезоцилиндров. Внешняя боковая поверхность пьезоцилиндров и всего ПВТ является свободной, например граничит с воздухом. Возбуждение пьезоцилиндров осуществляется электрическими напряжениями $U_i = U_{mi}(\omega)e^{j\psi_i(\omega)}$, где $U_{mi}(\omega)$ и $\psi_i(\omega)$ – амплитуды и фазы электрических напряжений, которые в общем случае зави-

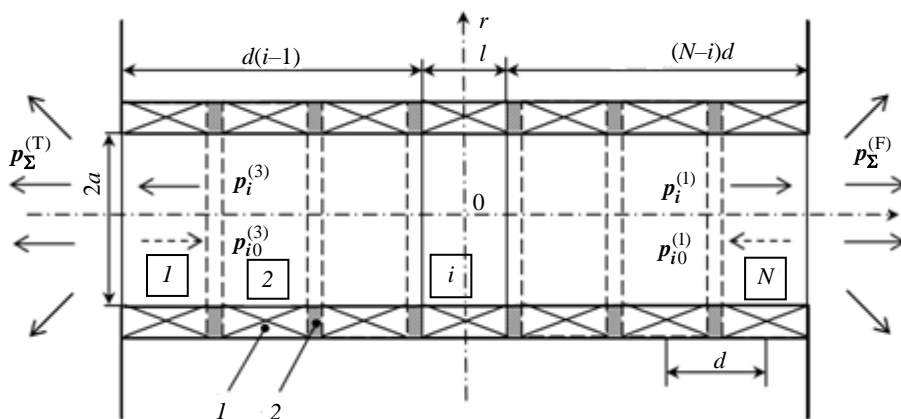


Рис. 1

сят от частоты, геометрических параметров ПВТ и определяются выбором способа его возбуждения; $i = 1, 2, \dots, N$. Расчетная модель ПВТ, предложенная в [1], [2], предполагает нагруженность его апертур на полубесконечные водозаполненные волноводы. Это предопределяет использование ПВТ в составе антенны, которая обеспечивает достаточную нагруженность их излучающих апертур во всем рабочем диапазоне частот. При этом собственно гидроакустическая антенна формируется параллельным набором ПВТ, подобно антенне, составленной из традиционных стержневых преобразователей.

Для ряда задач гидроакустики, таких как сканирование характеристики направленности, излучение различно структурированных в пространстве сигналов китообразных [3], [4] и других коротких акустических импульсов, определенный интерес представляет рассмотрение работы одиночного ПВТ, излучающего через свои фронтальную (индекс F) и тыльную (индекс T) апертуры, которые расположены в акустически жестких экранах, в граничание с ними полубесконечные пространства. В этом случае на характер возбуждения и излучения ПВТ будут влиять не только значения его параметров и волновой размер водозаполненных апертур, но и отраженные от них звуковые волны. Исследованию этих вопросов в определенной мере и посвящена данная статья.

В соответствии с расчетной моделью (рис. 1) радиальную компоненту колебательной скорости на внутренней боковой поверхности пьезоцилиндров зададим в виде $v_r|_{r=a} = v_i = v_{ai}(\omega)e^{-j[\omega t - \psi_i(\omega)]}$, где $v_{ai}(\omega)$ и $\psi_i(\omega)$ – амплитуда и фаза. Подобно [1], для обеспечения режима бегущей волны в ПВТ от пьезоцилиндра l к пьезоцилиндру N будем полагать, что $\psi_i(\omega) = k_0 d(i-1) = \omega \tau(i-1)$, где $k_0 = \omega/c_0$; $\tau = d/c_0$; c_0 – скорость звука в жид-

кости (вода), заполняющей внутреннюю полость ПВТ (пьезоцилиндров). На внутренней боковой поверхности акустически гибких прокладок $v_r|_{r=a} = 0$. Рассмотрим предварительно работу одного пьезоцилиндра с номером i в составе ПВТ. Воспользуемся формулами для звуковых давлений, полученными в [5] для одиночного пьезоцилиндра, излучающего через торцевые апертуры в полубесконечные волноводы. При этом для удобства последующих преобразований запишем выражения для звуковых давлений, создаваемых i -м пьезоцилиндром справа $p_i^{(1)}(z, r)$ и слева $p_i^{(3)}(z, r)$ от него, соответственно, в следующем виде:

$$p_i^{(1,3)}(z, r) = -2z_0 v_i k_0 a \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(\beta_n r/a) \sin(k_n l/2) e^{\pm j k_n z}}{J_0(\beta_n) (k_n a)^2}, \quad (1)$$

где $k_n = \sqrt{k_0^2 - \lambda_n^2}$ при $k_0 > \lambda_n$ и $k_n = j\sqrt{k_0^2 - \lambda_n^2}$ при $k_0 < \lambda_n$; $n = 1, 2, \dots$; $\lambda_n = \beta_n/a$; $z_0 = \rho_0 c_0$ – удельный импеданс жидкости (вода); β_n – корень уравнения $J_1(\beta_n) = 0$. Знак «+» в показателе экспоненты соответствует индексу (1) в обозначении звукового давления, а знак «-» – индексу (3). Временной множитель $e^{-j\omega t}$ здесь и в дальнейших вычислениях опускаем. Для решения задачи об излучении в полупространства удобно перейти к новой системе координат $r'0z'$, где $r = r'$; $z' = z - z_i^{(1,3)}$; $z_i^{(1)} = d(N-i) + l/2$; $z_i^{(3)} = -[d(i-1) + l/2]$; z' – координата, отсчитываемая от фронтальной или тыльной апертуры ПВТ.

Выражения для звуковых давлений волн, отраженных от фронтальной $p_{i0}^{(1)}(z', r)$ и тыльной

$p_{i0}^{(3)}(z', r)$ апертур и излученных через них в соответствующие внешние полупространства $p_i^{(F)}(z', r')$ и $p_i^{(T)}(z', r')$, запишем в виде

$$p_{i0}^{(1,3)}(z', r) = -2z_0 v_i k_0 a \times \sum_{n=0}^{\infty} R_{in}^{(F, T)} \frac{e^{jk_n z_i^{(1,3)}} J_0(\lambda_n r) \sin(k_n l / 2)}{J_0(\beta_n)(k_n a)^2} e^{\mp jk_n z'}; \quad (2)$$

$$p_i^{(F, T)}(z', r') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} A^{(F, T)}(k_t) J_0(k_t r') e^{\pm j\gamma_t z'} k_t dk_t, \quad (3)$$

где $R_{in}^{(F, T)}$ – формальные коэффициенты отражения для нормальных волн порядка n от соответствующих апертур ПВТ при излучении i -м пьезоцилиндром. Выражение (3) представлено в интегральной форме [6]–[8], где $A^{(F, T)}(k_t)$ – спектральные функции, подлежащие определению; $k_t^2 + \gamma_t^2 = k_0^2$; $\gamma_t = \sqrt{k_0^2 - k_t^2}$ при $k_0 > k_t$ и $\gamma_t = j\sqrt{k_t^2 - k_0^2}$ при $k_0 < k_t$; $n = 1, 2, \dots$

Граничные условия для данной задачи, исходя из равенства звуковых давлений и z -компонент колебательной скорости $v_z(z, r) = \frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p(z, r)}{\partial z}$, с учетом $r = r'$, запишем в следующем виде:

$$\left[p_i^{(1,3)}(z', r) + p_{i0}^{(1,3)}(z', r) \right]_{z'=0} = p_i^{(F, T)}(z', r) \Big|_{z'=0}, \quad \text{при } 0 \leq r < a; \quad (4)$$

$$\frac{\partial p_i^{(F, T)}(z', r)}{\partial z'} \Big|_{z'=0} = \begin{cases} \frac{\partial [p_i^{(1,3)}(z', r) + p_{i0}^{(1,3)}(z', r)]}{\partial z'} \Big|_{z'=0}, & \text{при } 0 \leq r \leq a; \\ 0, & \text{при } r > a. \end{cases} \quad (5)$$

Подстановка выражений (1)–(3) в граничное условие (5) дает:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} A^{(F, T)}(k_t) J_0(k_t r) \gamma_t k_t dk_t =$$

$$= \begin{cases} 2z_0 v_i k_0 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n r) \sin(k_n l / 2) e^{\pm jk_n z_i^{(1,3)}}}{J_0(\beta_n) k_n a} \times \right. \\ \left. \times (R_{in}^{(F, T)} - 1) \right], & r \leq a; \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (6)$$

Для нахождения функций $A^{(F, T)}(k_t)$ умножим равенство (6) на $J_0(kr)r$, где $0 \leq k < \infty$, и проинтегрируем по r от 0 до $+\infty$. Тогда, используя интегральные преобразования Фурье–Бесселя и Ломмеля [9], с учетом того что интегрирование правой части равенства (6) проводится в пределах $r \in [0, a]$, $\lambda_n a = \beta_n$ и $J_1(\beta_n) = 0$, выполнив необходимые преобразования, найдем выражение для спектральных функций $A^{(F, T)}(k_t)$:

$$A^{(F, T)}(k_t) = \frac{4\pi z_0 v_i k_0}{\gamma_t} k_t \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(k_n l / 2) J_1(k_t a) e^{\pm jk_n z_i^{(1,3)}}}{(k_t^2 - \lambda_n^2) k_n} (R_{in}^{(F, T)} - 1) \right]. \quad (7)$$

Подстановка выражений (1)–(3) в граничное условие (4) дает:

$$-2z_0 v_i k_0 a \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{\pm jk_n z_i^{(1)}} J_0(\lambda_n r) \sin(k_n l / 2)}{J_0(\beta_n)(k_n a)^2} (1 + R_{in}^{(F, T)}) \right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} A^{(F, T)}(k_t) J_0(k_t r) k_t dk_t. \quad (8)$$

Подставим (7) в формулу (8), умножим обе части полученного выражения на $J_0(\lambda_m r)r$ и проинтегрируем его по r в пределах от 0 до a . Тогда, используя свойство ортогональности функций Бесселя и интегральное представление Ломмеля [9], выполнив перегруппировку слагаемых, окончательно получим бесконечную систему линейных уравнений относительно коэффициентов $R_{in}^{(F, T)}$, которую можно записать в следующем виде:

$$\sum_{n=0}^{\infty} M_{imn} R_{in}^{(F, T)} = C_{im}, \quad (9)$$

где

$$M_{imn} = \frac{e^{\pm jk_n z_i^{(1,3)}} \sin(k_n l/2)}{k_n} I_{mn} +$$

$$+ \delta_{mn} \frac{e^{\pm jk_m z_i^{(1,3)}} \sin(k_m l/2)}{2k_m^2};$$

$$C_{im} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{e^{\pm jk_n z_i^{(1,3)}} \sin(k_n l/2)}{k_n} I_{mn} - \right.$$

$$\left. - \delta_{mn} \frac{e^{\pm jk_m z_i^{(1,3)}} \sin(k_m l/2)}{2k_m^2} \right];$$

$$I_{mn} = \int_0^{+\infty} \frac{k_t^3 [J_1(k_t a)]^2}{\gamma_t (k_t^2 - \lambda_n^2)(k_t^2 - \lambda_m^2)} dk_t;$$

δ_{mn} – символ Кронекера; $m = 0, 1, 2, \dots$

Система (9) относительно коэффициента $R_{in}^{(F)}$ или $R_{in}^{(T)}$ может быть решена методом редукции. Структура интеграла I_{mn} подобна интегралам, полученным в [7], [8] в ходе решения задач об излучении из круглой трубы с жестким фланцем. Очевидно, что значение интеграла I_{mn} не изменится при перестановке индексов m и n . В частности, можно принять $0 \leq m \leq n \leq n^*$, где n^* – размер усеченной системы. В качестве верхнего предела интеграла I_{mn} будем использовать $\beta_{n \max}$ – достаточно большой корень функции $J_1(x)$ или просто большое число, такое, чтобы интеграл по промежутку $\beta_{n \max} \leq x < \infty$ был практически равен нулю. Отметим также, что неустраимых особенностей при вычислении интеграла не возникает, так как $\lim_{x \rightarrow 0} J_1(x)/x = 0.5$.

В ходе расчетов было установлено, что достаточно хорошие для практических целей результаты получаются уже при выборе порядка системы (9) $n^* \geq 6$ и верхнего предела интегрирования $\beta_{n \max} \geq \beta_{20}$. При выполнении численных расчетов для системы (9), а также для итоговых выражений звуковых давлений и колебательных скоростей удобно перейти к безразмерным величинам $\gamma_t a$; $k_t a$; $\beta_{n,m} = a \cdot \lambda_{n,m}$; $k_0 a$, основной из которых является волновой размер излучающих апертур преобразователя волнового типа $k_0 a$.

Подстановка формулы (7) в (3), позволяет получить выражения для звуковых давлений $p_i^{(F)}(z', r')$

и $p_i^{(T)}(z', r')$, создаваемых i -м пьезоцилиндром в правом и левом полупространствах:

$$p_i^{(F, T)}(z', r') = -2z_0 v_i k_0 \times$$

$$\times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[k_n l/2] e^{\pm jk_n z_i^{(1,3)}}}{k_n} (1 - R_{in}^{(F, T)}) \right] \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \frac{k_t^2 J_1(k_t a) J_0(k_t r') e^{\pm j\gamma_t z'} dk_t}{\gamma_t (k_t^2 - \lambda_n^2)}. \quad (10)$$

Следует отметить, что система уравнений (9) для коэффициента $R_{in}^{(F)}$ или $R_{in}^{(T)}$ не зависит от комплексной амплитуды $z_0 v_i$ падающей волны, а определяется исключительно геометрией задачи, в частности, расстоянием от центра i -го пьезоцилиндра до фронтальной или тыльной апертуры ПВТ. Так, например, расстояние от центра i -го пьезоцилиндра до тыльной апертуры ПВТ, равное $d(i-1)+l/2$, соответствует расстоянию от центра s -го пьезоцилиндра с номером $s = N - i + 1$ до его фронтальной апертуры, равному $d(N-s)+l/2$. Поэтому можно получить следующее соотношение: $R_{in}^{(T, F)} = R_{sn}^{(F, T)} = R_{N-i+1, n}^{(F, T)}$, которое подтверждается результатами расчетов. Иными словами, наблюдается определенная симметрия в значениях коэффициентов $R_{in}^{(F)}$ и $R_{in}^{(T)}$ при отражении от фронтальной и тыльной апертур ПВТ. Это позволяет при соответствующей организации алгоритма вычисления заметно сократить время, необходимое для расчетов.

Формально введенные коэффициенты $R_{in}^{(F, T)}$ удобны для построения решения рассматриваемой задачи, но не являются коэффициентами разложения по базовым функциям цилиндрического волновода. В связи с этим определенный интерес представляет сопоставление значений этих коэффициентов, например $R_{in}^{(F)}$, или связанных с ними величин, а также коэффициентов A_n , полученных авторами работы [7], в которой рассматривалась задача о распространении плоской волны в цилиндрическом волноводе, отражении ее от отверстия с бесконечным фланцем, граничащим с полупространством, и излучением в него. В качестве падающей волны воспользуемся выражением (1), которое кроме плоской волны ($n=0$) с

Коэффициент	Вещественная и мнимая составляющие		
	$k_0a = 0.5$	$k_0a = 2$	$k_0a = 3.5$
A_0	$-0.6022 - j 0.5453$	$0.0353 - j 0.2527$	$0.0134 - j 0.0802$
$A_{10}^{(F)} = R_{10}^{(F)}$	$-0.6023 - j 0.5494$	$0.0374 - j 0.2554$	$0.0126 - j 0.0805$
A_1	$0.0382 - j 0.1027$	$0.2978 - j 0.2105$	$0.7547 + j 0.1278$
$A_{11}^{(F)}$	$0.0380 - j 0.1014$	$0.2996 - j 0.2118$	$0.7534 + j 0.1256$
A_2	$-0.0198 + j 0.0543$	$-0.1150 + j 0.1073$	$-0.1708 + j 0.0779$
$A_{12}^{(F)}$	$-0.0194 + j 0.0527$	$-0.1155 + j 0.1075$	$-0.1704 + j 0.0780$

амплитудой, отличающейся от принятой в [7], учитывает, в зависимости от величины k_0a , влияние нормальных волн порядка $n \geq 1$. В соответствии с работой [7] запишем выражения для звуковых давлений в падающей и отраженной волнах в виде $p^{(i)}(z', r) = -z_0 V_0 e^{-jk_0 z'}$ и $p^{(r)}(z', r) = -z_0 V_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0(\lambda_n r) e^{-jk_n z'}$. Здесь отраженная волна представлена в виде суммы базовых функций (нормальных волн) для цилиндрического волновода с осевой симметрией; A_n – коэффициенты разложения; V_0 – амплитуда падающей волны. Полагая $n = 0$ в формуле (1), определим слагаемое, соответствующее плоской волне:

$$p_i^{(1)}(z', r) \Big|_{n=0} = -\frac{2z_0 v_i \sin[k_0 l / 2] e^{jk_0 z_i^{(1)}}}{k_0 a} e^{jk_0 z'}$$

Сравнив выражения для звуковых давлений $p^{(i)}(z', r)$ и $p_i^{(1)}(z', r) \Big|_{n=0}$, найдем: $V_0 = \frac{2v_i \sin[k_0 l / 2] e^{jk_0 z_i^{(1)}}}{k_0 a}$. Учитывая различие в амплитудах падающих волн в выражениях для $p^{(i)}(z', r)$ и $p_i^{(1)}(z', r) \Big|_{n=0}$, перепишем формулу (2) в следующем виде:

$$p_{i0}^{(1)}(z', r) = -\frac{2z_0 v_i \sin[k_0 l / 2] e^{jk_0 z_i^{(1)}}}{k_0 a} \times \sum_{n=0}^{\infty} R_{in}^{(F)} \frac{e^{jk_n z_i^{(1)}} k_0^2 J_0(\lambda_n r) \sin[k_n l / 2]}{J_0(\beta_n) k_n^2 \sin[k_0 l / 2] e^{jk_0 z_i^{(1)}}} e^{-jk_n z'}$$

Сравнение полученной формулы для $p_{i0}^{(1)}(z', r)$ и для отраженной волны $p^{(r)}(z', r)$ из работы [7]

позволяет установить соответствие $A_n = A_{in}^{(F)} = R_{in}^{(F)} \frac{e^{j(k_n - k_0) z_i^{(1)}} k_0^2 \sin[k_n l / 2]}{J_0(\beta_n) k_n^2 \sin[k_0 l / 2]}$. В частности, для $n = 0$ получим: $A_0 = A_{i0}^{(F)} = R_{i0}^{(F)}$. Для значений $n = 0; 1; 2$ в таблице приведены результаты расчетов для коэффициентов A_n и $A_{in}^{(F)}$ согласно данным, представленным в [7], и полученным при решении системы (9). В последнем случае результаты расчетов приведены для первого по номеру пьезоцилиндра ($i = 1$) и следующих значений параметров преобразователя волноводного типа: $N = 10$; $l/a = 0.6$; $d/a = 0.7$. Здесь следует отметить, что значения коэффициентов $A_{in}^{(F)}$ в общем случае зависят от параметров N , l/a , d/a и местоположения пьезоцилиндра. Однако в основном эта зависимость проявляется для последних по номеру пьезоцилиндров и для частот $k_0a > 2$. В определенной мере это объясняется степенью приближения к структуре волноводного распространения звуковых волн, которая для пьезоцилиндров, близких к излучающим апертурам, может быть нарушена. Учет дополнительных пассивных участков ПВТ длиной d_F и d_T , расположенных между крайними пьезоцилиндрами и его апертурами, путем добавления их в $z_i^{(1)}$ и $z_i^{(3)}$ уменьшает указанную зависимость.

Выполненная сопоставительная оценка показывает, что получено вполне удовлетворительное соответствие результатов расчетов для коэффициентов A_0 и $A_{in}^{(F)}$ как по знакам и значениям их вещественной и мнимой составляющих, так и по тенденции их изменения.

В соответствии с принципом суперпозиции полное звуковое давление, создаваемое N пьезо-

цилиндрами ПВТ, соответственно, во фронтальном и тыльном направлениях будет:

$$p_{\Sigma}^{(F)} = \sum_{i=1}^N p_i^{(F)}(z', r') \text{ и } p_{\Sigma}^{(T)} = \sum_{i=1}^N p_i^{(T)}(z', r').$$

Тогда, с учетом (10), перейдя к волновым размерам и ранее принятым обозначениям, можно записать:

$$p_{\Sigma}^{(F, T)} = -2z_0 k_0 a \sum_{i=1}^N v_i \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(k_n a)l/2a]}{k_n a} \left(1 - R_{in}^{(F, T)}\right) e^{\pm \frac{j(k_n a)z_i^{(1,3)}}{a}} \right] \times \int_0^{\infty} \frac{x^2 J_1(x) J_0(xr'/a)}{(x^2 - \beta_n^2) \gamma_{ta}} e^{\pm \frac{j(\gamma_{ta})z'}{a}} dx. \quad (11)$$

Здесь положительные знаки экспонент соответствуют излучению во фронтальном направлении (индексы F и 1), а отрицательные знаки – излучению в тыльном направлении (индексы T и 3); $x = k_t a$. При необходимости выражение (11) позволяет учесть изменения в характере возбуждения пьезоцилиндров ПВТ. С этой целью комплексные амплитуды колебательной скорости v_i определяются из системы уравнений [1], описывающей колебательный процесс N пьезоцилиндров с учетом их взаимодействия по полю, для заданных величин электрических напряжений U_i (задача анализа).

С учетом формул (11) можно найти выражения для z -компонент суммарной колебательной скорости при излучении во фронтальном и тыльном направлениях $v_{\Sigma}^{(F)}(z', r')$ и $v_{\Sigma}^{(T)}(z', r')$. Полагая в этих формулах $z' = 0$, с учетом $r = r'$, получим выражения для распределения колебательной скорости в плоскости фронтальной и тыльной апертур ПВТ:

$$v_{\Sigma}^{(F, T)}(r) = -2 \sum_{i=1}^N v_i \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(k_n a)l/2a]}{k_n a} \left(1 - R_{in}^{(F, T)}\right) e^{\pm \frac{j(k_n a)z_i^{(1,3)}}{a}} \right] \times \int_0^{\infty} \frac{x^2 J_1(x) J_0(xr/a)}{(x^2 - \beta_n^2)} dx. \quad (12)$$

Рассмотрим некоторые результаты расчетов с использованием формул (11) и (12) в предположении выполнения условий возбуждения пьезоцилиндров в соответствии с решением задачи синтеза для ПВТ [1]. В этом случае во всем рабочем диапазоне частот ПВТ достаточно задать амплитуды колебательной скорости пьезоцилиндров, равными по значению и не зависящими от частоты, т. е. $v_{ai}(\omega) = v_a = \text{const}$. На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов для распределения нормированных амплитуд $|v_{\Sigma}^{(F)}|$, $|v_{\Sigma}^{(T)}|$ и фаз $\arg v_{\Sigma}^{(F)}$, $\arg v_{\Sigma}^{(T)}$ колебательных скоростей во фронтальной и тыльной апертурах ПВТ, имеющие следующие значения параметров: $N = 10$; $l/a = 0.4$; $d/a = 0.46$. Номера кривых для обоих рисунков соответствуют: 1 – $k_0 a = 1$; 2 – $k_0 a = 2$; 3 – $k_0 a = 4$; 4 – $k_0 a = 6$. Согласно результатам расчетов, распределение суммарной амплитуды колебательной скорости $|v_{\Sigma}^{(F)}|$ во фронтальной апертуре ПВТ в среднем близко к равномерному (подобно случаю излучения в волновод [2]). Причем это приближение улучшается по мере увеличения волнового размера $k_0 a$. Увеличение суммарной амплитуды колебательной скорости в области значений $r/a > 0.9$, особенно для сравнительно низких частот, связано с проявлением краевых дифракционных эффектов. Указанный характер изменения суммарной амплитуды колебательной скорости $|v_{\Sigma}^{(F)}|$ в целом коррелирует с данными, приведенными в [8]. Суммарная амплитуда колебательной скорости $|v_{\Sigma}^{(F)}|$ определяется синфазным сложением волн, формируемых каждым пьезоцилиндром, и увеличивается с ростом числа пьезоцилиндров N и значения параметра d/a . Однако для величины d/a имеется ограничение, обусловленное условием отсутствия добавочного максимума в тыльном направлении [1], т. е. $d/a \leq 0.82$. Что касается распределения фазы колебательной скорости $\arg v_{\Sigma}^{(F)}$ во фронтальной апертуре, то ее значения также слабо зависят от r/a , даже в области частот $k_0 a > \beta_1 \approx 3.83$, в которой кроме плоской волны начинает распространяться нормальная волна с номером $n = 1$. В плоскости тыльной апертуры ПВТ суммарная амплитуда колебательной скорости $|v_{\Sigma}^{(T)}|$, ввиду

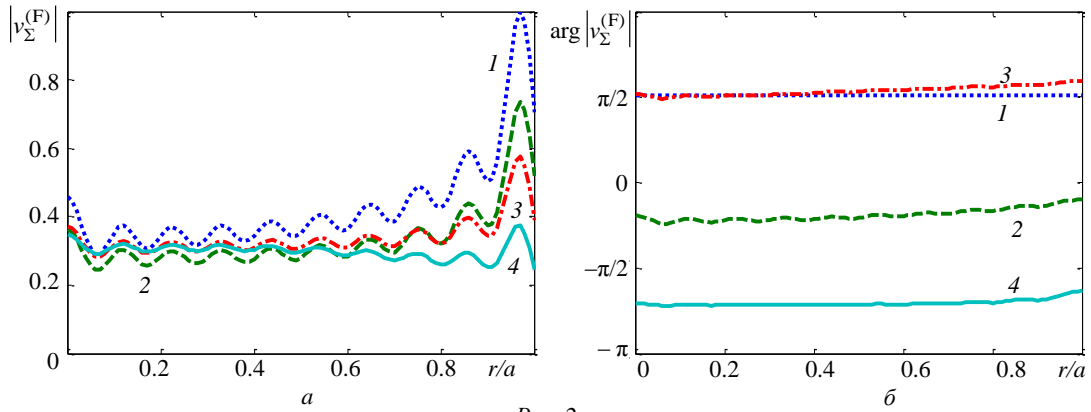


Рис. 2

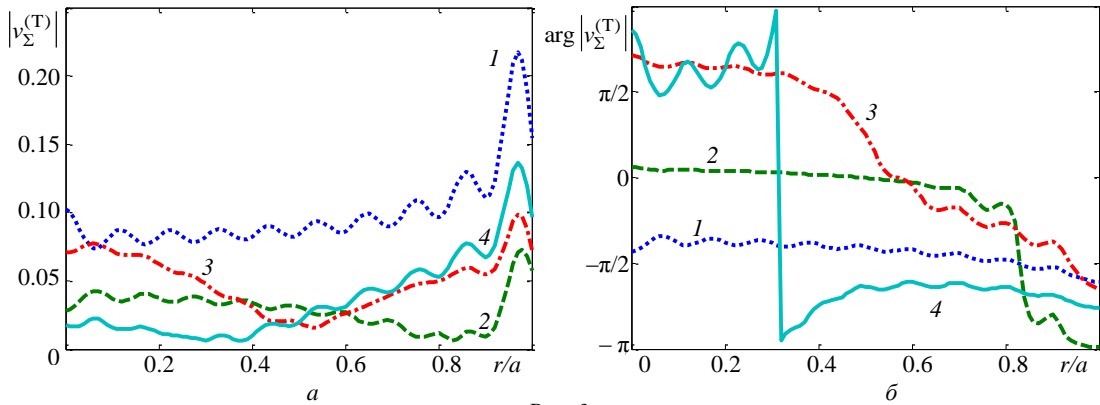


Рис. 3

расфазировки волн, излучаемых каждым пьезоцилиндром, имеет меньшее значение, чем во фронтальной апертуре, при этом распределение $|v_{\Sigma}^{(T)}|$ в области частот $k_0 a < \beta_1$ тоже сравнительно слабо зависит от r/a , но распределение фазы $\arg v_{\Sigma}^{(T)}$ оказывается более заметным. Причем по мере увеличения волнового размера $k_0 a$ в распределении фазы постепенно начинают появляться противофазные участки, которые свидетельствуют о появлении соответствующих радиальных областей в распределении $|v_{\Sigma}^{(T)}|$ и могут привести к частичному акустическому короткому замыканию. Это способствует дополнительному уменьшению уровня тыльного излучения, особенно в области частот $k_0 a > \beta_1$.

При рассмотрении излучения ПВТ во внешние полупространства (фронтальное и тыльное), ввиду осевой симметрии задачи, удобно перейти к полярным координатам: $r' = R \sin \theta$ и $z' = R \cos \theta$. На рис. 4 приведены нормированные амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) звукового давления $|p_{\Sigma}^{(F, T)}|$ при излучении во фронтальном (кривые 1 – 4) и тыльном (кривые 1' – 4') направлениях одиночным ПВТ, содержащим $N = 10$ пье-

зоцилиндров и имеющим разные значения относительных размеров: $l/a = 0.4$; $d/a = 0.46$ – для рис. 4, а; $l/a = 0.8$; $d/a = 0.92$ – для рис. 4, б. АЧХ звукового давления приведены для случая достаточно удаленного расположения точки наблюдения (дальняя зона), когда $R = 20l/a$. Номера кривых соответствуют следующим значениям углов: 1(1') – $\theta = 0^\circ$; 2(2') – $\theta = 10^\circ$; 3(3') – $\theta = 20^\circ$; 4(4') – $\theta = 30^\circ$. Согласно результатам расчетов при излучении во фронтальном направлении по мере увеличения параметра l/a увеличивается общий уровень нормированной АЧХ излучения, а характер ее изменения в области частот $k_0 a > 1$ становится более пологим. Величина $d/a = (l + \Delta)/a$, где Δ – толщина акустически гибких прокладок, в основном сказывается на возможности появления добавочного максимума при излучении в тыльном направлении и смещении его в сторону низких частот с ростом Δ . Ввиду синфазности сложения волн, излучаемых пьезоцилиндрами во фронтальном направлении, ПВТ работает в достаточно широком диапазоне частот. При этом увеличение числа N пьезоцилиндров приводит к росту общего уровня излуче-

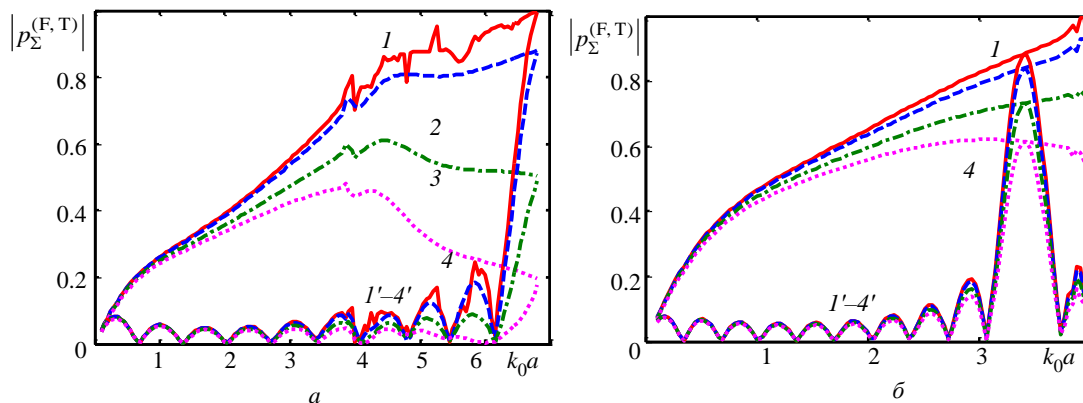


Рис. 4

ния ПВТ, но не сказывается на форме его АЧХ, что согласуется с результатами [1]. Что касается излучения в тыльном направлении, то, подобно рассмотренному в [1] случаю излучения в условный волновод, его уровень меньше уровня излучения во фронтальном направлении, причем он уменьшается с ростом суммарной длины ПВТ $L = Nl + (N - 1)\Delta$, а вид соответствующих АЧХ (кривые 1'–4') имеет осцилляционный характер. В соответствии с выбранными параметрами ПВТ, добавочный максимум при излучении в тыльном направлении на рис. 4, а проявляется в области частоты $k_0a \approx 6.8$, а на рис. 4, б – в области частоты $k_0a \approx 3.5$.

Представленные на рис. 4 результаты расчетов показывают, что в области сравнительно низких частот ($k_0a < 1$) АЧХ звукового давления во фронтальном направлении слабо зависят от угла θ и достаточно быстро уменьшаются, почти пропорционально k_0a , что может быть обусловлено уменьшением активной составляющей сопротивления излучения (подобно круглому поршню в экране). При $k_0a > 1$ вид АЧХ становится более пологим и усиливается их зависимость от угла θ . Определенная широкополосность излучения обусловлена режимом работы и характером возбуждения ПВТ.

Для сравнения на рис. 5 приведен пример расчета АЧХ звукового давления $p_{vol}^{(F)}$ и $p_{vol}^{(T)}$ излучаемого ПВТ в условные волноводы во фронтальном (кривая 1) и тыльном (кривая 2) направлениях в соответствии с работой [1], когда

$$p_{vol}^{(F, T)} = \sum_{i=1}^N p_i^{(1,3)} = -2z_0k_0a \sum_{i=1}^N v_i \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{jk_n z_i^{(1,3)}} J_0(\lambda_n r) \sin(k_n l / 2)}{J_0(\beta_n)(k_n a)^2} e^{\pm jk_n z'}$$

Параметры этого ПВТ и расстояние от его излучающих апертур здесь приняты такими же, как и для рис. 4, а. Расчетная модель ПВТ [1] не предполагает расхождение звуковой энергии в полупространство. Это ослабляет дифракционные эффекты при излучении во фронтальном направлении, способствует увеличению уровня излучения в области низких частот и поддержанию его во всем рабочем диапазоне, а при излучении в тыльном направлении ослабляет эффект проявления акустического короткого замыкания. При этом в области частот $k_0a > \beta_1$ наблюдается увеличение уровня тыльного излучения.

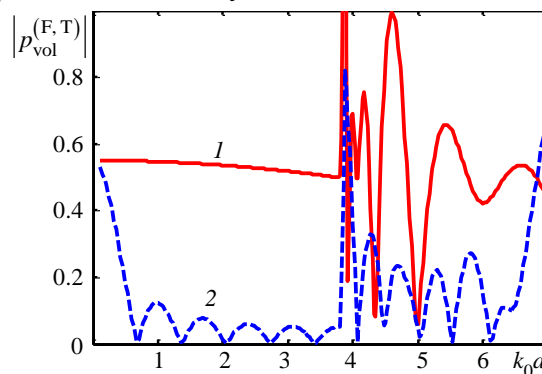


Рис. 5

Угловая зависимость звукового давления $p_{\Sigma}^{(F)}$ при излучении в полупространство во фронтальном направлении может быть также проиллюстрирована рис. 6, на котором для разных значений волнового размера апертуры k_0a ПВТ приведены его характеристики направленности $R_F(\theta) = \left| p_{\Sigma}^{(F)}(\theta) / p_{\Sigma}^{(F)}(\theta_0) \right|$, где θ_0 – направление главного максимума, а также – характеристики направленности равновеликого круглого поршня в экране $R(\theta) =$

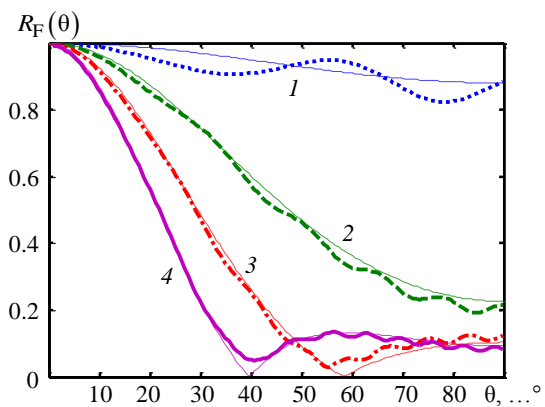


Рис. 6

$= |2J_1(k_0a \sin \theta) / k_0a \sin \theta|$. Характеристики направленности последнего показаны тонкими штриховыми линиями. Номера кривых здесь соответствуют: 1 – $k_0a = 1$; 2 – $k_0a = 2$; 3 – $k_0a = 4$; 4 – $k_0a = 6$. Сравнение полученных результатов расчетов показывает их вполне удовлетворительное соответствие, что в целом коррелирует с полученными ранее данными по распределению в апертуре суммарной колебательной скорости $v_{\Sigma}^{(F)}(r)$.

Приведенные результаты расчетов в целом согласуются с ранее полученными данными в [1], [2], хотя и имеются свои физически обоснован-

ные отличия. С одной стороны, это уменьшение уровня излучения во фронтальном направлении при уменьшении волнового размера апертуры ПВТ, а с другой – уменьшение уровня тыльного излучения при $k_0a > \beta_1$, обусловленное дополнительным эффектом акустического короткого замыкания. Выполненные исследования могут быть полезны при проектировании широкополосных гидроакустических антенн различного назначения. Учет звуковых давлений отраженных от излучающих апертур ПВТ волн позволяет уточнить характер изменения собственного и вносимого сопротивления излучения для пьезоцилиндров, входящих в состав этого преобразователя, а также – условия их возбуждения.

Полученные результаты расчетов показывают, что с позиции распределения нормальной компоненты колебательной скорости и формируемых характеристик направленности излучение одиночного ПВТ во фронтальном направлении в широком диапазоне частот, в первом приближении, можно рассматривать как излучение круглого поршня в жестком экране. Это позволяет использовать традиционные методы расчета полевых характеристик антенн, составленных из ПВТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанов Б. Г. Сверхширокополосный гидроакустический преобразователь волноводного типа. Задача синтеза // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 3. С. 87–96.
2. Степанов Б. Г. О возможности дополнительного увеличения рабочего диапазона частот гидроакустического преобразователя волноводного типа и его работы в импульсном режиме. Задача синтеза // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 4. С. 71–80.
3. Иванов М. П., Степанов Б. Г. Исследование акустического биосенсора дельфина и возможности построения его технического аналога // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. СПб.: Наука, 2011. Т. 4, № 3. С. 108–122.
4. Дубровский Н. А., Урусовский И. А., Гладиллин А. И. Модель генерации акустических щелчков дельфина по типу антенны бегущей волны // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 3. С. 423–430.
5. Степанов Б. Г., Теплякова А. В. Об излучении водозаполненного пьезоцилиндра через торцевые апертуры в волновод // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2011. № 9. С. 89–95.
6. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
7. Eom H. J., Park T. J. A series solution for acoustic radiation from a flanged circular pipe // *Acustica*. 1994. Vol. 80. P. 315–316.
8. Amir N., Matzner H., Shtrikman S. Acoustics of a flanged cylindrical pipe using singular basis functions // *JASA*. 2000. Vol. 107, № 2. P. 714–724.
9. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. С. 177–353.

B. G. Stepanov
Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

ABOUT RADIATION BY THE SINGLE TRANSDUCER OF WAVEGUIDE TYPE THROUGH ITS WATER FILLED APERTURES IN THE SEMI-INFINITE SPACES

For single transducer of waveguide type formed by a coaxial set of piezoelectric cylinders with phased excitation as the running wave, the decision of a problem on radiation through its water filled apertures in the adjoining with them semi-infinite spaces is received. Examples of calculations of distributions of the normal components of oscillatory speed in face-to-face and back apertures, the frequency characteristics of sound pressure at radiation in a face-to-face and back direction are resulted, and also - directional characteristics. Influence of constructional parameters of the transducer of waveguide type on the specified characteristics is analyzed.

Hydroacoustic transducer, guide, radiation in semi-infinite space, synthesis of the frequency characteristics