

10. A model of synchronous machine with a transistor exciter for analysis of normal operations, external and turn-to-turn faults / M. V. Pronin, A. G. Vorontsov, I. A. Pimenova, A. S. Grigoryan // IECON 2016. Firenze, Italy, 2016. P. 1441–1446.

11. High-speed models of systems with AC generators and modular multilevel converters / M. V. Pronin, A. S. Grigoryan, V. V. Glushakov, A. G. Vorontsov // IECON-2017. Beijing, China, 2017. P. 2534–2539.

---

A. S. Grigoryan  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI

A. R. Mamutov, M. V. Pronin, A. G. Vorontsov  
OJSC «Power machines»

## MODELING OF IGBT-CONVERTERS BY INTERCONNECTED SUBSYSTEMS WITH CONSIDERING OF SNUBBER CIRCUITS

*To create high-speed computer models of plants with electric machines and semiconductor converters the methodology of system modeling by interconnected subsystems is utilized. The complex of models of different plants in the in-house develop environment ComSim was developed. Among others models of IGBT-converters were created. The models were built under certain assumptions and simplified representations of systems. In most cases snubber circuits used for limitation of overvoltages on transistors are not taken into account in the models of the IGBT-converters. In this paper a mathematical description of a three-phase voltage source inverter with considering of the snubber circuits and total switching time of transistors is presented. The computer model of plant with voltage source inverter was constructed. Calculation results that proved advisability of described clarifications of the inverter model are presented. The developed mathematical description of inverter is used for elaboration of models of active rectifier, AC-AC converter and other devices, included in created model complex.*

**Voltage source inverter, transistor switching, overvoltages, snubber circuits, modeling**

---

УДК 62-83 + 520.27

М. П. Белов, Ч. Х. Фьонг

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Синтез системы управления следящими электроприводами крупного радиотелескопа с прогнозирующим управлением, использующим функции Лагерра

*Рассматривается метод синтеза прогнозирующего цифрового регулятора, основанного на функциях Лагерра (МРС-Лагерра) для системы управления следящими электроприводами наведения крупного радиотелескопа РТ-70. Данный метод в применении для следящих электроприводных систем с упругими связями – новый. Описывается способ построения математической расширенной модели разветвленной четырехмассовой упругой системы, в которой контур тока и контур скорости внутренние. Представлен математический подход к управлению с прогнозирующей моделью на базе ортонормированных функций Лагерра, приводящих к уменьшению количества параметров, используемых для оптимизации управляющей траектории объекта. По сравнению с традиционным прогнозирующим регулятором использование регулятора МРС-Лагерра для систем управления следящими электроприводами, с точки зрения программирования, более простое. Выполнены расчеты регулятора МРС-Лагерра с помощью программы MATLAB/Simulink. При компьютерном моделировании произведены сравнения качества работы между регуляторами ПИД и МРС-Лагерра. Результаты сравнений показывают, что регулятор МРС-Лагерра имеет меньшую ошибку управления и более стабилен при работе системы управления следящими электроприводами.*

### Крупный радиотелескоп, управление с прогнозирующей моделью, функции Лагерра, следящий электропривод

Крупный радиотелескоп РТ-70 – это один из самых больших радиотелескопов в мире. Радиотелескоп подобного типа реализован рядом с Евпаторией (Россия), позднее – рядом с Уссурий-

ском на Дальнем Востоке, и еще один радиотелескоп данного вида есть в Узбекистане. Направление на заданную точку космического пространства обеспечивается в результате совместной ра-

---

боты горизонтального (азимутального) и вертикального (угломестного) приводов. Следящий электропривод радиотелескопа представляет собой совокупность электродвигателей, редукторов, датчиков скорости, гироскопических датчиков. Автоматизированная система управления электроприводами (АСУ ЭП) крупного радиотелескопа построена по принципу подчиненного регулирования и содержит контуры тока, скорости и положения. По азимутальной оси погрешность следящего электропривода главной параболической антенны радиотелескопа не должна превышать единицу угловых секунд. К особенностям АСУ ЭП крупного радиотелескопа относится наличие зазоров в кинематических передачах и значительных моментов сухого трения в движущихся частях конструкции. Сложность в управлении такими объектами заключается в имеющихся упругих механических связях, из-за которых могут возникать автоколебания в переходном процессе системы, что в итоге приводит к полной неустойчивости работы электроприводов крупного радиотелескопа. Современным подходом к решению задач управления электроприводами крупного радиотелескопа считается управление с прогнозирующей моделью.

**Математическая модель расширенного объекта.** Несмотря на то что реальная АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70 представляет сложную многомассовую систему, ее можно аппроксимировать и упростить до четырехмассовой разветвленной упругой системы с сосредоточенными параметрами [1]. АСУ ЭП крупного радиотелескопа РТ-70 в горизонтальной плоскости вращения представлена на рис. 1, где первая масса (1) – двигатель ( $J_{1э}$ ), двухдвигательный привод заменен на эквивалентный однодвигательный; вторая масса (2) – платформа ( $J_2$ ), на которой смонтирован угломестный привод; третья масса (3) – зеркальная часть ( $J_3$ ); четвертая (4) – противовесы ( $J_4$ ), уравновешивающие зеркало при перемещении его по углу места;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  – скорости каждой массы;  $M_d$ ,

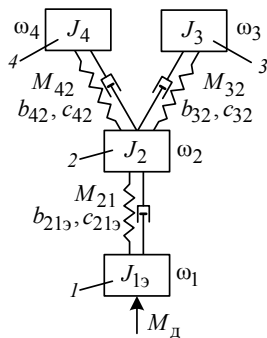


Рис. 1

$M_{21}, M_{32}, M_{42}$  – момент двигателя и моменты упругих связей между массами;  $b_{21э}, b_{32}, b_{42}$  – коэффициенты внутреннего трения;  $c_{21э}, c_{32}, c_{42}$  – коэффициенты жесткости механической части.

При синтезе контура положения АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70 [3] за основу была принята стандартная трехконтурная система управления, представленная на рис. 2.

Структурная схема контура положения АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70 при помощи МРС-Лагерра показана на рис. 3.

Как видно из рис. 3, расширенный объект состоит из четырехмассовой системы, в которой внутренними являются контур тока и контур скорости. Токковый контур представлен ПИ-регулятором, настроенным на оптимум по модулю с коэффициентом передачи  $K_i$  и постоянной времени  $T_i$ . Скоростной контур синтезирован с помощью синтеза линейно-квадратичного управления, который представляет собой оптимальный регулятор (LQR-регулятор), где  $k_c$  – коэффициент регулятора скорости в прямой цепи;  $u_c$  – сигнал на входе регулятора скорости. Контур внешнего положения синтезируется с помощью регулятора МРС-Лагерра, где  $\varphi_{п}$  – заданное управляющее воздействие угла на входе регулятора положения;  $\varphi_3$  – угловое положение главной антенны.

Метод, рассматриваемый в данной статье, ориентирован на прогнозирующее управление для линейной системы управления. Поэтому при построении структурной схемы пренебрежем зазорами и моментами сухого трения в механической передаче. Тогда можно записать систему дифференциальных уравнений равновесия моментов расширенной четырехмассовой разветвленной упругой системы в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= J_{1э}^{-1} [i_d - M_{21} - b_{21э}(\omega_1 - \omega_2)]; \\ \dot{M}_{21} &= c_{21э}(\omega_1 - \omega_2); \\ \dot{\omega}_2 &= J_2^{-1} \left[ M_{21} + b_{21э}(\omega_1 - \omega_2) - M_{32} - \right. \\ &\quad \left. - b_{32}(\omega_2 - \omega_3) - M_{42} - b_{42}(\omega_2 - \omega_4) \right]; \\ \dot{M}_{32} &= c_{32}(\omega_2 - \omega_3); \\ \dot{\omega}_3 &= J_3^{-1} [M_{32} + b_{32}(\omega_2 - \omega_3)]; \\ \dot{M}_{42} &= c_{42}(\omega_2 - \omega_4); \\ \dot{\omega}_4 &= J_4^{-1} [M_{42} + b_{42}(\omega_2 - \omega_4)]; \\ i_d &= T_i^{-1} [-K_i i_d + K_i (u_c - \omega_1)]; \quad \dot{\varphi}_3 = \omega_3; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

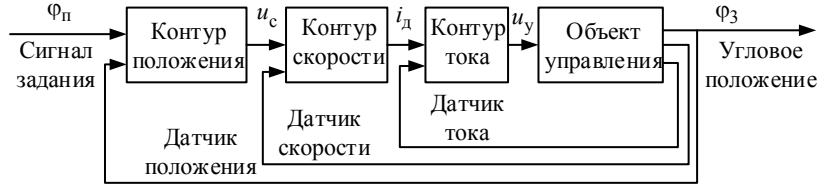


Рис. 2

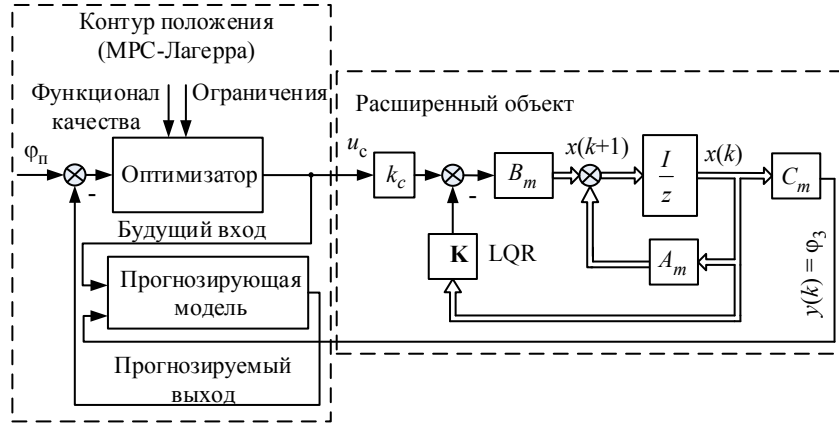


Рис. 3

Используя систему дифференциальных уравнений (1), можно записать их в матричном виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_m \mathbf{x}(t) + B_m \mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = C_m \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $i_d$  – ток двигателя;  $\mathbf{y}(t) = \varphi_3$  – вектор выхода угла азимутального поворота главной антенны; матрицы по координатам

$$\mathbf{x}(t) = [\omega_1 \quad M_{21} \quad \omega_2 \quad M_{32} \quad \omega_3 \quad M_{42} \quad \omega_4 \quad i_d \quad \varphi_3]^T;$$

$$A_m = \begin{bmatrix} -J_{1\vartheta}^{-1} b_{21\vartheta} & -J_1^{-1} & J_1^{-1} b_{21\vartheta} & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1^{-1} & 0 \\ c_{21\vartheta} & 0 & -c_{21\vartheta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_2^{-1} b_{21\vartheta} & J_2^{-1} & -J_2^{-1} b_3 & -J_2^{-1} & J_2^{-1} b_{32} & -J_2^{-1} & J_2^{-1} b_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{32} & 0 & -c_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3^{-1} b_{32} & J_3^{-1} & -J_3^{-1} b_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{42} & 0 & 0 & 0 & -c_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_4^{-1} b_{42} & 0 & 0 & 0 & -J_4^{-1} b_{42} & 0 & 0 \\ K_i T_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_i T_i^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_m = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad K_i T_i^{-1} \quad 0]^T;$$

$$C_m = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1];$$

$$b_3 = b_{21\vartheta} + b_{32} + b_{42}.$$

В [2] представлен синтез контура скорости с помощью LQR-регулятора. Как показано на рис. 3, входной сигнал контура скорости имеет вид

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + k_{pc} u_c, \quad (3)$$

где  $\mathbf{K}$  – вектор коэффициентов обратной связи LQR-регулятора.

Подставив (3) в (2), получаем модель состояния расширенного объекта

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A \mathbf{x}(t) + B \mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = C \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

где  $A = A_m - B_m \mathbf{K}$ ;  $B = B_m k_{pc}$ ;  $C = C_m$ .

Метод управления с прогнозирующей моделью в основном реализуется в дискретной форме. Для этого система линейных матриц ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ) в (4) преобразуется из непрерывной формы в дискретную с периодом дискретности  $T_s$ . Тогда получаем дискретную модель состояния в виде

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k); \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k). \end{cases} \quad (5)$$

Модель дискретно-временного состояния (5) служит основой для стратегии управления с прогнозирующей моделью, которая будет представлена далее.

Управление с прогнозирующей моделью на основе функций Лагерра. В данной части рассмотрен математический подход к прогнозирующему управлению аппроксимированными ортонормированными функциями Лагерра. Этот подход используется для синтеза контура положения АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70.

В частотной области рассмотрим  $z$ -преобразования  $N$  дискретно-временных функций Лагерра [5], относящиеся к полиномам Лагерра:

$$\begin{aligned} \Gamma_1(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}}, \\ \Gamma_2(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}}, \\ &\vdots \\ \Gamma_N(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \left( \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \right)^{N-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Схему полиномов Лагерра, использующих систему функций (6), можно представить в виде, показанном на рис. 4, где  $N$  – количество слагаемых функций Лагерра;  $a$  ( $0 \leq a < 1$ ) – полюс функций Лагерра. Параметр  $a$  выбирается свободно, поэтому его также называют коэффициентом масштабирования.

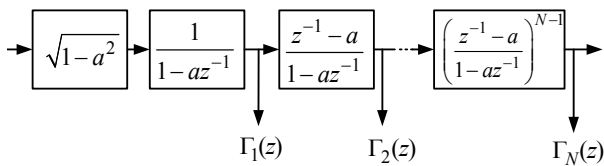


Рис. 4

Полиномы Лагерра известны своей ортонормированной характеристикой. В частотной области эта характеристика определяется через ортонормированные уравнения с параметрами  $\Gamma(m)$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{j\omega}) \Gamma_m(e^{j\omega})^* d\omega &= 1, \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{j\omega}) \Gamma_n(e^{j\omega})^* d\omega &= 0 \quad \text{при } m \neq n, \end{aligned}$$

где  $\Gamma_m(e^{j\omega})^*$  – комплексно-сопряженное значение  $\Gamma_m(e^{j\omega})$ .

Предположим, что  $l_m(k)$  представляет собой обратное  $z$ -преобразование:  $l_m(k) = Z^{-1}\{\Gamma_m(z)\}$ , тогда дискретные полиномы Лагерра можно записать в векторной форме

$$\mathbf{L}(k) = [l_1(k), l_2(k), \dots, l_N(k)]^T.$$

Кроме того, полиномы Лагерра удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению

$$\mathbf{L}(k+1) = A_l(a)\mathbf{L}(k), \quad (7)$$

$$A_l(a) = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta & a & 0 & \dots & 0 \\ -a\beta & \beta & a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-1)^{N-2} a^{N-2} \beta & (-1)^{N-3} a^{N-3} \beta & \dots & \beta & a \end{bmatrix}$$

– квадратичная нижнетреугольная матрица с размерностью  $(N \times N)$ ;  $\beta = 1 - a^2$ .

Заметим, что при разработке дифференциального уравнения (7) с параметром  $a = 0$  полиномы Лагерра аппроксимируются импульсной характеристикой динамической системы, используемой в традиционном управлении с прогнозирующей моделью.

Как следует из (5), пусть  $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$ ,  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ , расширенная прогнозирующая модель с новым вектором переменных состояния  $\mathbf{x}(k) = [\Delta \mathbf{x}(k) \quad \mathbf{y}(k)]^T$  записывается в виде

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} \\ CA & I \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k); \\ \mathbf{y}(k) = [\mathbf{0} \quad I] \mathbf{x}(k), \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_p \mathbf{x}(k) + B_p \Delta \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = C_p \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (8)$$

где  $A_p = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} \\ CA & I \end{bmatrix}$ ;  $B_p = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix}$ ;  $C_p = [\mathbf{0} \quad I]$ ;  $I$  – единичная матрица.

Рассмотрим дискретную модель (8), ее функционал качества в нормированной форме, который служит для минимизации ошибки между прогнозируемым выходным сигналом и заданным входным сигналом имеет вид

$$\mathbf{J} = \|\mathbf{Y}_s(k) - \mathbf{Y}(k)\|_2^2 + \|\Delta\mathbf{U}(k)\|_R^2, \quad (9)$$

где  $\mathbf{Y}_s(k) = [y_s(k+1), y_s(k+2), \dots, y_s(k+N_p)]^T$  – заданный входной вектор;  $\mathbf{Y}(k) = [y(k+1|k), y(k+2|k), \dots, y(k+N_p|k)]^T$  – прогнозирующий выходной переменный вектор;  $\Delta\mathbf{U}(k) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \Delta u(k+2), \dots, \Delta u(k+N_c-1)]^T$  – вектор дифференциальной управляющей переменной ( $N_p$  – горизонт прогноза;  $N_c$  – горизонт управления);  $R$  – диагональная весовая матрица управляющего сигнала;

Принцип синтеза прогнозирующего модельного регулятора заключается в том, чтобы вычислить последовательности управляющих переменных с целью оптимизации будущей траектории объекта. В момент времени  $k$  оптимальная траектория дифференциального управляющего вектора  $\Delta\mathbf{U}$  аппроксимируется импульсной характеристикой динамической системы. В этом случае полиномы Лагерра  $\mathbf{L}(k)$  используются для оптимизации управляющей траектории динамической системы. Дифференциальный управляющий сигнал в момент  $m$  на произвольном будущем времени записывается в виде

$$\Delta u(k+m|k) = \sum_{j=1}^N l_j(m) c_j(k) = \mathbf{L}(m)^T \boldsymbol{\eta},$$

где  $k$  – начальное смещение горизонта прогноза в будущее;  $\boldsymbol{\eta} = [c_1, c_2, \dots, c_N]^T$  – коэффициенты вектора полиномов Лагерра. В данной структуре горизонт управления  $N_c$  из предыдущего стандартного МРС-подхода исчез [5].

На основе матриц системы  $(A_p, B_p, C_p)$  в (8) будущее прогнозируемое состояние переменных систем управления в момент времени  $m$  может быть записан в виде

$$\begin{aligned} x(k+m|k) &= A_p^m x(k) + \sum_{i=0}^{m-1} A_p^{m-i-1} B_p \mathbf{L}(i)^T \boldsymbol{\eta} = \\ &= A_p^m x(k) + \Phi(m)^T \boldsymbol{\eta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Прогнозируемый выход переменных в момент времени  $m$  записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} y(k+m|k) &= C_p A_p^m x(k) + \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} C_p A_p^{m-i-1} B_p \mathbf{L}(i)^T \boldsymbol{\eta} = \\ &= C_p \left[ A_p^m x(k) + \Phi(m)^T \boldsymbol{\eta} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где матрица  $\Phi(m)^T = \sum_{i=1}^{m-1} A_p^{m-i-1} B_p \mathbf{L}(i)^T$ .

Как видно из (10) и (11), оба алгоритма прогнозирования состояния и выхода переменных выражаются в форме вектора коэффициентов полиномов Лагерра  $\boldsymbol{\eta}$ . Таким образом, вектор  $\boldsymbol{\eta}$  будет использоваться для оптимизации и вычисления функционала качества. При этом функционал качества (9) может быть переписан в квадратичной форме:

$$\mathbf{J} = \sum_{j=1}^{N_p} x(k+m|k)^T Q x(k+m|k) + \boldsymbol{\eta}^T R \boldsymbol{\eta}.$$

При  $\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \boldsymbol{\eta}} = 0$  получаем оптимальное решение

вектора коэффициентов  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  в виде

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\eta}} &= - \left( \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q \Phi(m)^T + R \right)^{-1} \times \\ &\times \left( \sum_{m=1}^{N_p} \Phi(m) Q A_p^m \right) x(k), \end{aligned}$$

где весовые матрицы  $Q, R$  – симметричные диагональные положительно-определенные.

Имея оптимальный вектор коэффициентов  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ , с помощью принципа смещения горизонта прогноза в будущее, получаем оптимальный управляющий сигнал  $u(k)$ , определяемый уравнением (5):

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) = u(k-1) + \mathbf{L}(0)^T \hat{\boldsymbol{\eta}}.$$

При этом исходное состояние функций Лагерра, к которым относится первое значение управляющего сигнала на смещение горизонта прогноза в будущее, определяется следующим выражением:

$$\mathbf{L}(0)^T = \sqrt{1-a^2} \left[ 1 \quad -a \quad a^2 \quad \dots \quad (-1)^{N-1} a^{N-1} \right].$$

С помощью параметризации траектории управляющего сигнала появляется возможность выбора будущих ограничений на параметры систем управ-

ления. В данной статье предложены ограничения на амплитуду управляющего сигнала. Предположим, что пределы по амплитуде управляющего сигнала  $u(k)$  заданы в виде значений  $u(k)_{\min}$  и  $u(k)_{\max}$ . Тогда диапазон ограничений по амплитуде управляющего сигнала имеет вид

$$u(k)_{\min} \leq u(k) \leq u(k)_{\max} \quad (12)$$

**Результаты моделирования.** Рассмотрено моделирование АСУ ЭП крупного радиотелескопа РТ-70, параметры которого показаны в табл. 1.

Таблица 1

Параметры	Обозначение	Значение
Суммарный момент инерции двигателя и редуктора, кг·м <sup>2</sup>	$J_{1э}$	1.34
Момент инерции платформы, кг·м <sup>2</sup>	$J_2$	0.175
Момент инерции зеркальной части, кг·м <sup>2</sup>	$J_3$	0.443
Момент инерции противовеса, кг·м <sup>2</sup>	$J_4$	0.054
Коэффициенты внутреннего трения механической части, Н·м/рад	$b_{21э}$	0.068
	$b_{32}$	0.027
	$b_{42}$	0
Коэффициенты жесткости механической части, Н·м/рад	$c_{21э}$	89
	$c_{32}$	65.56
	$c_{42}$	44.8
Передаточный коэффициент передачи привода «Азимут»	$i_a$	23 644

На рис. 5 показана структурная схема настройки процесса прогнозирующего алгоритма на базе функций Лагерра с помощью программы MATLAB/Simulink.

В [2] изложен расчет матрицы коэффициентов обратных связей  $\mathbf{K}$  оптимального регулятора скоростной подсистемы

$$\mathbf{K} = [17.13, 2.14, -6.89, -0.29, 3.32, -0.13, 0.05, 0.001, 0.28].$$

Реализация регулятора MPC-Лагерра представляет собой дискретно-временную форму. Вычисления дискретных систем управления основаны на определенном периоде дискретности  $T_s = 10^{-2}$  с. Параметры весовых матриц представляют собой  $R = 0.08$  и  $Q = C^T C$ , параметры Лагерра –  $a = 0.7$ ,  $N = 1$ , и горизонт прогноза –  $N_p = 68$ . Как правило, эти параметры выбраны с целью достижения хорошей производительности при выходе электроприводов радиотелескопа в заданное положение. Ограничения управляющего сигнала выбраны таким образом, чтобы гарантировать физические свойства на приемлемых значениях. Верхнее ограничение на амплитуду управляющего сигнала –  $u_{\max} = u_{c \max} = 10^\circ/\text{с}$ ;

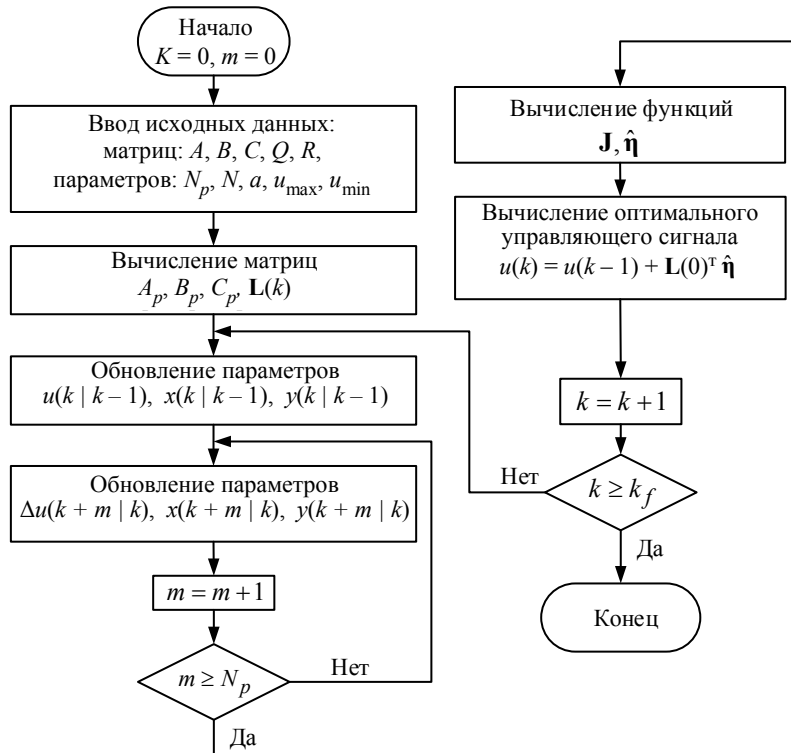


Рис. 5

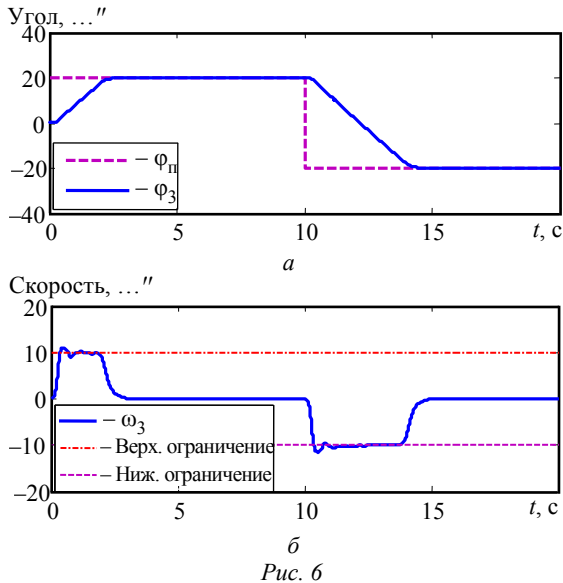


Рис. 6

нижнее ограничение:  $u_{\min} = u_{c \min} = 10''/с$ . Тогда (16) может быть записано следующим образом:  $-10 \leq u_c \leq 10$ . В этой статье результаты моделирования регулятора МРС-Лагерра рассматриваются для 2 целей.

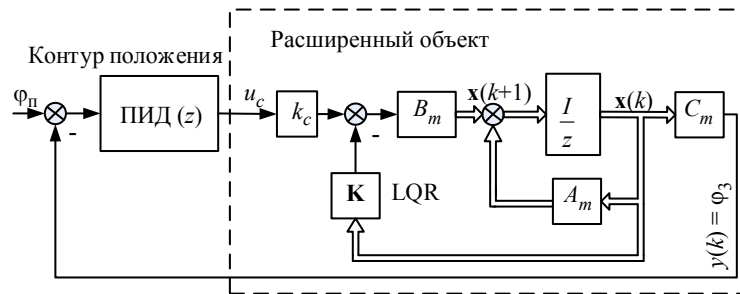


Рис. 7

Во-первых, позиционирование следящей системы азимутального электропривода радиотелескопа РТ-70 с параболической антенной производится с помощью регулятора МРС-Лагерра. На вход подается ступенчатый сигнал угла  $\varphi_{\pi} = \pm 20''$ , меняющий знак в момент времени 10 с. Реакции замкнутого контура следящей системы управления изображены на рис. 6, где  $\varphi_3$  – угловое положение главной антенны (рис. 6, а);  $\omega_3$  – скорость главной антенны с ограничениями скорости  $|u_c| \leq 10''/с$  (рис. 6, б).

Во-вторых, рассмотрены сравнения следящей системы управления азимутальным электроприводом крупного радиотелескопа РТ-70 между стандартным ПИД-регулятором (рис. 7) и предлагаемым регулятором МРС-Лагерра.

На рис. 8 показаны переходные процессы замкнутого контура следящей системы управления при использовании стандартного ПИД-регулятора и предлагаемого регулятора МРС-Лагерра. Значение ступенчатого управляющего воздействия равно  $\varphi_{\pi} = 20''$ .

Среднеквадратичные отклонения (СКО) ошибок следящей системы управления между регуляторами ПИД и МРС-Лагерра, характеризуемые формулой  $\|\varphi_{\pi} - \varphi_3\|_2$  [4], показаны на рис. 9.

Под оценкой качества работы систем управления объектом подразумевается качество переходного процесса, а именно – время регулирования, перерегулирование и СКО. При анализе рис. 8 и 9 получаем следующие характеристики переходных процессов в сравнении между регуляторами: стандартным ПИД и предлагаемым МРС-Лагерра. Результаты показаны в табл. 2.

Как видно из табл. 2, переходный процесс следящей системы с ПИД-регулятором имеет большее время нарастания (2.75 с), время регулирования (6.82 с) и перерегулирование (8.6 %) по сравнению с регулятором МРС-Лагерра. Как показано в табл. 2, малое СКО ошибки регулятора МРС-Лагерра

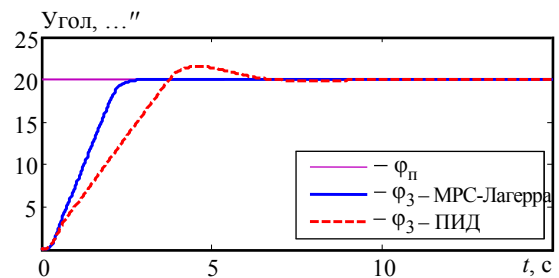


Рис. 8

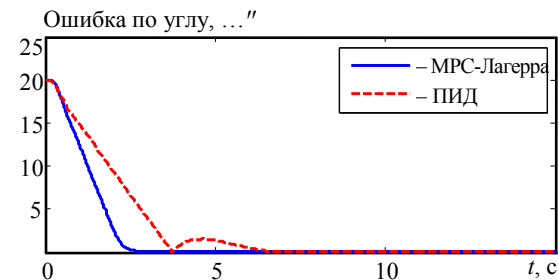


Рис. 9

Таблица 2

Параметр	ПИД	МРС-Лагерра
Время нарастания, с	2.75	1.72
Время регулирования, с	6.82	2.86
Перерегулирование, с	8.6	0
СКО, ..."	$1.95 \cdot 10^{-2}$	$3.31 \cdot 10^{-3}$

Ошибка по углу, ..."

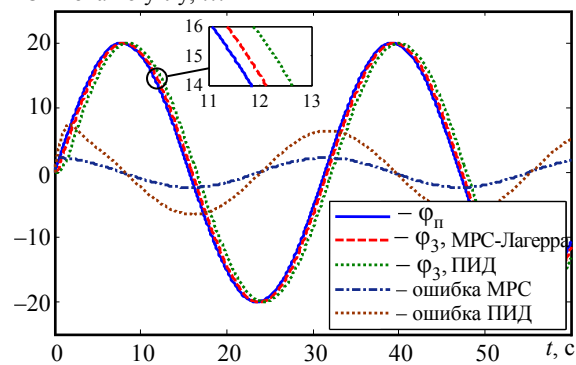


Рис. 10

составляет ( $3.31 \cdot 10^{-3}$ )", а в случае ПИД-регулятора равняется ( $1.95 \cdot 10^{-2}$ )". Следовательно, регулятор МРС-Лагерра позволяет повысить качество управления следящими электроприводами и обеспечивает плавное перемещение объекта управления.

Реакции следящего положения ПИД, регуляторов МРС-Лагерра и их ошибки по углу при обработке синусоидального управляющего воздействия на входе изображены на рис. 10. Синусои-

дальный сигнал  $\varphi_{\text{п}} = \varphi_{\text{м}} \sin(\omega_3 t)$  соответствует параметрам  $\varphi_{\text{м}} = 20''$ ,  $\omega_3 = 0.2 \text{ с}^{-1}$ .

На рис. 10 показано, что ошибки по углу умножены на 5 для лучшего анализа. При обработке синусоидального воздействия максимальные ошибки слежения с ПИД-регулятором равны  $1.38''$ , а с регулятора МРС-Лагерра –  $0.45''$ . Это означает, что регулятор МРС-Лагерра улучшает качество управления следящего электропривода по ПИД-регулятору.

В данной статье были протестированы несколько сценариев регулирования и было отмечено значительное улучшение качества управления. Стандартный ПИД-регулятор и регулятор МРС-Лагерра сравнивались с целью их применения в следящих электроприводах. Результаты сравнения показывают, что регулятор МРС-Лагерра имеет меньшее количество ошибок по углу и лучшее поведение. Результаты данной работы также показывают, что регулятор МРС-Лагерра может применяться для управления следящими электроприводами много-массовых систем с упругими передачами. В настоящей работе конструкция МРС была выполнена без рассмотрения влияния ветрового возмущения и нелинейного демпфирования. Работа по применению МРС-Лагерра в системах управления следящими электроприводами будет продолжена с рассмотрением вопросов влияния внешних возмущений и выше указанных нелинейностей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб.: Энергоатомиздат, 1992. 288 с.
2. Белов М. П., Фьонг Ч. Х. Синтез линейного оптимального управления скоростью электропривода крупного радиотелескопа // Сб. докл. Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM 2017, 24–26 мая 2017. Т. 1. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. С. 369–373.
3. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. СПб.: Академия, 2006. 272 с.
4. Gawronski W. K., Racho C. S., Melstrom J. A. Application of the LQG and Feedforward Controllers to the Deep Space Network Antennas // IEEE Trans. on Control Systems Technology. 1995. Vol. 3. P. 417–421.
5. Wang L. Discrete model predictive control design using Laguerre functions // J. of Process Control. 2004. № 14. P. 131–142.

M. P. Belov, T. H. Phuong  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## MODEL PREDICTIVE CONTROL BASED ON LAGUERRE FUNCTIONS FOR LARGE RADIO TELESCOPE SERVO CONTROL SYSTEM

*Deals with discrete-time model predictive control based on Laguerre functions (MPC-Laguerre) in azimuth servo drive control system of the large radio telescope RT-70. It is still fairly new in the field of electric servo drive control with elasticities. The mathematical model of augmented electromechanical system large radio telescope with elasticities is given and model predictive control algorithm with Laguerre functions is developed. With Laguerre functions, an alternative formulation of the cost function is obtained and leads reduction in number of parameters compared to the traditional model predictive control method. For large radio telescope servo electric driver, this method is known in advance, hence MPC scheme maybe easier from point of view in programming. Computer simulation results are carried out on Matlab/SIMULINK. In carried out simulation, the operation of conventional PID controller and proposed MPC-Laguerre controller in position loop has been compared. The results of comparison between simulation methods show that MPC-Laguerre controller has fewer errors servo tracking and better behavior.*

**Large radio telescope, model predictive control, Laguerre functions, servo drive system**