



УДК 681.513.6

В. В. Путов, В. Н. Шелудько, В. Ф. Нгуен, А. В. Путов  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Н. Д. Тхань  
Вьетнамский научно-технический институт (Ханой)

## Адаптивная система управления нелинейным упругим летательным аппаратом, построенная по выходу методом последовательного компенсатора

*Рассмотрена задача предотвращения возможности возникновения и развития изгибно-крутильного флаттера крыльев летательного аппарата путем принудительного подавления нелинейных упругих крутильных колебаний крыльев средствами адаптивного управления. Разработана нелинейная математическая модель продольного движения летательного аппарата, учитывающая крутильную аэроупругость крыльев. Разработана и исследована адаптивная система управления продольным движением нелинейного упругого ЛА, построенная методом последовательного компенсатора. Для представления с целью применения метода последовательного компенсатора нелинейной математической модели продольного движения ЛА в виде формы «вход-выход» потребовалась ее частичная линеаризация. Проведенное компьютерное исследование продемонстрировало удовлетворительную эффективность построенной адаптивной системы управления по выходу в подавлении нелинейных аэроупругих крутильных колебаний крыльев ЛА.*

**Летательный аппарат, продольное движение, нелинейная математическая модель, аэроупругость крыльев, изгибно-крутильный флаттер, подавление аэроупругих колебаний средствами адаптивного управления по выходу и по состоянию, метод последовательного компенсатора, метод мажорирующих функций**

Задачи управления сложными динамическими объектами в условиях неопределенности и неполноты описания моделей, а также неполных измерений состояния объектов в течение многих десятилетий находятся в центре внимания ученых и инженеров, активно применяющих принципы и технику адаптивного управления. Среди областей, интенсивно стимулирующих исследования задач адаптации, числятся автономная робототехника [1]–[3] и беспилотные летательные аппараты (ЛА) [4]–[10].

Аэродинамические характеристики изменяются нелинейно и в широких пределах в зависимости от скоростей и маневренности ЛА. Особенно опасны возникающие при возрастании скоростей полета режимы упругих вибраций, определяемые геометрией аэродинамических поверхностей ЛА. Наиболее опасным видом вибрации

упругих элементов конструкции ЛА считается изгибно-крутильный флаттер крыльев, под которым понимают потерю динамической устойчивости крыльев, выражающуюся в появлении возбуждаемых энергией воздушного потока упругих колебаний с лавинно нарастающей амплитудой, которые могут привести к разрушению конструкции и катастрофе ЛА из-за лавинного возрастания процессов упругих колебаний крыльев [11], [12], поэтому актуальны повышение стабильности, маневренности и пределов безопасности полетов ЛА средствами нелинейного и адаптивного управления [13]–[16].

На рис. 1 показана расчетная модель изгибно-крутильных деформаций крыльев [23]. На нем изображено сечение крыла, скрепленного с фюзеляжем с помощью невесомых нелинейных упругих связей, моделирующих, соответственно, изгибные и

крутильные однорезонансные упругие колебания. Очевидно, что только однорезонансные крутильные упругие колебания крыльев (рис. 1), вычлененные из модели изгибно-крутильных упругих колебаний, управляемы в рамках системы автоматического управления продольным движением ЛА по входному воздействию руля высоты. Крутильные упругие колебания крыла происходят вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа и проходящей через точку центра упругости (ЦУ). Обозначим расстояние от центра упругости до центра тяжести (ЦТ) сечения крыла через  $ab$ , где  $b$  – половина длины хорды сечения крыла, а коэффициент  $a$  определяет отношение, характеризующее отклонение центра тяжести от центра упругости ( $a$  – положительно, если центр упругости лежит позади центра тяжести (по направлению полета ЛА)). Кроме того, на рис. 1 обозначены точка ЦД – центр давления, к которому приложена подъемная сила  $Y_a = Sq c_y(\alpha)$ , где  $c_y(\alpha)$  – нелинейный аэродинамический коэффициент подъемной силы;  $M_z$  – момент относительно поперечной оси ЛА;  $h, \Delta$  – изгибные и крутильные аэроупругие деформации крыльев соответственно;  $k_h, k_\Delta$  – нелинейные коэффициенты изгибной и крутильной аэроупругостей крыльев; остальные обозначения раскрываются далее.

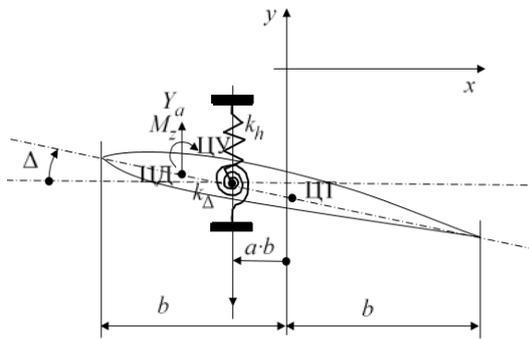


Рис. 1

Поставим задачу активного (принудительно) подавления крутильных упругих колебаний крыльев средствами адаптивного управления в рамках системы автоматического управления продольным движением ЛА. Она принципиально разрешима в силу управляемости процесса крутильных упругих колебаний крыла со стороны управляющих воздействий, вырабатываемых рулем высоты. В свою очередь, решение задачи принудительного подавления крутильных упругих колебаний крыльев предотвращает возможность возникновения и развития изгибно-крутильного флаттера крыльев как необходимого

двумерного неустойчивого автоколебательного динамического процесса [17].

В последние 25–30 лет активно развиваются методы адаптивного управления по выходу параметрически и функционально неопределенными нелинейными объектами, не допускающими измерение всех переменных их состояния или производных выходной переменной объекта. Краткий обзор методов адаптивного и робастного управления нелинейными объектами по выходу можно найти в [17]. Среди отмеченных авторами обзора наиболее распространенных методов можно, на наш взгляд, выделить методы теории пассивных систем, базирующиеся на теореме о пассивации А. Л. Фрадкова [18], [19], методы, предусматривающие поиск функций Ляпунова [20], и итеративные процедуры синтеза [19], [20]. Разработка новых методов адаптивного (и робастного) управления по выходу актуальны для приложений, так как в ряде случаев позволяют получить хотя и менее эффективные, но более простые и малоразмерные адаптивные регуляторы, чем регуляторы, полученные применением методов адаптивного управления по состоянию с наблюдателями [21].

**Нелинейная математическая модель продольного движения летательного аппарата, учитывающая аэроупругость крыльев.** Рассмотрим нелинейную математическую модель продольного движения ЛА, учитывающую крутильную аэроупругость крыльев, разработанную в [22], [23]. Построим для нее адаптивную систему управления по выходу методом последовательного компенсатора [17] и приведем результаты ее компьютерного исследования.

Отсылая за подробностями к [23], примем исходную нелинейную математическую модель продольного движения упругого ЛА для дальнейших исследований в виде

$$\begin{cases} \dot{\theta} = -\frac{g}{v_k} \cos \theta + \frac{P + f(\alpha)qS}{mv_k} \alpha + \frac{c_{y0}qS}{mv_k}; \\ \dot{\alpha} = \frac{g}{v_k} \cos \theta - \frac{P + f(\alpha)qS}{mv_k} \alpha + \omega_z - \frac{c_{y0}qS}{mv_k}; \\ \dot{\omega}_z = \frac{k_\Delta}{J_{\text{фюз}_z}} \theta + \frac{k_\Delta}{J_{\text{фюз}_z}} \alpha - \frac{k_\Delta}{J_{\text{фюз}_z}} \Delta; \\ \dot{\Delta} = \omega_\Delta; \\ \dot{\omega}_\Delta = -\frac{k_\Delta}{J_{\text{кр}}} \theta + \left( \frac{M_{z_\alpha} - k_\Delta}{J_{\text{кр}}} \right) \alpha + \frac{k_\Delta}{J_{\text{кр}}} \Delta + \\ + \frac{M_{z_{\omega_z}}}{J_{\text{кр}}} \omega_z + \frac{M_{z_{\delta_B}}}{J_{\text{кр}}} \delta_B, \end{cases} \quad (1)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $v_k$  – земная скорость центра масс ЛА;  $\theta$  – угол наклона траектории полета к горизонту;  $P$  – сила тяги двигателя;  $\alpha$  – угол атаки;  $q = \rho v_k^2 / 2$  – скоростной напор;  $\rho$  – плотность воздуха;  $S$  – площадь крыла;  $m$  – масса ЛА;  $\vartheta$  – угол тангажа;  $\omega_z = \dot{\vartheta}$  – угловая скорость тангажа;  $J_z$  – суммарный момент инерции ЛА относительно поперечной оси; ассоциируя объект управления (1) с используемым далее в качестве конкретного примера разработанным во Вьетнамском научно-техническом институте беспилотным летательным аппаратом (БПЛА-70V), представим выражение для нелинейного аэродинамического коэффициента подъемной силы разложением следующего вида [24]:

$$c_y(\alpha) = c_{y0} + c_{y1}\alpha + c_{y2}\alpha^2 + c_{y3}\alpha^3,$$

которое преобразуем к виду

$$\begin{aligned} c_y(\alpha) &= c_{y0} + f(\alpha)\alpha, \\ f(\alpha) &= c_{y1} + c_{y2}\alpha + c_{y3}\alpha^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta$  – угол крутильных аэроупругих деформаций крыльев;  $\omega_\Delta$  – угловая скорость крутильных деформаций упругих крыльев;  $M_y = k_\Delta(\vartheta - \Delta) = k_\Delta(\alpha + \theta - \Delta)$  – упругий момент;  $k_\Delta$  – нелинейный коэффициент крутильной аэроупругости, имеющий для конкретного примера БПЛА-70V вид

$$k_\Delta(\Delta) = k_{\Delta_0} + k_{\Delta_1}\Delta + k_{\Delta_2}\Delta^2 + k_{\Delta_3}\Delta^3 + k_{\Delta_4}\Delta^4; \quad (3)$$

$J_{кр}, J_{фюз_z}$  – моменты инерции крыльев и фюзеляжа ЛА соответственно относительно поперечной оси; эмпирическая формула расчета  $J_{кр}$  для БПЛА-70V имеет следующий вид:

$$J_{кр} = (m_k x_\Delta^2 b^2 + J_{кр0}),$$

где  $x_\Delta = [x_{\Delta 0} - (b + ab)]/b$  – безразмерный коэффициент;  $J_{кр0}, x_{\Delta 0}$  – эмпирические коэффициенты (для данного типа крыла  $J_{кр0} = 0.0517$ ,  $x_{\Delta 0} = 0.0873$ );  $M_{z_\alpha}, M_{z_{\omega_z}}, M_{z_{\delta_B}}$  – величины, рассчитанные по следующим формулам:

$$\begin{aligned} M_{z_{\omega_z}} &= -m_{z_{\omega_z}} q S b_a^2 / v_k; \quad M_{z_\alpha} = -m_{z_\alpha} q S b_a; \\ M_{z_{\delta_B}} &= -m_{z_{\delta_B}} q S b_a, \end{aligned}$$

где  $m_{z_\alpha}, m_{z_{\omega_z}}, m_{z_{\delta_B}}$  – частные производные продольного момента  $M_z$  по углу атаки  $\alpha$ , угловой скорости тангажа  $\omega_z$  и отклонению рулей высоты  $\delta_B$  соответственно;  $b_a$  – средняя аэродинамическая хорда крыльев.

В уравнениях (1) принято  $P \sin \alpha \approx P\alpha$ ; полагая, что, как правило, угол атаки не превышает  $14 \dots 16^\circ$ , можно принять  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

**Адаптивная система управления продольным движением упругого летательного аппарата, построенная по выходу методом последовательного компенсатора.** Для применения метода последовательного компенсатора, следуя [17], [18], необходимо представить нелинейный объект (1) в форме «вход-выход» вида

$$y = \frac{b(p)}{a(p)} u + \frac{c(p)}{a(p)} \bar{\varphi}(y), \quad (4)$$

где  $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0$  – полином Гурвица, коэффициент  $b_m > 0$ ;  $c(p) = c_r p^r + \dots + c_1 p + c_0$  и  $a(p) = p^n + \dots + a_1 p + a_0$  – полиномы с неизвестными параметрами;  $r \leq n - 1$ ; передаточная функция  $b(p)/a(p)$  имеет относительную степень  $n - m$ ; неизвестная функция  $\bar{\varphi}(y)$  удовлетворяет условию секторного ограничения вида [17]

$$|\bar{\varphi}(y(t))| \leq c_0 |y(t)|, \quad (5)$$

где число  $c_0 > 0$  неизвестно.

Для объекта (4) требуется построить закон управления (в форме обратной связи по выходу)

$$u = u(y), \quad (6)$$

обеспечивающий выполнение целевого условия (внешнее возмущение отсутствует) [17]

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |y(t)| = 0. \quad (7)$$

Для приведения нелинейных уравнений (1) к виду (4) будем полагать, что измерению подлежит переменная угла наклона  $\theta$ , и, определяя в (1) неизвестную функцию

$$\bar{\varphi}(y) = \cos \theta, \quad (8)$$

линеаризуем остальную часть системы (1), представляя нелинейные аэродинамические коэффициенты подъемной силы (2) и крутильной аэроупругости (3) линейными приближениями вида

$$\begin{aligned} c_y(\alpha) &\approx c_{y0} + c_{y1}\alpha \approx c_{y1}\alpha; \\ k_{\Delta}(\Delta) &\approx k_{\Delta 0} + k_{\Delta 1}\Delta \approx k_{\Delta 0} \end{aligned} \quad (9)$$

и принимая  $v_k = \text{const}$ .

Тогда получим линеаризованное приближение нелинейной модели (1) в следующем виде (в тех же обозначениях переменных):

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{P + c_{y1}qS}{mv_k} \alpha; \\ \dot{\alpha} = -\frac{P + c_{y1}qS}{mv_k} \alpha + \omega_z; \\ \dot{\omega}_z = \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{фюз}_z}} \theta + \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{фюз}_z}} \alpha - \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{фюз}_z}} \Delta; \\ \dot{\Delta} = \omega_{\Delta}; \\ \dot{\omega}_{\Delta} = -\frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{кр}}} \theta + \left( \frac{M_{z_{\alpha}} - k_{\Delta 0}}{J_{\text{кр}}} \right) \alpha + \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{кр}}} \Delta + \\ + \frac{M_{z_{\omega_z}}}{J_{\text{кр}}} \omega_z + \frac{M_{z_{\delta_B}}}{J_{\text{кр}}} \delta_B. \end{cases} \quad (10)$$

Запишем частично линеаризованный объект (1) с учетом (10) в векторно-матричной форме вида

$$\dot{\mathbf{x}} = A_0 \mathbf{x} + b_0 u + f \cos x_1, \quad y = c^T \mathbf{x}, \quad (11)$$

где  $A_0, b_0, f, c$  – постоянные матрицы, имеющие следующий вид:

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & a_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1^0 & 1 & 0 & 0 \\ a_2^0 & a_2^0 & 0 & -a_2^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_3^0 & a_4^0 & a_5^0 & a_3^0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$b_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b)^T; \quad c^T = (c_0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0);$$

$$\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)^T = (\theta \ \alpha \ \omega_z \ \Delta \ \omega_{\Delta})^T;$$

$$f = [-d \ d \ 0 \ 0 \ 0]^T; \quad (13)$$

$$a_1^0 = \frac{P + c_{y0}qS}{mv_k}; \quad a_2^0 = \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{фюз}_z}}; \quad a_3^0 = \frac{k_{\Delta 0}}{J_{\text{кр}}};$$

$$a_4^0 = \left( \frac{M_{z_{\alpha}} - k_{\Delta 0}}{J_{\text{кр}}} \right); \quad a_5^0 = \frac{M_{z_{\omega_z}}}{J_{\text{кр}}}; \quad b = \frac{M_{z_{\delta_B}}}{J_{\text{кр}}};$$

$$d = \frac{g}{v_k},$$

где  $\mathbf{x}$  – вектор состояния линеаризованного объекта (10)–(13);  $y = c^T \mathbf{x}$  – уравнение измерения;

$\delta_b = u = u^0 + u_A$ ,  $u^0$  – программное управление,  $u_A$  – искомое адаптивное управление.

Легко убедиться в том, что тройка матриц  $\{A_0, b_0, c\}$  полностью управляема и наблюдаема.

Представление нелинейного объекта (1) (с частичной линеаризацией (10)–(13)) в форме «вход-выход» (4) будет иметь следующий вид:

$$y = \frac{b_0}{p^5 + d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p} + \frac{c_4 p^4 + c_2 p^2 + c_1 p + c_0}{p^5 + d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p} \bar{\varphi}(y), \quad (14)$$

где

$$y = x_1 = \theta; \quad \bar{\varphi}(\theta) = \bar{\varphi}(y) = \cos x_1;$$

$$b_0 = a_1^0 a_2^0 b c; \quad d_0 = 0;$$

$$d_4 = a_1^0; \quad d_3 = -(a_2^0 + a_3^0);$$

$$d_2 = (a_2^0 a_5^0 - a_1^0 a_2^0 - a_1^0 a_3^0); \quad (15)$$

$$d_1 = (a_2^0 a_3^0 + a_2^0 a_4^0 + a_1^0 a_2^0 a_5^0);$$

$$c_4 = c d; \quad c_2 = -c d (a_2^0 + a_3^0);$$

$$c_1 = c d a_2^0 a_5^0; \quad c_0 = c d (a_2^0 a_3^0 + a_2^0 a_4^0);$$

$n = 5; m = 0; r = 4; b_0 > 0$ ; передаточная функция  $b(p)/a(p)$  имеет относительную степень  $n - m = 5$ .

Выберем закон адаптивного управления по выходу следующим образом [17], [18]:

$$u_A = -\bar{\alpha}(p)(\mu + k)\hat{e}, \quad \hat{e} = \hat{y} + y^*, \quad (16)$$

где  $\hat{e} = \hat{e}(t)$  – оценка ошибки  $e = y - y^*$ ,  $y^* = y^*(t)$  – заданная (программная) выходная величина; число  $\mu$  и полином  $\bar{\alpha}(p)$  степени  $p - 1$  выбираются из условия гурвицевости полинома вида

$$a(p) + \mu b(p)\bar{\alpha}(p);$$

положительный параметр  $k$  предназначен для компенсации неопределенной функции  $\bar{\varphi}(y)$ ; функция  $\hat{e}(t)$  является оценкой ошибки  $\hat{e} = \hat{e}(t)$  и формируется алгоритмом вида

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \sigma \xi_2; \quad \dot{\xi}_2 = \sigma \xi_3; \quad \dot{\xi}_3 = \sigma \xi_4; \\ \dot{\xi}_4 &= \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - k_3 \xi_3 - k_4 \xi_4 + k_1 e); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\hat{e} = \xi_1,$$

где  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  – формальные переменные алгоритма (17); точка над переменными обозначает дифференцирование по времени  $t$ , а коэффици-

циенты  $k_i, i = \overline{1,4}$  вычисляются из условия асимптотической устойчивости системы (17) при нулевом входе  $e = 0$ .

Согласно (14) имеем относительную степень передаточной функции  $n - m = 5$ . Выбираем полином  $\bar{\alpha}(p) = (p + 3)^4$ , значения параметров алгоритма оценки (17), принимаем  $k_1 = 81, k_2 = 108, k_3 = 54, k_4 = 12$ .

Алгоритм управления (16) принимает вид

$$\begin{aligned} u_A &= -(p + 3)^4 (\mu + \kappa) \hat{y} = \\ &= -(\mu + \kappa) (1p^4 + 12p^3 + 54p^2 + 108p + 81) \hat{y} = \\ &= -(\mu + \kappa) (\hat{y}^{(4)} + 12\hat{y}^{(3)} + 54\hat{y}^{(2)} + 108\hat{y}^{(1)} + 81\hat{y}), \end{aligned} \quad (18)$$

где производные получим из (17) в виде

$$\begin{aligned} \hat{y}^{(1)} &= \dot{\xi}_1; \quad \hat{y}^{(3)} = \sigma^2 \dot{\xi}_3; \\ \hat{y}^{(2)} &= \sigma \dot{\xi}_2; \quad \hat{y}^{(4)} = \sigma^3 \dot{\xi}_4. \end{aligned}$$

Возможным вариантом настройки коэффициентов  $\mu, \kappa$  – из закона управления (17) и, следовательно,  $\sigma > \mu + \kappa$  из (7), становится их увеличение до тех пор, пока не будет выполнено целевое условие  $|e(t)| < \varepsilon_0$  при  $t \geq t_1$ , где число  $\varepsilon_0$  задается разработчиком системы адаптивного управления. Для реализации этой рекомендации можно воспользоваться алгоритмом настройки вида [17]

$$\tilde{k}(t) = \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau, \quad (19)$$

где  $\tilde{k}(t) = \mu + \kappa$ . Подынтегральная функция  $\lambda = \lambda(t)$  задается переключающим алгоритмом вида

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_0 & \text{при } |y(t)| > \varepsilon_0; \\ 0 & \text{при } |y(t)| \leq \varepsilon_0, \end{cases} \quad (20)$$

где число  $\lambda_0 > 0$ .

При этом должно выполняться условие  $\sigma > \tilde{k} = \mu + \kappa$ .

**Некоторые результаты компьютерного исследования адаптивной системы управления продольным движением упругого летательного аппарата, построенной по выходу методом последовательного компенсатора.** В Matlab Simulink построена программа цифровой реализации построенной адаптивной системы при следующих номинальных параметрах гипотетического БПЛА-70V:

$$\begin{aligned} v_k &= 40 \text{ м/с}; \quad b_a = 0.35 \text{ м}; \quad S = 1.05 \text{ м}^2; \quad a = -0.8; \\ m &= 8 \text{ кг}; \quad m_{z_\alpha} = -1.4515; \quad m_{z_{\delta_B}} = -2.2163; \\ m_{z_{\omega_z}} &= -16.276; \end{aligned}$$

$$k_\Delta(\Delta) = 6.861422(1 + 1.14379\Delta + 96.6696\Delta^2 - 9.5133\Delta^3 - 727.6641\Delta^4);$$

$$c_y(\alpha) = -0.0704 + 5.9134\alpha + 0.0057\alpha^2 - 0.0115\alpha^3.$$

Результаты компьютерного исследования вида переходных процессов в исходной нелинейной математической модели упругого ЛА (1)–(3) без управления и с адаптивным управлением (15)–(20) построенного интегратора, показаны на рис. 2 и 3 соответственно.

На рис. 2. показаны свободные нелинейные слабозатухающие упругие колебания угла наклона  $\theta$ , возбуждаемые ненулевыми начальными данными (без управления) в исходной нелинейной математической модели упругого ЛА вида (1)–(3):  $a - v_k = 20$  м/с;  $f = 1.25$  Гц;  $b - v_k = 30$  м/с;  $f = 1.6$  Гц;  $v - v_k = 40$  м/с;  $f = 2.1$  Гц ( $f$  – частота нелинейных упругих колебаний;  $\delta_B = u = 0$ ).

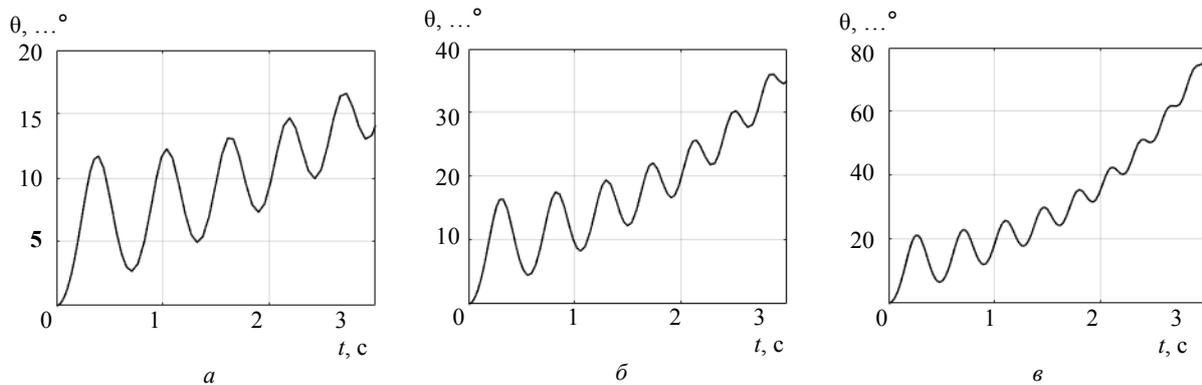


Рис. 2

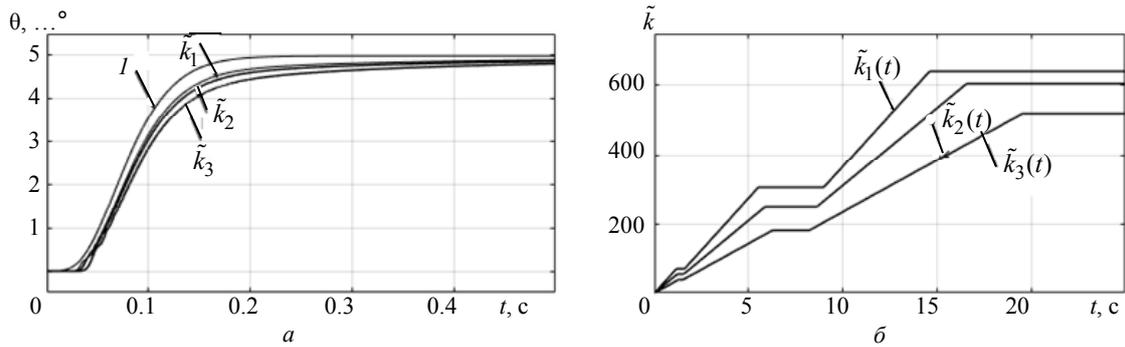


Рис. 3

На рис. 3, а показаны переходные процессы по углу наклона  $\theta(t)$ : кривая 1 – эталонный переходный процесс; кривые, помеченные как  $\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3$  – переходные процессы наклона  $\theta(t)$  при различных значениях параметра  $\lambda_0$  алгоритма настройки (16), (20):  $\lambda_0 = 60$ ;  $\lambda_0 = 45$ ;  $\lambda_0 = 30$  (во всех случаях  $\varepsilon_0 = 0.01$ ). На рис. 3, б показаны переходные процессы функций настройки  $\tilde{k}_1(t), \tilde{k}_2(t), \tilde{k}_3(t)$  при тех же значениях параметра  $\lambda_0$ :  $\lambda_0 = 60$ ;  $\lambda_0 = 45$ ;  $\lambda_0 = 30$  (во всех случаях  $\varepsilon_0 = 0.01$ ).

Из вышеизложенного можно заключить следующее:

1. Рассмотрена задача предотвращения возможности возникновения и развития изгибно-крутильного флаттера крыльев ЛА с помощью принудительного подавления крутильных упругих колебаний крыльев средствами адаптивного управления.

2. Предложена расчетная схема продольного движения ЛА, учитывающая нелинейную крутильную аэроупругость крыльев, и построена нелинейная математическая модель продольного движения упругого ЛА.

3. Построена адаптивная система управления продольным движением упругого летательного аппарата по выходу методом последовательного компенсатора.

4. Для представления нелинейной модели продольного движения упругого летательного аппарата в форме «вход-выход» с целью применения метода последовательного компенсатора потребовалась ее частичная линеаризация.

5. Проведенное компьютерное исследование адаптивной системы управления продольным движением упругого летательного аппарата продемонстрировало ее удовлетворительную эффективность в подавлении нелинейных крутильных аэроупругих колебаний крыльев летательного аппарата.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Constrained Cartesian motion control for teleoperated surgical robots / J. Funda, R. H. Taylor, S. G. B. Eldridge, K. G. Gruben // IEEE Trans. Robot. Autom. 1996. Vol. 12, № 3. P. 453–465.
2. Passenberg C., Peer A., Buss M. A survey of environment-, operator-, and task-adapted controllers for teleoperation systems // Mechatronics, Special Iss. on Design Control Methodologies in Telerobotics. 2010. Vol. 20, № 7. P. 1–25.
3. Chan L., Naghdy F., Stirling D. Application of Adaptive Controllers in Teleoperation Systems: A Survey // IEEE Trans. Human-Mach. Syst. 2014. № 44 (3). P. 337–352.
4. Flight validation of a metrics driven L1 adaptive control in the presence of general unmodeled dynamics / E. Xargay, V. Dobrokhodov, I. Kitsios et al. // IEEE Int. Conf. Control and Automation. 2009. № 6. P. 2243–2248.
5. Gao L., Wu W., Zhou S. Adaptive Flight Control Design for the Unmanned Aerial Vehicles // Int. Conf. Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA), 2011. Shenzhen, Guangdong, China, 2011. P. 345–348.
6. Integrated adaptive guidance and control of constrained nonlinear air-breathing hypersonic vehicle models / A. Serrani, A. Zinnecker, L. Fiorentini et al. // Am. Control Conf., 2009. ACC '09. St. Louis, Missouri, USA, 2009. P. 3172–3177.
7. Boskovic J., Mehra R. A Decentralized Fault-Tolerant Control System for Accommodation of Failures in Higher-Order Flight Control Actuators // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. 2010. Vol. 18, № 5. P. 1103–1115.
8. Shimosawa T., Sagara S. Digital adaptive control of a winged rocket in wide range flight conditions // Int. Conf. Modelling, Identification and Control (ICMIC). Okayama City, Japan, 2010. P. 197–202.
9. Андриевский Б. П., Фрадков А. Л. Адаптивное управление летательным аппаратом с идентификацией на скользящих режимах // Управление большими системами: сб. Вып. 26. М.: ИПУ РАН, 2009. С. 113–144.
10. Синтез адаптивного управления разворотами летательного аппарата в атмосфере / В. А. Афанасьев, Г. Л. Дегтярев, А. С. Мещанов, Т. К. Сиразетдинов // Вестн. Казанского гос. техн. ун-та им. А. Н. Туполева. 2007. № 4. С. 39–42.

11. Аэрогидроупругость конструкций / А. Г. Горшков, В. И. Морозов, А. Т. Пономарев, Ф. Н. Шкрярчук. М.: Физматлит, 2000. 591 с.

12. Байрамов Ф. Д., Сафронов М. Ю. Устойчивость изгибно-крутильных колебаний упругого крыла с подвешенным к нему двигателем // Изв. вузов. Авиационная техника. 2001. № 4. С. 29–33.

13. Waszak M. R. Robust Multivariable Flutter Suppression for Benchmark Active Control Technology Wind-Tunnel Model // J. of Guidance, Control and Dynamics. 2001. Vol. 24, № 1. P. 147–153.

14. Horikawa H., Dowell E. H. An Elementary Explanation of the Flutter Mechanism with Active Feedback Controls // J. of Aircraft. 1979. Vol. 16, № 4. P. 225–232.

15. Lee B. H. K., LeBlanc P. Flutter Analysis of a Two-Dimensional Airfoil with Cubic Nonlinear Restoring Force. Canada, Feb: National Aeronautical Establishment, 1986.

16. Novel nonlinear control design for a two-dimensional airfoil under unsteady flow / K. Zhang, Z. Wang, A. Behal et al. // J. of Guidance, Control, and Dynamics. 2013. № 36. P. 1681–1694.

17. Бобцов А. А., Никифоров В. О. Адаптивное управление по выходу: проблематика. Прикладные задачи и решения // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1 (83). С. 1–14.

18. Fradkov A. L. Passification of nonsquare linear systems and Yakubovich–Kalman–Popov Lemma // Eur. J. of Control. 2003. № 6. P. 573–582.

19. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

20. Kokotovic P., Murat A. Constructive nonlinear control: a historical perspective // Automatica. 2001. Vol. 37, № 5. P 637–662.

21. Путов В. В. Прямые и не прямые беспоскоковые адаптивные системы с мажорирующими функциями и их приложения к управлению многостепенными нелинейными упругими механическими объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 10. С. 4–11.

22. Adaptive Control Of Elastic Aerial Vehicle / V. P. Nguyen, V. V. Putov, A. V. Putov, K. T. Chan // Proc. of XX Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements (SCM'2017). Saint Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2017. P. 100–102.

23. Адаптивное управление упругим беспилотным летательным аппаратом в условиях неопределенности / В. В. Путов, В. Н. Шелудько, В. Ф. Нгуен, Н. Д. Тхань // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 4. С. 48–56.

24. Лысенко Л. Н., Нгуен Дык Кыонг, Фан Ван Чыонг. Моделирование движения дистанционно пилотируемого летательного аппарата с модифицированным нечетким регулятором в контуре управления полетом // Полет. 2013. № 2. С. 24–30.

V. V. Putov, V. N. Sheludko, V. F. Nguen  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

V. D. Than  
Vietnam scientific and technical Institute (Hanoi)

## ADAPTIVE CONTROL SYSTEM OF A NON-LINEAR ELASTIC AIRCRAFT, BUILT-UP BY THE METHOD OF A SEQUENTIAL COMPENSATOR

*The problem of preventing the occurrence and development of the flexural-torsional flutter of the aircraft wings by forced suppression of nonlinear elastic torsional oscillations of the wings by means of adaptive control is considered. A nonlinear mathematical model of the aircraft longitudinal motion is developed, taking into account the torsional air augeness of the wings. An adaptive system for controlling the longitudinal motion of a nonlinear elastic aircraft (LA) has been developed and investigated. To represent the nonlinear mathematical model of longitudinal motion of an aircraft in the form of an input-output for the application of the method of a sequential compensator, partial linearization of the model was required. The conducted computer research demonstrated the satisfactory efficiency of the constructed adaptive control system for the output in suppression of nonlinear aeroelastic torsional oscillations of the aircraft wings.*

**Aircraft, longitudinal motion, nonlinear mathematical model, taking into account aeroelasticity, flexural-torsion wing flutter, majorizing function method, adaptive control systems by state, observer application, suppression of aeroelastic wings oscillation, wind disturbances of flight**