

УДК 62-83 + 681.513.5

М. П. Белов, Д. Д. Чыонг
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Оптимальное квадратичное управление электроприводами коленного сустава экзоскелета с упругими связями

Разрабатывается математическая модель для системы электропривода экзоскелета с упругими связями с применением метода оптимального квадратичного управления (LQR). В отличие от традиционных жестких приводов, важными особенностями упругого привода являются: управление устойчивостью, более низкий выходной импеданс, ударопрочность и лучшее накопление энергии. На основе математической модели электрического привода с упругими связями коленного сустава экзоскелета предложен метод управления LQR (Linea quadratic regulator), который обеспечивает соответствие момента ноги человека заданному значению момента. Экзоскелет предназначен для поддержки людей с ограниченными возможностями. Система электропривода экзоскелета сложна и требует высокой точности для обеспечения устойчивого перемещения инвалидов. Сложность подобных систем заключается в упругости механических связей, из-за которых возникает автоколебание в переходном процессе системы, что в итоге может привести к полной неустойчивости работы электроприводов экзоскелета. Современным подходом к решению сложных задач является оптимальное квадратичное управление. Применение стабильного и эффективного метода управления LQR оправданно. Результаты исследования подтверждаются моделированием в среде Matlab&Simulink.

Экзоскелет, электропривод, оптимальное квадратичное управление, оптимальный регулятор, упругая передача, упругая связь, LQR

В последние годы были разработаны различные экзоскелетные устройства для дополнения механической мощности, необходимой людям с нарушениями функции нижних конечностей. Жесткие электроприводы, ранее применявшиеся в экзоскелетах, имеют много ограничений. В настоящее время во многих экзоскелетах применяется механизм упругой передачи, имеющий значительные преимущества: лучшее управление устойчивостью, более низкий выходной импеданс, ударопрочность и лучшее накопление энергии. Эти роботизированные устройства имеют общие требования относительно их срабатывания, веса и размера обоих приводов, а также структуры, износостойкости их конструкции и безопасности пользователя. Несмотря на усилия, приложенные для решения этих вопросов, еще остаются ограничения по их применению. Поскольку экзоскелеты – это устройства, которые нужно носить людям, безопасность взаимодействия является решающим требованием для предотвращения как травмы, так и дискомфорта [1], [2]. На сегодняшний день в

большинстве представленных экзоскелетов используются жесткие приводы, которые накладывают на эти устройства значительные ограничения, связанные с безопасностью и способностью взаимодействовать с человеком. Это существенно зависит от того факта, что высокая частота выходного импеданса жесткого привода определяется инерцией ротора. Были предложены безопасные методы контроля для улучшения динамического поведения жесткой активации при физическом взаимодействии человека с экзоскелетом, однако для определенных частот они оказались недостаточно эффективны.

Концепция серийного упругого привода была предложена Г. А. Праттом в 1995 г. [3]. Г. А. Пратт управлял двигателем с помощью токовой петли, входной сигнал которой рассчитывался с использованием обратной связи. Робинсон подробно проанализировал характеристики управления крутящим моментом привода с упругими связями и рассчитал входной сигнал токовой петли с помощью ПИД-регулятора. Он рекомендовал токовую петлю

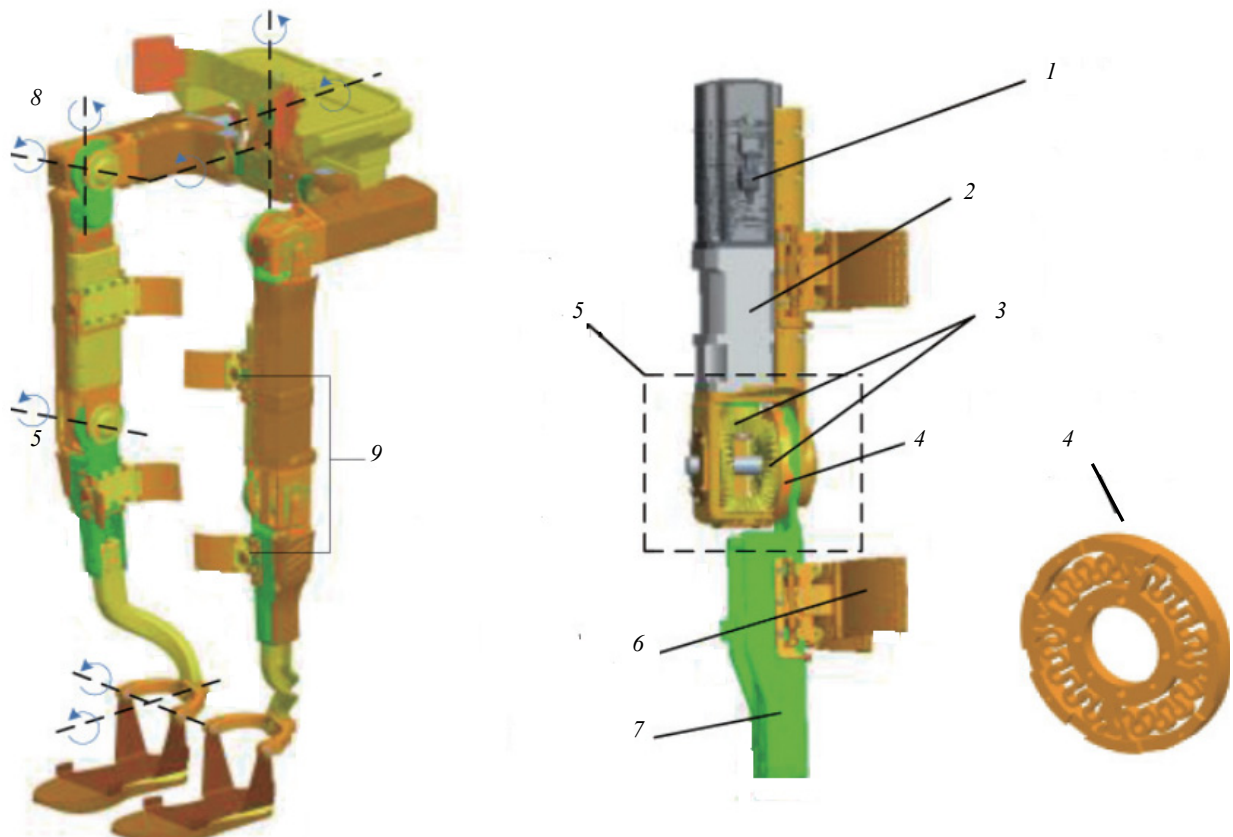


Рис. 1

для управления двигателем, чтобы устранить влияние инерции двигателя. Основываясь на исследованиях Д. В. Робинсона и Г. А. Пратта, Н. Уайет указал, что эффект трения зубчатых колес может быть уменьшен с помощью контура скорости.

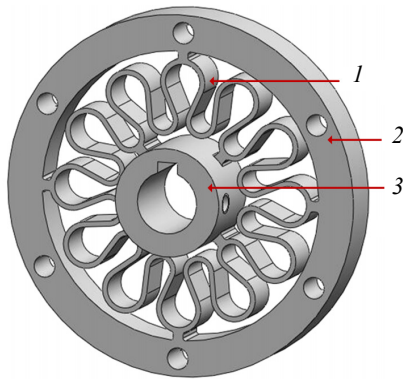
Модель экзоскелета. В настоящее время многих ученых, изучающих структуру системы электропривода экзоскелета, интересуют основные показатели системы, в том числе хранение и выпуск энергии в цикле движения. Рассмотрим компактную структуру с множеством преимуществ, как представлено в [4]. Система электропривода тазобедренного и коленного суставов экзоскелета включает в себя основные компоненты: двигатель постоянного тока (Махон RE40, 150 Вт), планетарный редуктор, коническую шестерню и механизм упругой связи [5]. Двигатель постоянного тока совместно с планетарной передачей с коэффициентом передачи 91:1 создает крутящий момент. Для увеличения крутящего момента (рис. 1) применяется пара конических шестерен (коэффициент передачи 3:1): 1 – двигатель; 2 – планетарная передача; 3 – коническая передача; 4 – упругий модуль; 5 – коленный су-

став; 6 – бандаж; 7 – икра; 8 – тазобедренный сустав; 9 – датчики контактного усилия.

На рис. 1 показан экзоскелет с 14 степенями свободы, включая две степени свободы в талии, одну – в колене и две – в лодыжке. Тазобедренный и коленный суставы приводятся в действие эластичным исполнительным механизмом, а остальные суставы экзоскелета пассивны. Новый тип серийного упругого модуля предназначен для получения привода с высокой мощностью при небольших размерах [6]–[8].

Механизм упругой связи. Структура механизма упругой связи представлена на рис. 2, а, где 1 – эластичная композиция; 2 – внешний обод; 3 – внутренний обод; на рис. 2, б показан человек с ограниченными возможностями нижних конечностей, использующий экзоскелет.

Коленные суставы должны поддерживать вес верхней части тела, выдерживать большие нагрузки на этапе приема веса и действовать, как торсионная пружина, в течение этого периода [9]–[11]. Жесткость механизма упругой связи подходит для передачи крутящего момента и снижения механического импеданса (рис. 1).



а



б

Рис. 2

Моделирование систем электропривода. Модель коленного сустава экзоскелета с упругой связью представлена на рис. 3, где τ_d – момент двигателя; τ_n – момент нагрузки; J_d – эквивалентный момент инерции системы привода; θ_d – угол выхода двигателя; θ_n – угол нагрузки; k_s – твердость модуля упругости [4], [12], [13].

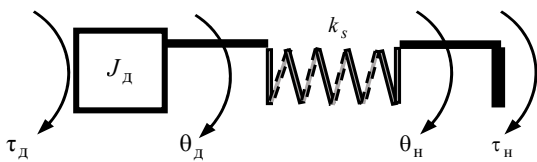


Рис. 3

На рис. 4 показана схема, эквивалентная модели на рис. 3, передаточной функции момента привода с упругой связью, где T_d – входной крутящий момент; β_τ – коэффициент усиления; G – передаточная функция скорости двигателя; θ_d ,

θ_n – угол вала двигателя и угол нагрузки; k_s – жесткость модуля упругости; T_n – выходной крутящий момент нагрузки; θ_β – входной сигнал угловой скорости двигателя.

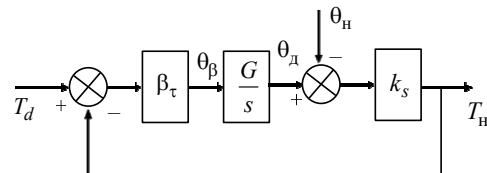
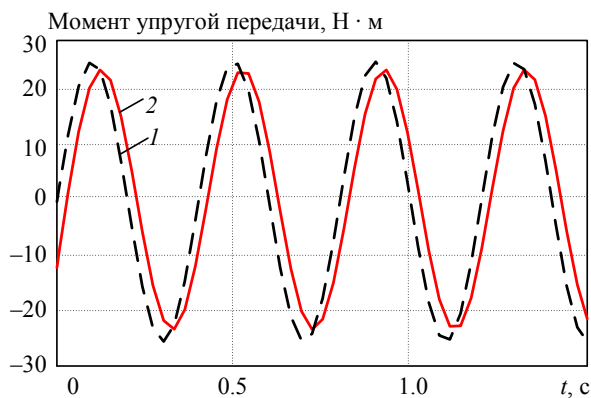
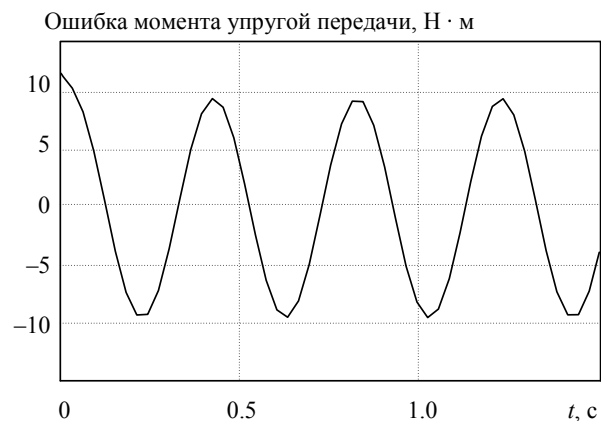


Рис. 4

На рис. 5, а показан момент изменения системы электропривода с упругой связью (1 – входной крутящий момент ($T_d = 25 \sin(5\pi t)$); 2 – выходной крутящий момент нагрузки (T_n)). Получаем момент нагрузки, который уменьшает амплитуду и задерживает фазу по сравнению с желаемым крутящим моментом (T_d). Это синусоидальная ошибка с амплитудой $9 \text{ Н} \cdot \text{м}$, как показано на рис. 5, б. Ограничиваемая этим показателем, упругая передача харак-



а



б

Рис. 5

теризуется низкой полосой пропускания. Это ограничение имеет много причин – структура упругого модуля, предел насыщения двигателя, параметры управления момента, обратная связь управления момента и скорости двигателя и т. п. Полосу пропускания можно расширить, изменяя параметры управления петли обратной связи момента и скорости двигателя, а также метод управления.

При использовании экзоскелет связывается с нижней конечностью человека – это моделирование системы показано на рис. 6.

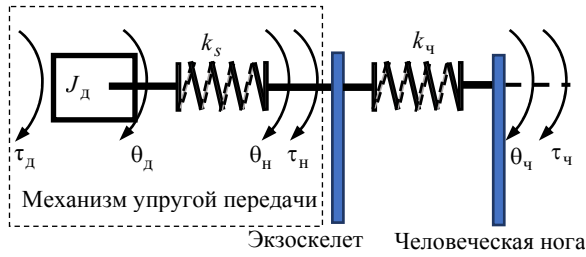


Рис. 6

Из этого рисунка получается структурная схема системы электропривода колена экзоскелета (рис. 7), где θ_c – подвижный угол ноги; k_c – контактная твердость между экзоскелетом и икрой человека; \mathcal{E} – передаточная функция колена сустава экзоскелета; T_c – контактный момент между экзоскелетом и икрой человека.

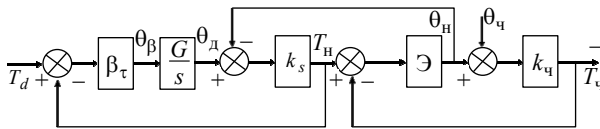


Рис. 7

В [1] автор использовал ПИ-регулятор для управления системой электропривода колена экзоскелета. На этом основании к схеме на рис. 7 добавлен коэффициент контактного усилия и контур положения для ограничения составляющей момента трения. Схема привода показана на рис. 8, где α_τ – коэффициент контактной силы.

При этом исследуется момент привода и для обеспечения правильного движения ноги человека применяется оптимальный метод управления обратной связью LQR для управления коленным суставом экзоскелета с упругими связями [1].

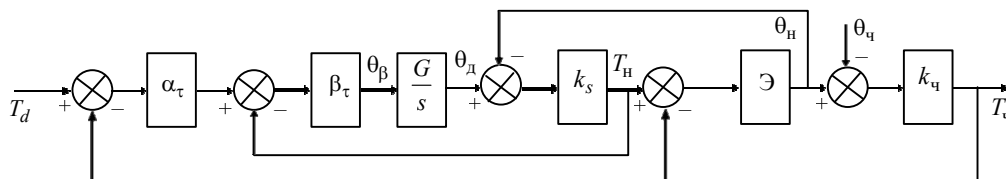


Рис. 8

Из схемы привода на рис. 8 имеем функцию передачи момента системы:

$$\frac{T_c(s)}{T_d(s)} = \frac{\alpha_\tau k_c \mathcal{E} \beta_\tau G k_s}{(1 + k_c \mathcal{E} + k_s \mathcal{E})s + (1 + k_c \mathcal{E} + \alpha_\tau k_c \mathcal{E})\beta_\tau G k_s}. \quad (1)$$

Передаточную функцию коленного сустава экзоскелета можно записать в виде

$$\mathcal{E} = \frac{1}{Js^2}, \quad (2)$$

где J – момент инерции колена экзоскелета.

Передаточная функция скорости двигателя может рассматриваться как постоянная k_d .

Из (1) и (2) имеем:

$$\frac{T_c(s)}{T_d(s)} = \frac{\alpha_\tau k_c \beta_\tau k_d k_s}{Js^3 + J\beta_\tau k_d k_s s^2 + (k_c + k_s)s + (\alpha_\tau + 1)k_c \beta_\tau k_d k_s}. \quad (3)$$

Коленный сустав экзоскелета показан на рис. 9. Исходные параметры для расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Обозначение	Значение
Жесткость модуля упругости, Н · м/рад	k_s	60.2
Контактная твердость между экзоскелетом и икрой человека, Н · м/рад	k_c	11.8
Момент инерции коленного сустава экзоскелета, кг · м ²	J	0.28
Брусовая масса 2 (икра), кг	m	3.02
Длина до центра бруса 2, м	l	0.185
Эквивалентный коэффициент передаточной функции скорости двигателя	k_d	1.53
Коэффициент усиления	β_τ	0.4
Коэффициент контактной силы	α_τ	1.32

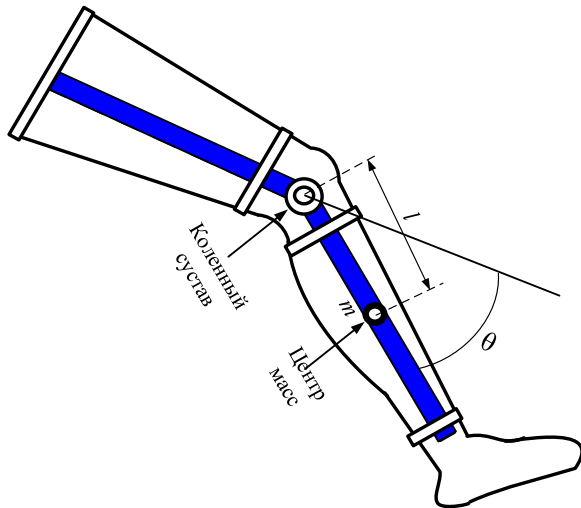


Рис. 9

Заменяв параметры в (3) (см. табл. 1), получаем следующую передаточную функцию:

$$\frac{T_{\text{ч}}(s)}{T_d(s)} = \frac{573.85}{0.28s^3 + 10.3s^2 + 72s + 1008.5}. \quad (4)$$

Разработаем управление коленным суставом экзоскелета с упругими связями с применением оптимального линейного квадратурного алгоритма (LQR).

Задачи линейно-квадратичного управления. Управляющий объект имеет уравнение состояния:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t); \end{cases} \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (5)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – вектор состояний системы; $\mathbf{u}(t)$ – вектор управления; $\mathbf{y}(t)$ – вектор выхода; A – матрица системы; B – матрица входа; C – матрица выхода.

Линейно-квадратичный регулятор. Построен закон управления в форме статической линейной обратной связи по состоянию [14], [15]

$$\mathbf{u}(t) = -K\mathbf{x}(t), \quad (6)$$

где K – матрица коэффициентов обратной связи. Подставляя (6) в (5), получим:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (A - BK)\mathbf{x}(t); \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t). \end{cases}$$

Таким образом, динамика модифицируется коэффициентом усиления обратной связи K .

Для конкретного объекта требуется разработка оптимальной системы управления по критерию качества

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t)] dt, \quad (7)$$

где Q – весовая диагональная матрица переменных состояния ($Q \geq 0$); R – весовая диагональная матрица управляющих воздействий регулирования ($R > 0$).

При минимизации $\mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t)$ в (7) управляющий сигнал имеет ограниченную амплитуду – это важная проблема при построении реальных систем управления электроприводами. Для оптимизации функционала качества применим классический метод решения алгебраического уравнения Риккати:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0, \quad (8)$$

где P – неотрицательное симметричное решение управляющего алгебраического уравнения Риккати (8). Зная решение P , можно определить матрицу коэффициентов обратных связей K размером $m \times n$ в соответствии с выражением

$$K = R^{-1}B^T P;$$

Q и R – матрицы весовых коэффициентов. Как следует из (7), одним из наиболее эффективных методов его решения является так называемый метод диагонализации.

Минимальное значение функционала качества (7) определяется следующим образом:

$$J_{\min} = \mathbf{x}_0^T P_r \mathbf{x}_0.$$

На рис. 10 представлена структурная схема оптимальной системы управления электроприводом коленного сустава экзоскелета с упругими связями:

Уравнение (4) с параметрами из табл. 1:

$$A = \begin{bmatrix} -36.8 & -257.1 & -3601.8 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C = [0 \quad 0 \quad 2017.9].$$

Характеристическое уравнение системы может быть записано в виде

$$\det(s\mathbf{I} - A + BK) = 0, \quad (9)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3].$$

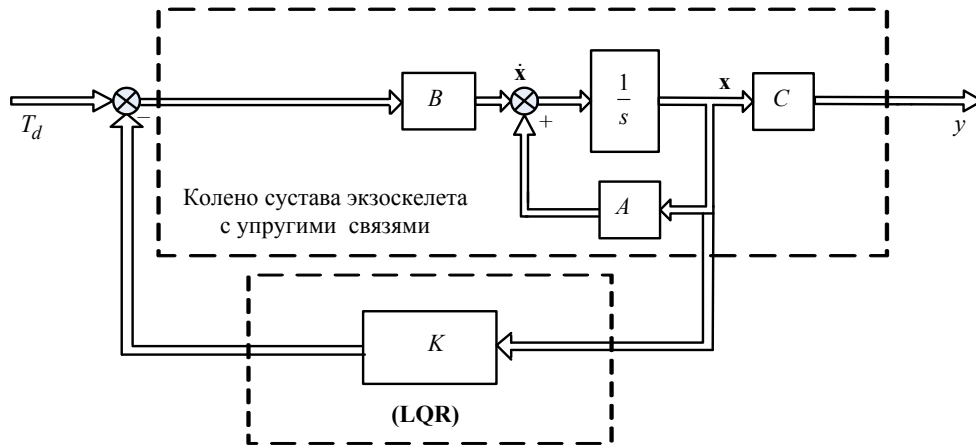


Рис. 10

После подстановки данных в (9) и его решения характеристическое уравнение системы записывается в виде

$$s^3 + (k_1 + 36.8)s^2 + (k_2 + 257.1)s + (k_3 + 3601.8) = 0. \quad (10)$$

Применение метода распределения полярных точек позволяет получить крайние точки характеристического уравнения:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -47.0394 + 0.0000i; \\ \lambda_2 = -2.0303 + 11.7800i; \\ \lambda_3 = -2.0303 - 11.7800i. \end{cases}$$

Выберем следующее желаемое характеристическое уравнение системы:

$$\prod_{i=1}^3 (s - \lambda_i)(s + \lambda_i) = s^3 + 51.1s^2 + 333.9s + 6721.6 = 0, \quad (11)$$

где $\lambda_i, (i = 1, \dots, n)$ – желаемые собственные числа, зависят от назначаемых весовых диагональных матриц.

Крайние точки реальной части отрицательны (слева от комплексной плоскости). Применив балансирование уравнений (10) и (11), получаем искомое характеристическое уравнение системы:

$$\begin{cases} k_1 + 36.8 = 51.1; \\ k_2 + 257.1 = 333.9; \\ k_3 + 3601.8 = 6721.5; \end{cases} \quad \begin{cases} k_1 = 14.3; \\ k_2 = 76.8; \\ k_3 = 3119.7. \end{cases}$$

Таким образом, регулятор обратной связи K имеет следующие коэффициенты:

$$K = [14.3 \quad 76.8 \quad 3119.7].$$

Линейно-квадратичный регулятор. Результаты синтеза линейно-квадратичного регулятора при разных значениях собственных чисел электропривода коленного сустава экзоскелета с

упругими связями приведены в табл. 2: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – желаемые собственные числа; $K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ – матрица коэффициентов обратных связей оптимального регулятора.

Таблица 2

Вариант процесса	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	k_1, k_2, k_3
1	$-47.0394 + 0.0000i$ $-2.0394 + 11.7800i$ $-2.0394 - 11.7800i$	14.3, 76.8, 3119.7
2	$-51.7783 + 0.0000i$ $-1.8409 + 11.1301i$ $-1.8409 - 11.1301i$	18.66, 60.8, 2987.9
3	$-48.1812 + 0.0000i$ $-1.8094 + 11.3994i$ $-1.8094 - 11.3994i$	15, 50.48, 2816.9
4	$-34.1818 + 0.0000i$ $-1.8091 + 13.3477i$ $-1.8091 - 13.3477i$	1, 48.1, 2599.9

Результаты моделирования. На рис. 11 приведены переходные процессы момента коленного сустава экзоскелета с упругими связями, которые соответствуют вариантам 1–4 в табл. 2 для регуляторов LQR и ПИ (кривая 5).

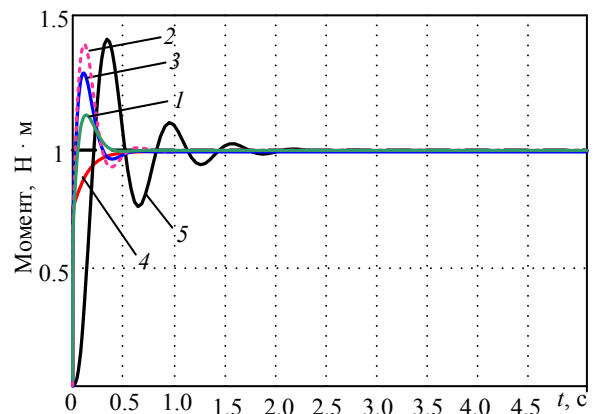


Рис. 11

Анализируя данные в табл. 2 и на рис. 11, можно сделать вывод, что для синтеза линейно-квадратичного регулятора необходимо использовать параметры варианта 4. Эти параметры, как видно из графиков на рис. 11, обеспечивают оптимальные динамические характеристики и малое значение перерегулирования, что позволяет достичь плавности движения объекта управления. На рис. 11 показано, что все опции регулятора LQR более оптимальны, чем у регулятора ПИ [1].

Из результатов моделирования видно, что регулятор оптимального квадратичного управления

электроприводами коленного сустава экзоскелета с упругими связями имеет хорошее качество управления. Время перехода мало – 0.3 с, момент икры человека следует заданному моменту с небольшой ошибкой. Таким образом, был разработан оптимальный квадратичный регулятор для системы управления электроприводами коленного сустава экзоскелета с упругими связями. Встроенный регулятор LQR отвечает требованиям стандарта устойчивости системы, решает проблему выбора весовых матриц квадратичного функционала качества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Design and evaluation of a parallel-series elastic actuator for lower limb exoskeletons / Yanhe Zhu, Jixing Yang, Hongzhe Jin, Xizhe Zang, Jie Zhao // IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation (ICRA). Hong Kong, China. IEEE, 2014. P. 1335–1340.
2. Karavas N. C., Tsagarakis N. G., Caldwell D. G. Design, modeling and control of a series elastic actuator for an assistive knee exoskeleton // 2012 4th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob). Rome, Italy, 2012. P. 1813–1819.
3. Stiffness isn't everything / G. A. Pratt, M. M. Williamson, P. Dillworth, J. Pratt, A. Wright // Experimental robotics IV. Berlin, Heidelberg: Springer, 1997. P. 253–262.
4. Zhu Y. Jin H, Zheng T., Yang J. Double closed-loop cascade control for lower limb exoskeleton with elastic actuation // Technology and Health Care. 2016. Vol. 24, № s1. P. S113–S122.
5. Active-impedance control of a lower-limb assistive exoskeleton. In 2007 / G. Aguirre-Ollinger, J. E. Colgate, M. A. Peshkin, A. Goswami // IEEE 10th Intern. Conf. on Rehabilitation Robotics. Noordwijk, Netherlands, 2007. P. 188–195.
6. Aguirre-Ollinger G. Exoskeleton control for lower-extremity assistance based on adaptive frequency oscillators: Adaptation of muscle activation and movement frequency. Proc. of the Institution of Mechanical Engineers. Pt. H // J. of Engineering in Medicine. 2015. Vol. 229. № 1. P. 52–68.
7. Bingzhang Chen, XuanZhao, Hao Ma, Ling Qin, Wei-Hsin Liao. Design and characterization of a magneto-rheological series elastic actuator for a lower extremity exoskeleton // Smart Materials and Structures. 2017. Vol. 26, № 10. P. 105008.
8. Dos Santos W. M., Caurin G. A. P., Siqueira A. A. G. Design and control of an active knee orthosis driven by a rotary series elastic actuator // Control Engineering Practice. 2017. Vol. 58. P. 307–318.
9. Design and characterization of a novel high-power series elastic actuator for a lower limb robotic orthosis / G. Accoto, F. Carpino, N. L. Sergi, L. Z. Tagliamonte, E. Guglielmelli // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. 2013. Vol. 10, № 10. P. 359.
10. Analysis, modeling, manufacturing and control of an elastic actuator for rehabilitation robots. Scientia Iranica, Transactions B / M. D. Hasankola, A. Ehsani-eresht, M. M. Moghaddam, M. A. A. Saba // Mechanical Engineering. 2015. № 22. P. 1855–1865.
11. Series elastic actuator control of a powered exoskeleton / D. Ragonesi, S. Agrawal, W. Sample, T. Rahman // Intern. Conf. of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Boston, MA, USA, 2011. P. 3515–3518.
12. Design of an electric Series Elastic Actuated Joint for robotic gait rehabilitation training / C. Lagoda, A. C. Schouten, A. H. A. Stienen, E. E. G. Hekman, H. van der Kooij // IEEE RAS and EMBS Intern. Conf. on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob). Tokyo, Japan, 2010. P. 21–26.
13. Kyoungchul K., Joonbum B., Masayoshi T. A compact rotary series elastic actuator for human assistive systems // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2011. Vol. 17, № 2. P. 288–297.
14. Белов М. П., Фьюнг Ч. Х., Носиров И. С. Управление электроприводом крупного радиотелескопа с линейно-квадратичным гауссовским регулятором // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2017. № 9. С. 52–59.
15. Tanaka R., Shibasaki H., Ogawa H., Murakami T., Ishida Y. Controller design approach based on linear programming // ISA Transactions. 2013. № 6. P. 744–751.

M. P. Belov, D. D. Truong
Saint Petersburg Electrotechnical University

OPTIMAL QUADRATIC CONTROL OF EXOSKELETON KNEE ELECTRIC DRIVES WITH ELASTIC COUPLINGS

This article builds a mathematical model for an exoskeleton electric drive system with elastic bonds using the optimal quadratic control (LQR) method. Unlike traditional hard drives, important features of an elastic drive are: stability control, lower output impedance, impact resistance and better energy storage. Based on a mathematical model of an electric drive with elastic connections of an exoskeleton knee joint, a LQR control method is proposed in order to provide the human leg moment with a given moment value. The exoskeleton is designed to support people with disabilities. The exoskeleton electric drive system is a complex system requiring high accuracy to ensure the disabled have a stable movement. The complexity of such systems lies in the elasticity of mechanical bonds, due to which self-oscillation occurs in the transition process of the system, which ultimately leads to complete instability of the operation of exoskeleton electric drives. The modern approach to solving complex problems is the optimal quadratic control. The use of a stable and efficient LQR management method is warranted. The results of the study are confirmed by modeling in the environment of Matlab & Simulink.

Exoskeleton, electric drive, optimal quadratic control, optimal controller, elastic transmission, elastic coupling, LQR

УДК 621.365.5

В. Д. Гончаров, Р. В. Яшкардин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Энергетический баланс мощной импульсной технологической установки

Представлены результаты определения энергетического баланса мощной импульсной технологической установки. Показано, что используя схему замещения установки, можно с достаточной точностью рассчитать энергетический баланс. Значения параметров для всех элементов схемы замещения определялись при помощи измерения их частотных характеристик. При расчетах энергетического баланса мощных импульсных систем необходимо учитывать потери в конденсаторных батареях. Показано, что основные энергетические потери в установках подобного типа связаны с токами, протекающими по протяженным электродам и по системе подключения этих электродов к конденсаторной батарее. При этом импульсные токи занимают лишь малую часть сечения проводника, что связано с глубиной проникновения импульсной электромагнитной энергии в проводящие материалы. В результате сопротивление электродов при протекании импульсных токов оказывается во много раз выше, чем его значение на постоянном токе.

Энергетический баланс, импульс, схема замещения

Мощные импульсные воздействия широко используются в разных областях науки и технологии – электроимпульсном разрушении материалов при добыче ископаемых [1]; электроразрядных технологиях для дезинтеграции и раскрытия руд, выделения ограночного сырья кристаллов [2], [3], разрушения бетона и железобетонных конструкций [4], утилизации композитных материалов и изделий [5], импульсных режимах получения наноматериалов [6], импульсных техноло-

гических установках для обеззараживания питьевой и сточных вод, текучих пищевых продуктов [7] и т. д.

Один из способов получения наноматериалов основан на диспергировании материалов протяженных электродов под действием мощного импульсного разряда, который движется по их поверхности [8]. Для эффективного использования оборудования, которое реализует данный способ, необходимо определить его энергетический ба-