УДК 62-526

Научная статья

https://doi.org/10.32603/2071-8985-2026-19-9-73-81

Совершенствование электронного криволинейного кулачка для управления сервосистемой станции разделения потока продукции в составе термоупаковочной машины

К. С. Езеров✉, М. П. Белов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ ezerov95@yandex.ru

Аннотация.

Цель работы. Модернизация разработанного ранее метода расчета коэффициентов полиноминальной функции, определяющей взаимосвязь между координатами ведущей и ведомой осей в многодвигательном сервоприводе термоупаковочной машины. Главная задача состоит в минимизации пиковых ускорений при обработке пакетов бутылок малой ширины. Предлагается более сложный профиль электронного кулачка. Вводится дополнительный участок плавного разгона исполнительного органа до момента деблокировки (формирования отдельного пакета бутылок).

Методы. Для поиска коэффициентов криволинейного кулачка используется метод последовательного интегрирования с учетом граничных условий. Проводится оптимизация ширины участков переходных процессов для выравнивания максимальных ускорений путем аналитического вывода значений точек экстремума функции на различных участках криволинейного кулачка.

Результаты. В результате моделирования работы системы «ведущий–ведомый» средствами среды разработки TIA Portal S7-PLCSim получены циклограммы ускорений и скоростей исполнительных органов для исходного и модернизированных методов.

Заключение. Модернизированный метод расчета криволинейного кулачка обеспечивает снижение ускорений в 2 раза и максимальных скоростей в 1.5 раза. Однако усложнение профиля криволинейного кулачка делает нецелесообразным применение модернизированного метода в тех случаях, когда исходный метод обеспечивает приемлемую динамику движения исполнительных органов.

Ключевые слова: термоупаковочная машина, станция деления, упаковка бутылок, многодвигательная сервосистема, электронный кулачок, функция CAM

Для цитирования: Езеров К. С., Белов М. П. Совершенствование электронного криволинейного кулачка для управления сервосистемой станции разделения потока продукции в составе термоупаковочной машины // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 9. С. 73–81. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-9-73-81.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Езеров К. С., Белов М. П., 2026

Original article

Improvement of Electronic Cam for Servo Control of the Collating Station of the Heat Packaging Machine

K. S. Ezerov✉, M. P. Belov

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ ezerov95@yandex.ru

Abstract.

Purpose of the work. The modernization the previously developed method for calculating the coefficients of a polynomial function, which determines the relationship between the coordinates of the master and slave axes in a multi-motor servo drive of a heat-sealing machine is shown. The main task is to minimize peak accelerations when processing packages of bottles with a small width. A more complex profile of the electronic cam is proposed. An additional section for smooth acceleration of the actuator is introduced until the moment of unlocking (formation of a separate package of bottles).

Methods. To solve the problem of finding the coefficients of an electronic cam, the method of sequential integration is used, taking into account the boundary conditions. The width of the transition process sections is optimized to equalize the maximum accelerations by analytically deriving the values of the function's extremum points in various sections of the electronic cam.

Results. As a result of modeling the operation of the master – slave system using the TIA Portal S7-PLCSim development environment, cyclograms of the accelerations and speeds of the actuators were obtained for the original and upgraded methods.

Conclusion. The upgraded method for calculating the electronic cam ensures a 2-fold reduction in accelerations and a 1.5-fold reduction in maximum speeds. However, the increased complexity of the profile of the curved cam makes it impractical to use the upgraded method in cases where the original method provides acceptable dynamics of the actuator movement.

Keywords: heat packaging machine, collating station, bottle packaging, multi-drive servo system, electronic cam, CAM functions

For citation: Ezerov K. S., Belov M. P. Improvement of Electronic Cam for Servo Control of the Collating Station of the Heat Packaging Machine // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 9. P. 73–81. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-9-73-81.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

Введение. Кулачковые механизмы использовались при построении систем автоматического управления еще в XVIII в. [1]. На сегодняшний день кулачковые механизмы остаются неотъемлемой частью многих механизмов, например распредвалов двигателей внутреннего сгорания. В современном, циклически работающем промышленном оборудовании также часто используется принцип вычисления регулирующего воздействия на основе угла поворота какого-либо элемента. Однако чаще используются электронные кулачки – математические функции, принимающие в качестве аргумента положение ведущего исполнительного механизма и вычисляющие регулирующее воздействие для ведомого (далее – CAM-кривая). Одно из главных достоинств использования электронных кулачков – возможность быстрого пересчета их параметров для корректировки режима работы технологического оборудования, что невозможно при использовании механических кулачков [2].

Постановка задачи разработки. В опубликованной ранее статье [3] описывается разработка электронного кулачка для управления сервосистемой Siemens Sinamics S120, приводящей в движение исполнительные механизмы машины, осуществляющей упаковку бутылок в термоусаживаемую пленку. Там же рассматривается узел разделения непрерывного потока бутылок на отдельные части (пакеты бутылок), которые впоследствии подлежат упаковке. С помощью криволинейного кулачка осуществляется расчет коор-

динаты задания сервопривода стержней, разделяющих непрерывный поток бутылок. Предлагаемый способ расчета электронного кулачка был введен в промышленную эксплуатацию, в ходе которой показал свою работоспособность за исключением обработки узких пакетов бутылок (в 2 и 3 бутылки шириной). При уменьшении ширины пакета бутылок значительно увеличивались скорости и ускорения исполнительных механизмов, из-за чего эксплуатация привела бы к ускоренному износу оборудования. В данной статье предлагается метод решения данной проблемы.

Разработка усложненной функции электронного кулачка. Разработанный ранее профиль электронного кулачка для станции деления (рис. 1) описывается следующим выражением:

$$y(x)=\begin{cases}\dfrac{l}{180^\circ}x_1 \text{ при } x<d_{\text{mom}};\\ \dfrac{2a_{\max}}{3h}x_2^3+\dfrac{l}{180^\circ}x_2+\dfrac{l}{180^\circ}d_{\text{mom}}\\ \text{при } d_{\text{mom}}<x<d_{\text{mom}}+\dfrac{h}{4};\\ -\dfrac{2a_{\max}}{3h}x_3^3+\dfrac{a_{\max}}{2}x_3^2+\\ +\left(\dfrac{l}{180^\circ}+\dfrac{a_{\max}h}{8}\right)x_3+\dfrac{a_{\max}h^2}{96}+\\ +\dfrac{l}{180^\circ}\dfrac{h}{4}+\dfrac{l}{180}d_{\text{mom}}\\ \text{при } d_{\text{mom}}+\dfrac{h}{4}<x<d_{\text{mom}}+\dfrac{3h}{4};\\ \dfrac{2a_{\max}}{3h}x_4^3-\dfrac{a_{\max}}{2}x_4^2+\\ +\left(\dfrac{l}{180^\circ}+\dfrac{a_{\max}h}{8}\right)x_4+\\ +\dfrac{l}{180^\circ}\left(d_{\text{mom}}+\dfrac{3}{4}h\right)+\dfrac{11}{96}a_{\max}h^2\\ \text{при } d_{\text{mom}}+\dfrac{3h}{4}<x,\end{cases}\qquad(1)$$

где l – длина пакета бутылок (пересчитанная из миллиметров хода конвейера в градусы); d_{mom} – значение x, при котором начнется процесс деблокировки; h – ширина участка деблокировки ($h = 360° - d_{\text{mom}}$); $y(x)$ – координата ведомой оси; x – координата ведущей оси; x_1–x_4 – координаты ведущей оси, смещенные на начало отрезка; $a_{\max}$ – максимальное значение ускорения при деблокировке, где

$$a_{\max}=\frac{8(360^\circ-2l)}{h^2}.\qquad(2)$$

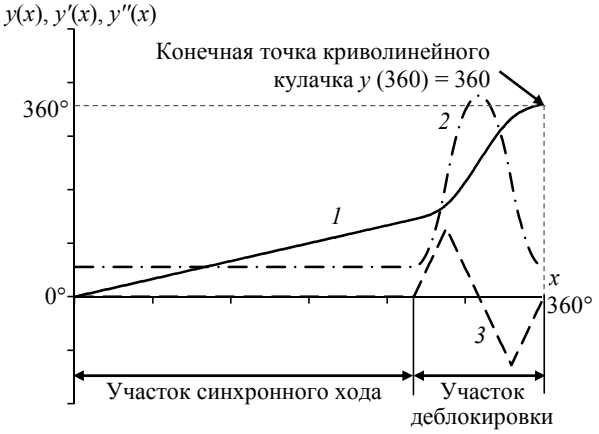

Рис. 1. График исходного криволинейного кулачка, его первой и второй производной:
1 – $y(x)$; *2* – $y'(x)$; *3* – $y''(x)$
Fig. 1. Graph of the original CAM curve, its first and second derivatives: *1* – $y(x)$; *2* – $y'(x)$; *3* – $y''(x)$

Из (2) видно, что с уменьшением l увеличивается значение $a_{\max}$, что приводит к увеличению ускорения ведомой оси и повышенному износу механических узлов станции деления.

В качестве решения предлагается добавление третьего участка между синхронным ходом и деблокировкой, на котором скорость выше, чем при синхронном ходе, но ниже, чем скорость транспортной ленты (за счет чего сохраняется проскальзывание банки по транспортной ленте до момента деблокировки). Отличительные особенности новой CAM-кривой показаны на рис. 2. На рис. 2, *а* показано начало синхронного хода (стержень А движется из начала координат), на рис. 2, *б* – деблокировка, происходящая сразу после синхронного хода (метод, разработанный в [3]). Можно видеть, что путь, необходимый группирующему стержню Б для полного оборота и вхождения между элементами продукта после прохождения начала координат, довольно велик.

На рис. 2, *в* показан участок повышенной скорости – стержень Б увеличил скорость относительно синхронной, но все еще движется медленнее транспортных лент, осуществляя торможение продукта (продукт все еще блокирован). На рис. 2, *г* показана деблокировка после участка повышенной скорости. Можно видеть, что путь, который необходимо пройти стержню Б до начала координат, меньше, чем на рис. 2, *б*. Примерный вид криволинейного кулачка и описанные участки показаны на рис. 3.

На рис. 3 приняты следующие обозначения: l – длина пакета бутылок (пересчитанная из миллиметров в градусы перемещения группирующих органов); k – путь группирующего органа, от ну-

левой точки до надежного захвата продукта; d_i – ширины переходных процессов (разгон с синхронной скорости на повышенную, разгон и торможение при деблокировке); d_{mom} – координата ведущей оси при начале деблокировки, debl_{pos} – координата ведомой оси при начале деблокировки («Точка деблокировки» на рис. 2).

Вышеописанные параметры – исходные для расчета криволинейного кулачка, т. е. форматозависимые.

Расчет параметров криволинейного кулачка. Зададимся второй производной криволинейного кулачка $y''(x)$. Согласно рис. 3, вторая производная должна иметь 3 ненулевых участка: разгон с синхронного хода на повышенную скорость (II); разгон с повышенной скорости до скорости деблокировки (IV); торможение после деблокировки до синхронной скорости (V). Участки IV и V расположены на протяжении зоны деблокировки. Также $y''(x)$ содержит 2 нулевых участка: участок синхронного хода (I) и участок повышенной скорости (II). Каждый ненулевой участок $y''(x)$ будет описываться квадратичной функцией, что увеличивает порядок криволинейного кулачка с 3 до 4 (по сравнению с методом, описанным в [3]). В [4] и [5] показано, что повышение порядка описывающей электронный кулачок функции, уменьшает динамические нагрузки на исполнительные органы. Вид $y''(x)$ представлен на рис. 4.

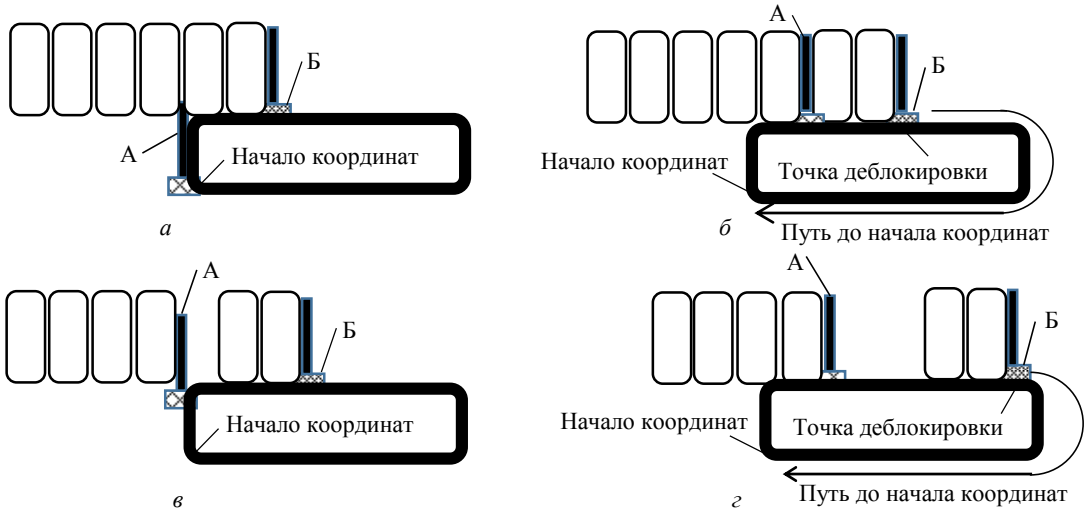

Рис. 2: *а* – нахождение стержня А в начале координат (начало цикла); *б* – положение стержней при деблокировке при работе по исходному методу; *в* – положение стержней на участке повышенной скорости при работе по усовершенствованному методу; *г* – положение стержней при деблокировке при работе по усовершенствованному методу

Fig. 2: *а* – the location of rod A at the origin (the beginning of the cycle); *б* – the position of the rods during unlocking when working using the original method; *в* – the position of the rods in the high-speed section when working using the improved method; *г* – the position of the rods during unlocking when working using the improved method

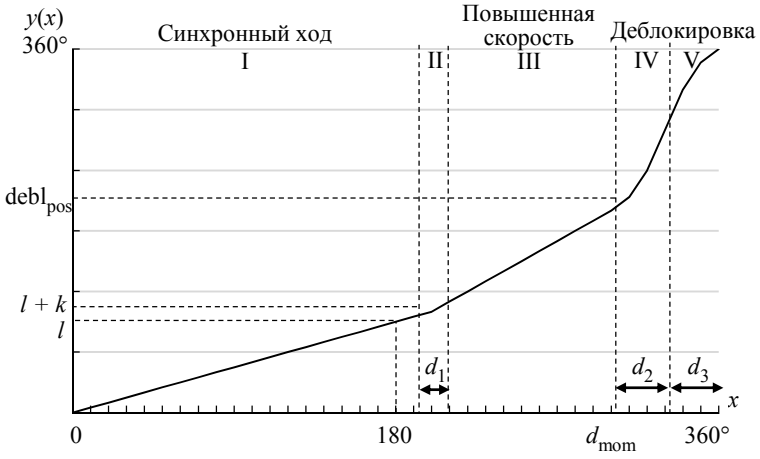

Рис. 3. График усложненной САМ-кривой
Fig. 3. Graph of sophisticated CAM curve

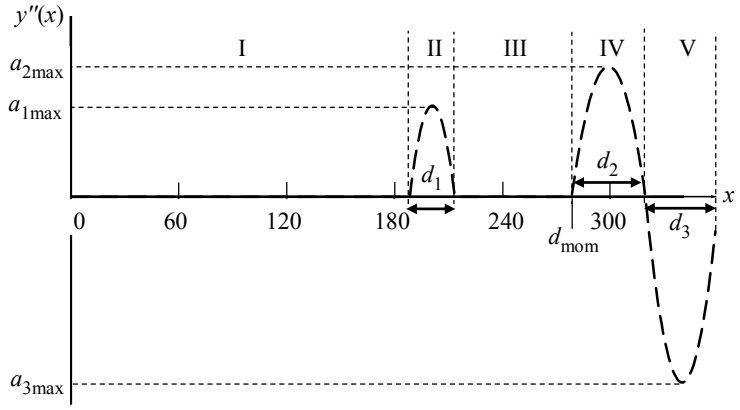

Рис. 4. График второй производной усложненной CAM-кривой
Fig. 4. Graph of second derivative of sophisticated CAM curve

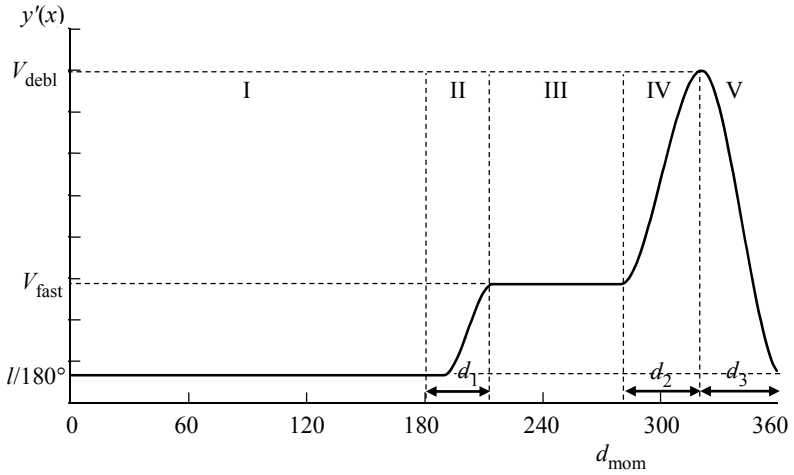

Рис. 5. График первой производной усложненного криволинейного кулачка
Fig. 5. Graph of first derivative of sophisticated CAM curve

Математическое описание участков представлено ниже:

$$y''(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } 0^\circ < x < 180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right); \\ 4a_{1\max}\left(\dfrac{-x_2^2}{d_1^2}+\dfrac{x_2}{d_1}\right) \text{ при } 180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right) < \\ < x < 180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+d_1; \\ 0 \text{ при } 180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+ \\ + d_1 < x < d_{\text{mom}}; \\ 4a_{2\max}\left(\dfrac{-x_4^2}{d_2^2}+\dfrac{x_4}{d_2}\right) \\ \text{при } d_{\text{mom}} < x < d_{\text{mom}}+d_2; \\ 4a_{3\max}\left(\dfrac{-x_5^2}{d_3^2}+\dfrac{x_5}{d_3}\right) \\ \text{при } d_{\text{mom}}+d_2 < x < 360^\circ. \end{cases} \quad (3)$$

Параметры k, l, d_i, d_{mom} – зависят от геометрии упаковываемых бутылок и описаны после рис. 3. Поскольку x_i представляет собой координату x, смещенную на начало отрезка, получаем, что $x_2 = x - 180^\circ(1 + k/l)$; $x_4 = x - d_{\text{mom}}$; $x_5 = x - (d_{\text{mom}} + d_2)$. Параметр $a_{1\max}$ рассчитывается исходя из необходимого приращения $\Delta_1 y' = y'_3 - y'_1$, где $y'_1 = \dfrac{l}{180}$ – первая производная криволинейного кулачка на участке I; y'_3 – первая производная криволинейного кулачка на участке III. Исходя из рис. 3, y'_3 должна быть рассчитана так, чтобы обеспечивалось равенство $y(d_{\text{mom}}) = \text{debl}_{\text{pos}}$. Значения в точках экстремумов $y''(x)$ $a_{2\max}$ и $a_{3\max}$ рассчитываются исходя из ширины участка деблокировки ($360^\circ - d_{\text{mom}}$) и пути, который должна пройти ведомая ось в течение деблокировки ($360^\circ - \text{debl}_{\text{pos}}$).

Для расчета $a_{i\max}$ дважды проинтегрируем выражения $y''(x)$: $y'(x)$ – первый интеграл; $y(x)$ – второй интеграл:

$$y'(x)=\begin{cases}\dfrac{l}{180^\circ}\text{ при }0^\circ<x<180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right);\\ \dfrac{-4a_{1\max}}{3d_1^2}x_2^3+\dfrac{2a_{1\max}}{d_1}x_2^2+b_2\\ \text{при }180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)<x<180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+d_1;\\ V_{\text{fast}}\text{ при }180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+d_1<x<d_{\text{mom}};\\ \dfrac{-4a_{2\max}}{3d_2^2}x_4^3+\dfrac{2a_{2\max}}{d_2}x_4^2+b_4\\ \text{при }d_{\text{mom}}<x<d_{\text{mom}}+d_2;\\ \dfrac{-4a_{3\max}}{3d_3^2}x_5^3+\dfrac{2a_{3\max}}{d_3}x_5^2+b_5\\ \text{при }d_{\text{mom}}+d_2<x<360^\circ.\end{cases}\quad(4)$$

График $y'(x)$ представлен на рис. 5.

Для определения $a_{1\max}$ рассмотрим первые 3 выражения формул (4) и (5). Постоянные интегрирования b_2 и V_{fast} находятся с помощью граничных условий для отрезков I, II, III на графике $y'(x)$ рис. 5 (b_2 – при $x=180^\circ(1+k/l)$, V_{fast} при $x=180^\circ(1+k/l)+d_1$). Таким образом, $b_2=l/180^\circ$, $V_{\text{fast}}=\dfrac{2}{3}a_{1\max}d_1+\dfrac{l}{180}$,

$$y(x)=\begin{cases}\dfrac{l}{180^\circ}x\text{ при }0^\circ<x<180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right);\\ \dfrac{-a_{1\max}}{3d_1^2}x_2^4+\dfrac{2a_{1\max}}{3d_1}x_2^3+\dfrac{l}{180^\circ}x_2+c_2\\ \text{при }180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)<x<180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+d_1;\\ V_{\text{fast}}x_3+c_3\text{ при }180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)+\\ \quad+d_1<x<d_{\text{mom}};\\ \dfrac{-a_{2\max}}{3d_2^2}x_4^4+\dfrac{2a_{2\max}}{3d_2}x_4^3+b_4x_4+c_4\\ \text{при }d_{\text{mom}}<x<d_{\text{mom}}+d_2;\\ \dfrac{-a_{3\max}}{3d_3^2}x_5^4+\dfrac{2a_{3\max}}{3d_3}x_5^3+b_5x_5+c_5\\ \text{при }d_{\text{mom}}+d_2<x<360^\circ.\end{cases}\quad(5)$$

Постоянные интегрирования c_2 и c_3 находятся аналогично из граничных условий для отрезков I, II, III на графике $y(x)$. Таким образом, $c_2=l+k$; $c_3=\dfrac{a_{1\max}d_1^2}{3}+\dfrac{l}{180^\circ}d_1+l+k$. Коэффициент $a_{1\max}$ рассчитывается, исходя из равенства с учетом сдвига аргумента $x_3=x-180^\circ(1+k/l)-d_1$. Получаем:

$$\left(\frac{2}{3}a_{1\max}d_1+\frac{l}{180}\right)\left[\text{debl}_{\text{mom}}-180^\circ\left(1+\frac{k}{l}\right)-d_1\right]+\\+\frac{a_{1\max}d_1^2}{3}+\frac{l}{180^\circ}d_1+l+k=\text{debl}_{\text{pos}},$$

откуда

$$a_{1\max}=\frac{\text{debl}_{\text{pos}}-\dfrac{l}{180^\circ}\text{debl}_{\text{mom}}}{\dfrac{2}{3}d_1\left[\text{debl}_{\text{mom}}-\dfrac{d_1}{2}-180^\circ\left(1+\dfrac{k}{l}\right)\right]}.$$

Для расчета $a_{2\max}$, $a_{3\max}$, d_2 и d_3 рассмотрим IV и V отрезки криволинейного кулачка, которые формируют участок деблокировки. Данные участки необходимы, чтобы обеспечить заданное изменение величины $y'(x)$ для ее обеспечения равенства на границах отрезков. Приращение $y'(x)$ для любого отрезка можно определить, проинтегрировав $y''(x)$ в пределах отрезка $\int_0^{d_i}\left[4a_{i\max}\left(\dfrac{-x_i^2}{d_i^2}+\dfrac{x_i}{d_i}\right)\right]dx_i=\dfrac{2}{3}a_{i\max}d_i$, откуда

$$a_{i\max}=\frac{3\left(V_{i\text{End}}-V_{i\text{Start}}\right)}{2d_i},\quad(6)$$

где $V_{i\text{End}}$ – значение $y'(x)$ на конце отрезка; $V_{i\text{Start}}$ – значение $y'(x)$ в начале отрезка; d_i – ширина отрезка.

Постоянные интегрирования b_4, c_4 вычисляются из равенства граничных условий при $x=\text{debl}_{\text{mom}}$: $b_4=V_{\text{fast}}$, $c_4=\text{debl}_{\text{pos}}$.

Постоянные интегрирования b_5, c_5 при $x=\text{debl}_{\text{mom}}+d_2$: $b_5=V_{\text{debl}}$, для упрощения расчетов $a_{i\max}$ заменяется формулой (6)

$$c_5=\frac{-a_{2\max}d_2^4}{3d_2^2}+\frac{2a_{2\max}d_2^3}{3d_2}+V_{\text{fast}}d_2+\text{debl}_{\text{pos}}=\\=\frac{\left(\dfrac{3\left(V_{\text{debl}}-V_{\text{fast}}\right)}{2d_2}\right)d_2^2}{3}+V_{\text{fast}}d_2+\text{debl}_{\text{pos}}=\\=\frac{V_{\text{debl}}d_2}{2}+\frac{V_{\text{fast}}d_2}{2}+\text{debl}_{\text{pos}}.$$

Рассмотрим конечную точку криволинейного кулачка. В данной точке должно обеспечиваться равенство $y(360°) = 360°$. Подставив данные значения в 5-е выражение уравнения (5), имеем

$$\frac{-a_{3\max}}{3d_3^2}d_3^4 + \frac{2a_{3\max}}{3d_3}d_3^3 + V_{\text{debl}}d_3 + \frac{(V_{\text{debl}} + V_{\text{fast}})d_2}{2} + \text{debl}_{\text{pos}} = \frac{\left(\frac{l}{180°} - V_{\text{debl}}\right)d_3}{2} + V_{\text{debl}}d_3 + \frac{(V_{\text{debl}} + V_{\text{fast}})d_2}{2} + \text{debl}_{\text{pos}} = \frac{\frac{l}{180°}d_3}{2} + \frac{V_{\text{debl}}d_3}{2} + \frac{V_{\text{debl}}d_2}{2} + \frac{V_{\text{fast}}d_2}{2} + \text{debl}_{\text{pos}} = 360°,$$

откуда

$$V_{\text{debl}} = \frac{2 \cdot 360° - \left(2\text{debl}_{\text{pos}} + \frac{l}{180°}d_3 + V_{\text{fast}}d_2\right)}{d_2 + d_3}. \quad (7)$$

В выражении, определяющем V_{debl}, все величины, кроме d_2 и d_3, были определены ранее. Величины d_2 и d_3 связаны следующим выражением:

$$d_2 + d_3 = 360° - \text{debl}_{\text{mom}}. \quad (8)$$

Таким образом, задав соотношение d_2 и d_3, можно рассчитать V_{debl}. Зная V_{debl}, V_{fast} и $l/180°$, по формуле (6) рассчитываются значения в точках экстремумов $y''(x)$:

$$a_{1\max} = \frac{3\left(V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°}\right)}{2d_1};$$

$$a_{2\max} = \frac{3(V_{\text{debl}} - V_{\text{fast}})}{2d_2};$$

$$a_{3\max} = \frac{3\left(\frac{l}{180°} - V_{\text{debl}}\right)}{2d_3}.$$

Величина V_{debl} зависит от соотношения d_2 и d_3. При равенстве d_2 и d_3 $a_{3\max}$ будет больше по модулю, чем $a_{2\max}$, так как приращение $y'(x)$ за участок IV меньше, чем приращение $y'(x)$ за участок V (см. рис. 5). Величину $a_{3\max}$ можно уменьшить, увеличив d_3, что приведет к увеличению $a_{2\max}$, так как d_2 уменьшится в соответствии с (6) и (8). Ускорения $a_{2\max}$ и $a_{3\max}$ будут минимальны в случае их равенства по модулю $a_{2\max} = -a_{3\max}$ (ускорения различны по знаку, так как на IV участке происходит увеличение $y'(x)$ с V_{fast} до V_{debl}, а на V участке – уменьшение $y'(x)$ с V_{debl} до $l/180°$. Исходя из этого получена следующая взаимосвязь:

$$a_{2\max} = -a_{3\max} = \frac{3(V_{\text{debl}} - V_{\text{fast}})}{2d_2} = \frac{-3\left(\frac{l}{180°} - V_{\text{debl}}\right)}{2d_3},$$

откуда $V_{\text{debl}}(d_3 - d_2) = V_{\text{fast}}d_3 - \frac{l}{180°}d_2$. Выражая V_{debl} и приравнивая к (7), после приведения подобных получаем

$$V_{\text{fast}}d_3^2 - \frac{l}{180°}d_2^2 = (360° - \text{debl}_{\text{pos}})(d_3 - d_2). \quad (9)$$

Выражая d_3 из (8) и подставляя в (7), получаем следующее квадратное уравнение:

$$\left(V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°}\right)d_2^2 + 2\left[360° - \text{debl}_{\text{pos}} - V_{\text{fast}}(360° - \text{debl}_{\text{mom}})\right]d_2 + \left[V_{\text{fast}}(360° - \text{debl}_{\text{mom}}) - 360° + \text{debl}_{\text{pos}}\right] \times (360° - \text{debl}_{\text{mom}}) = 0.$$

Решение данного уравнения определяет d_2, обеспечивающее равные по модулю ускорения на участке деблокировки (IV и V отрезки). Для упрощения записи полученного уравнения введем промежуточные переменные: $360° - \text{debl}_{\text{mom}} = \text{debl}_L$ (ширина участка деблокировки (IV и V)); $360° - \text{debl}_{\text{pos}} = k_1$ (путь, фактически пройденный ведомой осью в течение участка деблокировки); $V_{\text{fast}} \cdot \text{debl}_L = k_2$; $l/180° \cdot \text{debl}_L = k_3$. С учетом замены переменных получаем

$$\left(V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°}\right)d_2^2 + 2(k_1 - k_2)d_2 + (k_2 - k_1)\text{debl}_L = 0.$$

Данное уравнение имеет 2 корня:

$$d_{21} = \frac{k_2 - k_1 + \sqrt{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}}{V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°}},$$

$$d_{22} = \frac{k_2 - k_1 - \sqrt{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}}{V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°}}.$$

Решение d_{22} не подходит для расчета криволинейного кулачка, поскольку d_{22} всегда меньше нуля, так как $V_{\text{fast}} - \frac{l}{180°} > 0$ (см. рис. 5), а $k_2 - k_1 < 0$, так как k_2 соответствует пути ведомой оси, проходимому на скорости V_{fast} на участке debl_L (без разгона до V_{debl}), а k_1 – фактически пройденный путь на участке debl_L (с разгоном до V_{debl}, т. е. на более высокой скорости).

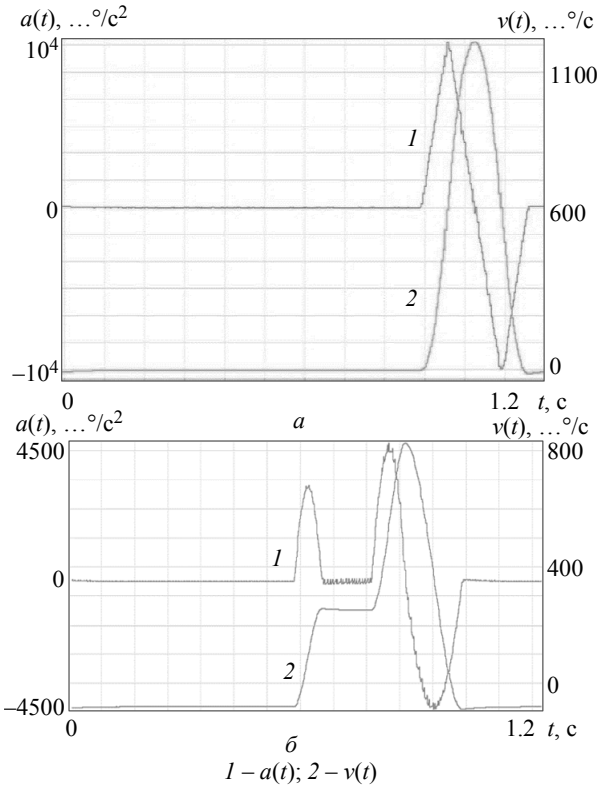

Рис. 7. Методы расчета: *а* – старый; *б* – новый
Fig. 7. Calculation methods: *а* – old (original); *б* – new

Анализ результатов. Сравнение осуществлялось моделированием работы станции разделения заготовок в программе S7-PLC SIM V17 при следующих параметрах формата: l = 51.5 (что соответствует 100 мм для моделируемой машины); d_1 = 25; k = 8; d_{pos} = 160; debl_{mom} = 278. Производительность машины – 50 упаковок в минуту. Данные параметры – демонстрационные и не испытывались на реальной машине. Графики скоростей $v(t)$ и ускорений $a(t)$ одной из ведомых осей станции разделения заготовок представлены на рис. 7: *а* – для старого, *б* – для нового методов расчета.

Из сравнения результатов моделирования (рис. 7) видно, что разработанный метод при одинаковых входных параметрах снижает максимальное ускорение более чем в 2 раза, а скорость – практически в 1.5 раза.

Также можно отметить корректный расчет ширины участков IV и V. Уменьшение ширины отрезка IV обеспечивает равенство по модулю максимумов $a(t)$ на уровне 4500 °/c^2.

Заключение. Данные исследования привели к усложнению метода расчета электронного кулачка для минимизации пиковых ускорений. С помощью полученных формул была разработана программа для промышленного контроллера Siemens Simatic S7-1516-3T. Сравнение описанного в [3] и представленного в данной статье методов, показывает уменьшение пиковых ускорений более чем в 2 раза, однако отмечается усложнение процесса настройки термоупаковочной машины. С другой стороны, предлагаемый метод требует больше входных параметров для расчета, что усложняет настройку нового формата для термоупаковочной машины. Из этого следует, что описываемый в данной статье алгоритм расчета криволинейного кулачка имеет смысл использовать только в случае пакетов бутылок, имеющих малую длину.

Список литературы

1. Kerle H., Mauersberger K. A contribution to the history of cam mechanisms – From Leonardo da Vinci till today // Intern. Symp. on History of Machines and Mechanisms. Dordrecht: Springer, 2009. P. 133–150. doi: 10.1007/978-1-4020-9485-9_10.

2. Wójkowski K., Talaśka K., Wilczyński D. Mathematical model of the electronic cam in terms of application in a dosing machine // Processes. 2024. Vol. 12, no. 9. Art. 1909. doi: 10.3390/pr12091909.

3. Езеров К. С., Белов М. П. Расчет параметров CAM-кривой для управления сервосистемой станции разделения потока продукции термоупаковочной машины // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2025. Т. 18, № 7. С. 103–112. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-7-103-112.

4. Nguyen V.-T., Kim D.-J. Flexible cam profile synthesis method using smoothing spline curves // Mechanism and Machine Theory. 2007. Vol. 42, no. 7. P. 825–838. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.07.005.

5. Liao C.-S., Jeng S.-L., Chieng W.-H. Electronic cam motion generation with special reference to constrained velocity, acceleration, and jerk // ISA Trans. 2004. Vol. 43, no. 3. P. 427–443. doi: 10.1016/S0019-0578(07)60159-1.

Информация об авторах

Езеров Кирилл Сергеевич – аспирант кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: ezerov95@yandex.ru
https://orcid.org/0009-0000-8466-600X

Белов Михаил Петрович – д-р техн. наук, профессор кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: milesa58@mail.ru

References

1. Kerle H., Mauersberger K. A Contribution to the history of cam mechanisms – From Leonardo da Vinci till today // Intern. Symp. on History of Machines and Mechanisms. Dordrecht: Springer, 2009. P. 133–150. doi: 10.1007/978-1-4020-9485-9_10.

2. Wójkowski K., Talaśka K., Wilczyński D. Mathematical model of the electronic cam in terms of application in a dosing machine // Processes. 2024. Vol. 12, no. 9. Art. 1909. doi: 10.3390/pr12091909.

3. Ezerov K. S., Belov M. P. Raschet parametrov CAM-krivoj dlja upravlenija servosistemoj stancii razdelenija potoka produkcii termoupakovochnoj mashiny // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2025. T. 18, № 7. S. 103–112. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-7-103-112. (In Russ.).

4. Nguyen V.-T., Kim D.-J. Flexible cam profile synthesis method using smoothing spline curves // Mechanism and Machine Theory. 2007. Vol. 42, no. 7. P. 825–838. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.07.005.

5. Liao C.-S., Jeng S.-L., Chieng W.-H. Electronic cam motion generation with special reference to constrained velocity, acceleration, and jerk // ISA Trans. 2004. Vol. 43, no. 3. P. 427–443. doi: 10.1016/S0019-0578(07)60159-1.

Information about the authors

Kirill S. Ezerov – postgraduate student of the Department of Robotics and Automation of Production Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: ezerov95@yandex.ru
https://orcid.org/0009-0000-8466-600X

Mikhail P. Belov – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Robotics and Automation of Production Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: milesa58@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20.04.2026; принята к публикации после рецензирования 25.08.2026; опубликована онлайн 27.11.2026.

Submitted 20.04.2026; accepted 25.08.2026; published online 27.11.2026.