

4. Зубарев А. В., Шатунов А. Н. Моделирование электрических цепей в рамках дисциплины «Теоретические основы электротехники» в свободном программном продукте Qucs // Тенденции развития науки и образования. 2019. № 55, Ч. 1. С. 39–45.

5. Зубарев А. В., Кондаков А. В., Шатунов А. Н. Компьютерное моделирование как инструмент обу-

чения в дистанционном формате на примере расчета трехфазной цепи // Тенденции развития науки и образования. 2020. № 65, Ч. 2. С. 74–80.

6. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие. 7-е изд., стер. СПб.: Лань, 2009.

A. V. Zubarev, A. V. Kondakov, A. N. Shatunov  
Saint Petersburg Electrotechnical University

## COMPUTER MODELING APPLICATIONS IN THE PREPARATION PROCESS FOR OLYMPIAD ON «THEORETICAL FOUNDATIONS OF ELECTRICAL ENGINEERING»

*In order to spot talented young students, build up their interest in the chosen profession, to rate their professional knowledge and skills, universities organize annual specialized Olympiads. The present paper offers an algorithm of preparing students for such events using the course on basic electrotechnics as an example. In particular, analytical solutions of two high-level problems on electrical circuits theory are being discussed. Also, detailed solutions of problems on direct current and symmetric three-phase circuit in steady-state mode with two different loads are given. The cases of use the specialized software for students to control the obtained results is shown. The programs used are proprietary NI Multisim 14.1 and open-source Qucs.*

**Olympiad problems, software, electrical circuits analysis, three-phase circuit**

УДК 621.365.5

А. М. Любомиров

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Стартовый нагрев оксидного материала для обеспечения технологий на базе индукционной плавки в холодном тигле

*Рассматриваются известные методы предварительного или стартового нагрева оксидов, которые обеспечивают дальнейший процесс индукционной плавки оксидов в холодном тигле. Любой метод стартового нагрева должен обеспечить некоторый минимальный объем оксидного расплава, который будет приемником энергии электромагнитного поля, создаваемого индуктором в котором расположен холодный тигель. В результате исследований автором определен диапазон допустимого изменения стартового объема оксидного расплава. При этом стартовый нагрев надежно обеспечивает организацию дальнейшего процесса индукционной плавки и минимизирует загрязнение оксикарбидами стартовой зоны наплавляемого слитка. Сделан упор на экзотермический процесс организации стартового объема оксидного расплава. Исследование имеет хорошо обоснованную теоретическую часть, которая подтверждена экспериментальными результатами. Сформулированы практические рекомендации по организации экзотермического стартового процесса.*

**Оксиды, стартовый нагрев, дисперсный металл, стартовый объем расплава, шихта, оксидный расплав, холодный тигель, ванна расплава, индукционная плавка**

При обращении с оксидными материалами широко применяются петругические процессы, в которых технологические задачи обеспечивают-

ся при расплавлении оксида или смеси оксидов. До недавнего времени плавку оксидов осуществляли только в дуговых печах. Для борьбы с за-

грязнением плавленного материала стали применять плавку в гарнисаже, который изолировал расплав закристаллизованным слоем переплавленного оксида. Этот слой образовывался при контакте расплава с охлаждаемой водой стенкой тигля, и плавку в гарнисаже стали называть плавкой в холодном тигле. В дальнейшем нагревать расплав в холодном тигле стали индукционно, тогда и появилось новое понятие – индукционная плавка в холодном тигле (ИПХТ).

Оксидные материалы в нормальных условиях – хорошие диэлектрики и не нагреваются индукционно. Однако если оксид предварительно нагреть, то его удельное сопротивление уменьшится. При температуре плавления удельное сопротивление оксидов достигает значений ( $10^{-2} \dots 10^{-3}$ ) Ом · м, что позволяет использовать для ИПХТ оксидов частоты тока в диапазоне ( $10^3 \dots 10^7$ ) Гц [1].

Для осуществления процесса ИПХТ оксидов необходим предварительный, или, как его в дальнейшем стали называть, стартовый нагрев переплавленного оксидного материала, который называется шихтой. Стартовый нагрев изменяет теплофизическое состояние части шихты, преимущественно удельное сопротивление и обеспечивает получение небольшого объема расплава, в котором начнет выделяться индукционно энергия достаточная для расплавления шихты, окружающей этот объем.

В технологиях ИПХТ оксидов используется несколько методов стартового нагрева [1]:

1. Нагрев теплопроводностью от металлического или графитового тела, нагреваемого индукционно или резистивно.

В шихту помещают диск из тугоплавкого металла или графита, который нагревается индукционно. При получении достаточного объема расплава диск извлекают из тигля. Метод имеет существенный недостаток, связанный с тем, что из всех тугоплавких металлов для стартового нагрева при ИПХТ оксидов пригоден только иридий, который очень дорог. Применение графита приводит к восстановлению оксидных компонентов стартового объема расплава и изменению стехиометрии плавленного материала. Метод используют ограниченно, только при ИПХТ легкоплавких и недорогих оксидов.

2. Прямой нагрев шихты электрической дугой.

Этот метод обеспечивает нагрев шихты тепловым излучением электрической дуги, но для

него требуется дополнительное оборудование. Графитовые электроды будут загрязнять расплав продуктами их эрозии, а металлические – частицами постороннего металла.

3. Индукционный нагрев электропроводной составляющей многокомпонентной шихты с последующим добавлением в расплав неэлектропроводных компонентов шихты.

Метод прост в реализации, но требует строго последовательной и дозированной подачи составляющих шихту материалов в стартовый объем расплава. Стартовый процесс получается длительным по времени и, как правило, стехиометрия стартовой порции расплава будет значительно отличаться от заданной по технологии. Кроме того, количество оксидных материалов, имеющих в своем составе электропроводный компонент, весьма ограничено. Этот метод не нашел практического применения.

4. Нагрев теплом, выделяющимся при экзотермической реакции металла, оксид которого необходимо плавить.

Простота этого метода и достаточная чистота продуктов реакции при условии чистоты исходных материалов привлекают к нему внимание. Экзотермическая реакция организуется под слоем шихты, чтобы нагревать и плавить значительный объем садки. Если в задачу ИПХТ входит переплав индивидуальных оксидов, например  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$  или  $Y_2O_3$ , то стартовый нагрев за счет тепла экзотермической реакции окисления соответствующего металла практически не нарушает стехиометрию расплава. Если плавится многокомпонентная шихта для жидкофазного синтеза при ИПХТ оксидных соединений, например  $Y_2Al_5O_{12}$  или  $LiTaO_3$ , то стартовый процесс за счет тепла экзотермической реакции окисления металлов Y, Ta или Al позволяет выдержать стехиометрию расплава.

Метод заключается в индукционном нагреве небольшого количества порошка, крупки или стружки металла, помещенного компактно в холодном тигле под слоем шихты. Металл нагревается до температуры возгорания, после чего горит самостоятельно с выделением большого количества тепла.

Из перечисленных методов наиболее широко для стартового нагрева используется старт за счет тепла экзотермической реакции окисления металла, оксид которого подлежит ИПХТ. Достоинство метода состоит в возможности его использования без участия человека. Это особенно важно, так

как технологии ИПХТ все более широко применяются при обращении с радиоактивными материалами.

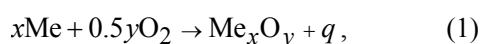
Стартовый нагрев при ИПХТ оксидов включает следующие задачи:

1. Изменение теплофизического состояния части садки, т. е. в основном удельного сопротивления части шихты, при котором в ней начнет индуцироваться ток, достаточный для получения тепловой мощности не только компенсирующей тепловые потери от этого объема, но и обеспечивающей плавление окружающей этот объем шихты.

2. Получение минимального объема расплава, в котором будет индуцироваться ток.

Минимальная температура расплава стартового объема, должна быть равна температуре плавления  $t_{пл}$  для индивидуальных оксидов и температуре ликвидус  $t_{лик}$  для многокомпонентных оксидных систем [2].

Стартовый нагрев экзотермическим окислением порции дисперсного металла, размещенной компактно в тигле под поверхностью шихты и индукционно нагреваемой до температуры возгорания, запускает процесс окисления металла по реакции



где  $q$  – тепловой эффект реакции окисления  $x$  моль металла, численно равный удельной теплоте образования оксида  $-\Delta H_T^0$ , кДж/кмоль при температуре  $T$ .

В [1] и [3] представлен метод расчета массы дисперсного металла для обеспечения стартового нагрева при ИПХТ оксидов. Указано, что стартовый объем расплава, образованный сгоревшим металлом, должен иметь вид диска или кольца. Температура расплава образовавшегося оксида должна быть равна температуре его плавления.

Изучение теории горения металлов, например металлического алюминия [4], применительно к стартовому нагреву при ИПХТ оксидов, приводит к следующим выводам:

1. Эффективность горения металлических частиц связана с их размером, а время сгорания зависит от скорости окисления, увеличивающейся пропорционально окисляющейся поверхности.

2. Температура сгорания металла высокая и соответствует температуре кипения его оксида [4].

3. В процессе нагрева и горения металла происходит агломерация его частиц, в результате до 6 % от исходной навески дисперсного металла не сгорает [4].

4. Чтобы инициировать реакцию экзотермического окисления металла, т. е. его горение, надо нагреть частицы металла до температуры плавления оксида этого металла.

Таким образом, для реализации стартового нагрева при ИПХТ оксидов, надо знать массу металла и размер металлических частиц, чтобы обеспечить максимально полное сгорание стартового металла. Это уменьшит размер загрязненной металлооксидом стартовой зоны слитка и оптимизирует экономику ИПХТ оксидов. Дополнительно из технологических соображений требуется знать время формирования ванны расплава в холодном тигле. Время формирования ванны оксидного расплава напрямую связано с объемом холодного тигля и расходом электроэнергии. Уменьшая время формирования ванны расплава, мы снижаем расход электроэнергии технологий на базе ИПХТ.

В процессах индукционного нагрева каждому размеру (диаметру) металлических частиц  $d$ , соответствует определенная частота тока  $f$ , при которой выделяющаяся в металле мощность будет максимальна. Глубина проникновения тока  $\Delta$  в метрах в металлическую частицу определяется по формуле в [5]. При этом в слое металла толщиной  $\Delta$ , будет выделяться 86.5 % энергии электромагнитного поля, а 95 % энергии выделится на расстоянии, примерно равном  $1.5\Delta$ . Таким образом, диаметр гранул, толщина металлической стружки по каждому из трех измерений должны быть равны  $d = 1.5\Delta \cdot 2 = 3\Delta$ . Для стартового процесса ИПХТ следует брать металлические частицы именно такого размера. Формула для расчета размера частиц металла в метрах будет следующей:

$$d = 1.51 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{\rho_2}{f\mu_2}}, \quad (2)$$

где  $\rho_2$  – удельное сопротивление металла, Ом·м;  $f$  – частота тока генератора плавильной установки, Гц;  $\mu_2$  – магнитная проницаемость индукционно нагреваемого металла.

При использовании частиц металла с геометрическими размерами, рассчитанными по (2), в них индукционно будет выделяться максимальная мощность.

Необходимо отметить, что при сгорании металла вместе с тепловой энергией выделяется световая и другие виды энергии [6]. Если рассчитывать только тепловую энергию, расходуемую

на нагрев образовавшегося оксида до  $t_{пл}$ , энергию на плавление и перегрев оксида до температуры кипения, то полученный результат будет несколько меньше, чем энергия, рассчитанная по тепловому эффекту химической реакции (1).

Сформулируем следующие допущения:

1. Частицы стартового металла сгорают очень быстро, и время их сгорания не учитываем.

2. Стартовый объем имеет сферическую форму и формируется за время  $\tau_1$  до объема  $V_c$  радиусом  $R_c$ . Если  $R_c$  меньше  $R_{кр}$ , то сформированный стартовый объем расплава начнет остывать и за время  $\tau_2$  увеличит свой размер за счет расплавления окружающей объем шихты. Если за время  $\tau_2$  радиус объема увеличится до  $R_{кр}$  и средняя температура объема расплава составит  $t_{ср} \geq \frac{t_{ср} + t_{пл}}{2}$ ,

то он будет греться индукционно. На этом стартовый процесс завершится и наступит период формирования ванны расплава. Если  $R_c \geq R_{кр}$ , то стартовый объем расплава сразу при достижении радиуса  $R_{кр}$  будет индукционно нагреваться, а временем его формирования станет время, за которое радиус объема достиг значения  $R_{кр}$ .

3. Опираясь на результаты [7] в качестве критического стартового объема расплава, примем объем радиусом  $R_{кр} = R_2/3$ , где  $R_2$  – радиус внутренней полости холодного тигля.

4. В сформированном стартовом объеме расплава температура в центральной области объема равна  $t_{кип}$ , на границе расплав–шихта при плавке индивидуального оксида – равна его  $t_{пл}$ , а при ИПХТ оксидных систем –  $t_{лик}$ .

5. Мощность теплового потока от стартового объема расплава постоянна ( $W = const$ ) за все время его формирования.

Размер металлических частиц для стартового нагрева при ИПХТ определяется по формуле  $d = 3\Delta$ . При сгорании массы металла  $m_{Me}$ , кг, образуется расплав оксида массой  $m_{окс}$ , кг, объемом  $V_c$ , радиусом  $R_c$ . Зная исходную массу дисперсного металла для стартового процесса, массу образовавшегося при сгорании металла оксида можно определить из реакции (1) по формуле

$$m_{окс} = \frac{m_{Me}M_{окс}}{xM_{Me}}, \quad (3)$$

где  $M_{Me}$  и  $M_{окс}$  – молярные массы металла и оксида, кг/моль соответственно;  $x$  – коэффициент из реакции (1).

Используя результат (3), определяем радиус стартового объема расплава  $R_c$ , м:

$$R_c = \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi\gamma \frac{m_{Me}}{4}}, \quad (4)$$

где  $\gamma$  – плотность образовавшегося оксида при температуре кипения, кг/м<sup>3</sup>.

По закону Фурье плотность потока энергии  $q$ , Вт/м<sup>2</sup> в непрозрачной и неподвижной однородной среде теплопроводностью будет пропорциональна градиенту температуры  $\nabla_t$ :

$$q = -\lambda\nabla_t. \quad (5)$$

Принимая за градиент температуры по сечению сферического объема разность между  $t_{кип}$  и  $t_{пл}$ , а также учитывая (4) и (5), уравнение для плотности теплового (Вт/м<sup>2</sup>) потока примет вид

$$q = \frac{2\lambda}{R_c}(t_{кип} - t_{пл}),$$

а для полного теплового потока, Вт

$$W = 8\tau R_c \lambda (t_{кип} - t_{пл}), \quad (6)$$

где  $\lambda$  – коэффициент кондуктивной теплопроводности оксидного расплава, Вт/(м·°С);  $t_{кип}$  и  $t_{пл}$  – температуры кипения в центральной части стартового объема расплава и плавления оксида на границе расплав–шихта, °С.

Координата  $x$  за время  $\tau_1$  продвигается до  $x = R_c$  и определяется из дифференциального уравнения баланса энергии на фронте плавления сферического объема расплава, который сохраняет свою форму:

$$\frac{W}{4\pi x^2} d\tau_1 = \gamma_{пл} dx, \quad (7)$$

где  $\gamma_{пл}$  – удельная теплота плавления оксида, Дж/м<sup>3</sup>.

Интегрируя (7) при  $W = const$ , определенного по (6), определим время  $\tau_1$ , с, за которое формируется стартовый объем расплава  $V_c$ :

$$\tau_1 = \frac{4\pi\gamma_{пл}}{3W}(R_c^3 - R_0^3), \quad (8)$$

где  $R_c$  – радиус стартового объема расплава, определяемый по (4), м;  $R_0$  – начальный радиус стартового объема расплава, м.

При  $R_0 = 0$  выражение (8) упрощается. Если  $R_c$  меньше  $R_{кр}$ , то время  $\tau_2$  увеличения стартового объема расплава при остывании от  $R_c$  до  $R_{кр}$  определяем по (8) с заменой  $R_c$  на  $R_{кр}$  и  $R_0$  на  $R_c$ . Следует помнить, что при этом средняя температура объема расплава в расчете должна быть  $t_{ср} \geq \frac{t_{кип} + t_{пл}}{2}$  [8], °С:

$$t_{ср} = t_{кип} - \frac{WR_{кр}}{4\pi\lambda(2+k)R_c^2},$$

где  $k$  – коэффициент формы объекта, который для сферического объема равен 3.

Определить время формирования ванны расплава в секундах в тигле при  $W = \text{const}$  можно, применив несколько измененную (8):

$$\tau_{ф} = \frac{\pi r_{пл}}{6W} (D_2^3 - R_{кр}^3),$$

где  $D_2$  – внутренний диаметр холодного тигля, м;  $D_{кр}$  – диаметр критического стартового объема расплава, м;  $r_{пл}$  – удельная теплота плавления оксида, Дж/м<sup>3</sup>.

По разработанному методу рассчитаны количество дисперсного металла для стартового процесса, время формирования стартового объема расплава и время формирования ванны расплава  $\tau_{ф}$  при ИПХТ оксида алюминия квалификации «Ч» в холодном тигле с внутренним диаметром  $D_2 = 0.094$  м частота тока генератора плавильной установки составляла 5.28 МГц. Для старта использовали алюминиевую стружку массой  $m_{Al}$  с размерами, рассчитанными по (2). Плотность расплава оксида алюминия рассчитывали по данным из [4] и [9], температуры кипения и плавления оксида алюминия брали равными

$t_{кип} = 2980$  °С и  $t_{пл} = 2050$  °С из [4]. Коэффициент кондуктивной теплопроводности расплава оксида алюминия принят постоянным, равным  $\lambda = 1.5$  Вт/(м·°С). Значения относительного диаметра стартового объема расплава  $m_2$  рассчитаны при удельном электрическом сопротивлении расплава оксида алюминия, взятом при температуре  $t_{ср} \geq \frac{t_{кип} + t_{пл}}{2}$ . Результаты расчетов и натуральных экспериментов при ИПХТ оксида алюминия сведены в таблицу.

Анализ результатов, представленных в таблице, показывает, что количество дисперсного алюминия должно быть 17 г и более, чтобы обеспечить такой стартовый объем расплава, который будет индукционно нагреваться.

Для более полного и корректного анализа результатов воспользуемся коэффициентом динамической устойчивости пульсирующего сфероида [7]:

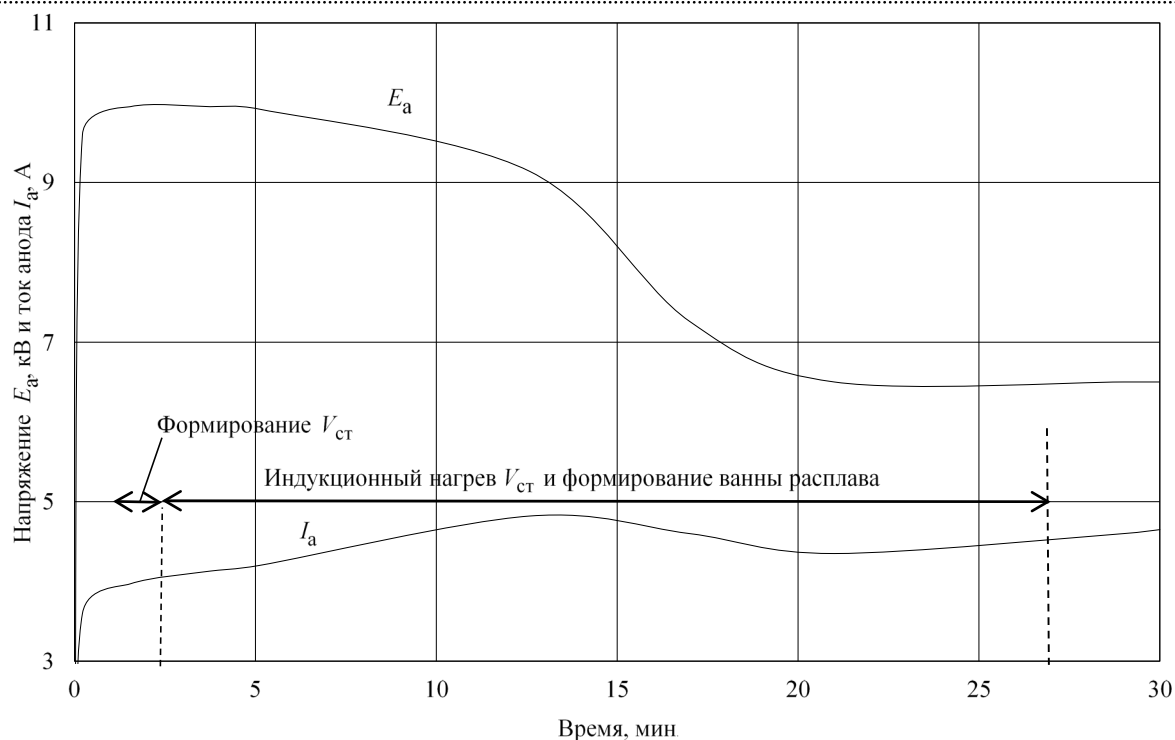
$$K = \sin\left(\frac{90^\circ}{N^{1/3}}\right), \tag{9}$$

где  $N$  – отношение внутреннего радиуса холодного тигля ( $R_2 = D_2/2$ ) к стартовому объему расплава радиусом  $R_c$ .

Анализ результатов, полученных по (9), показывает, что при  $0.5 \leq K \leq 1$  зависимость  $m_2 = f\left\{\left(R_2/R_c\right)^3\right\}$  близка к линейной, а при  $K \leq 0.5$  имеет четкий перегиб. Это говорит о том, что если  $K \geq 0.5$ , то стартовый процесс пройдет успешно, а при  $K \leq 0.5$  стартовый процесс не происходит (см. таблицу).

Опираясь на полученные результаты для практических задач по ИПХТ оксидов можно сформулировать следующие рекомендации. Проводить стартовый процесс ИПХТ оксидов следует в диапазоне значений коэффициента динамической устойчивости пульсирующего сфероида

$m_{Al}, \text{ г}$	Расчет по разработанному методу				Эксперимент
	$R_c, \text{ м}$	$\tau_{ф}, \text{ мин}$	$m_2$	$K$	$\tau_{ф}, \text{ мин}$
1	0.006	–	0.9	0.20	–
3	0.009	–	1.3	0.29	–
7	0.011	–	1.8	0.38	–
10	0.013	–	2.5	0.42	Старта еще нет
17	0.016	29	3.0	0.50	33
25	0.018	25	3.5	0.56	26
30	0.019	24	3.7	0.59	25
40	0.021	22	4.1	0.64	22



$K = 0.5...0.56$ . Для ИПХТ оксида алюминия при старте на металлическом дисперсном алюминии, размер стартового объема расплава должен быть  $V_c = (0.02...0.03)D_2^3$ , что для холодного тигля с внутренним диаметром  $D_2 = 0.094$  м требует для обеспечения успешного старта 17...25 г дисперсного алюминия. При этом экзотермический стартовый процесс потребует минимального количества дисперсного металлического алюминия, но будет надежно реализован.

Для того чтобы более подробно проиллюстрировать результаты работы, приведем результаты 6-го эксперимента (см. таблицу). На рисунке представлены изменения во времени напряжения  $E_a$  и тока  $I_a$  лампового генератора с частотой тока 5.28 МГц при ИПХТ оксида алюминия квалификации «Ч» в холодном тигле с внутренним диаметром  $D_2 = 0.094$  м. Стартовый процесс был ор-

ганизован на 25 г алюминиевой стружки, уложенной компактно в холодном тигле под слоем шихты.

На формирование стартового объема расплава  $V_c$ , образованного в результате экзотермического окисления металлического алюминия, ушло около 2 мин, после чего  $I_a$  генератора продолжил плавно увеличиваться. Это говорит о том, что размер стартового объема расплава был достаточно для его индукционного нагрева. С этого момента начался процесс формирования ванны расплава в холодном тигле. Для того чтобы не допустить слишком резкого роста тока анода  $I_a$ , приступили к плавному снижению напряжения  $E_a$  (см. рисунок). К 26-й минуте от начала плавки ванна расплава из оксида алюминия была практически сформирована. Расчетное время формирования ванны расплава составило 25 мин, что показывает хорошее соответствие теоретических и практических результатов исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Ю. Б. Индукционная плавка окислов. Л.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Петров Ю. Б., Ратников Д. Г. Холодные тигли. М.: Металлургия, 1972.
3. Петров Ю. Б., Канаев И. А. Индукционные печи для плавки оксидов / под ред. А. Н. Шамова. Л.: Политехника, 1991. (Б-ка высокочастотника-термиста; Вып. 5).
4. Маурах М., Митин Б. С. Жидкие тугоплавкие окислы. М.: Металлургия, 1979.
5. Слухоцкий А. Е., Рыскин С. Е. Индукторы для индукционного нагрева. Л.: Энергия, 1974.
6. Глинка Н. Л. Общая химия. М.: Химия, 1965.
7. Гладков Б. В. Сферодинамика. Математические начала объемного мышления. СПб.: ПО «Авангард», 1998.
8. Высокотемпературные теплотехнологические процессы и установки / И. И. Перелетов, Л. А. Бровкин, Ю. И. Розенгарт, Н. И. Иванов, А. П. Шурыгин, В. В. Чичков, А. Д. Ключников, А. М. Кулаков, Е. А. Чу-

ланов, С. С. Сахаров, И. П. Морозов / под ред.  
А. Д. Ключникова. М.: Энергоатомиздат, 1989.

9. Физико-химические свойства окислов. Справочник / под ред. Г. В. Самсонова. М.: Metallurgia, 1978.

---

A. M. Lioubomirov  
Saint Petersburg Electrotechnical University

## STARTING HEATING OF THE OXIDE MATERIAL TO PROVIDE TECHNOLOGIES BASED ON INDUCTION MELTING IN A COLD CRUCIBLE

*Known methods of preliminary or initial heating of oxides, which provide a further process of induction melting of oxides in a cold crucible, are considered. Any method of starting heating must provide a certain minimum volume of oxide melt, which will be a receiver of the energy of the electromagnetic field created by the inductor in which the cold crucible is located. As a result of research, the author determined the range of permissible changes in the starting volume of the oxide melt. At the same time, the initial heating reliably ensures the organization of the further induction heating process, melts and minimizes oxycarbide contamination of the starting zone of the deposited ingot. Emphasis is placed on the exothermic process of organizing the starting volume of the oxide melt. The study has a well-founded theoretical part, which is confirmed by experimental results. Practical recommendations on the organization of the exothermic start-up process are formulated.*

**Oxides, starting heating, dispersed metal, starting melt volume, charge, oxide melt, cold crucible, melt bath, induction melting**

---