

УДК 621.3.078.3

Б. В. Бруслиновский, Н. А. Доброскок
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

В. С. Лавриновский, Р. И. Галиуллин, О. В. Мохова
Филиал «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр»

Анализ устойчивости кусочно-заданной нелинейной неоднозначной системы прямым методом Ляпунова

Рассматривается класс нелинейных систем, содержащих два нелинейных элемента, один из которых обладает нечетно-симметричной кусочно-заданной неоднозначной гистерезисной характеристикой, а другой – кусочно-линейной нечетно-симметричной релейной характеристикой. На примере системы релейного управления током якоря генератора постоянного тока независимо возбуждения с двумя обмотками возбуждения, обеспечивающей отработку программно заданной импульсной последовательности, исследованы вопросы анализа устойчивости. С этой целью применен прямой метод Ляпунова и математический аппарат производных Дини, предлагающий достаточные условия выполнения требования непрерывной дифференцируемости, предъявляемого к функции Ляпунова. Для исследуемой системы выведена функция Ляпунова, позволяющая судить об асимптотической устойчивости. Приведены результаты математического моделирования переходных процессов в цепи якоря генератора постоянного тока, а также графики полученной функции Ляпунова и ее полной производной по времени, свидетельствующие о выполнении условий второй теоремы Ляпунова.

Генератор постоянного тока с независимым возбуждением, гистерезис, релейная система управления, прямой метод Ляпунова, производные Дини

Разработка системы автоматического управления предусматривает проведение анализа устойчивости синтезируемого объекта, при этом выбор метода определяется свойствами предлагаемого математического описания системы. В рамках данной статьи рассматривается импульсный режим работы генератора постоянного тока с независимым возбуждением (ГПТ НВ) с двумя обмотками возбуждения (ОВ) при релейном управлении током возбуждения с учетом явления магнитного гистерезиса, математическая модель которого представляет собой кусочно-заданную нелинейную неоднозначную систему дифференциальных уравнений.

Существует ряд известных способов анализа устойчивости нелинейных систем, например таких, как частотные критерии (круговой, Попова), метод гармонической линеаризации [1]–[3], но они применимы к ограниченному классу нели-

нейных систем. Наиболее мощный инструмент – второй, или прямой, метод Ляпунова [4], [5], основанный на исследовании свойств функции Ляпунова. Помимо того, что при использовании данного подхода не требуется накладывать на систему дополнительные ограничения, к его существенным преимуществам можно отнести тот факт, что он позволяет определить структуру и область параметров синтезируемого регулятора, в пределах которой решается задача управления. При этом сложность применения прямого метода Ляпунова заключается в отсутствии универсальных способов построения функции Ляпунова, а также наличие требования ее непрерывной дифференцируемости. Последнее ограничение, как показывают, например, работы [6], [7], можно обойти с помощью математического аппарата производных Дини.

Математическое описание ГПТ НВ. Конструкция электрических машин, в частности ГПТ НВ, предполагает использование ферромагнитных материалов. При воздействии на ферромагнитное тело ненулевым внешним магнитным полем происходит процесс намагничивания, характеризуемый зависимостью между индукцией (или намагниченностью) тела и напряженностью внешнего магнитного поля.

При подаче питания на ОВ намагничивание обмотки якоря происходит сначала по начальной, или основной, кривой намагничивания (КН). Принцип работы рассматриваемого объекта подразумевает формирование выходной импульсной знакопеременной последовательности тока с затухающей амплитудой A , длительностями спада T_c и нарастания T_ϕ фронтов, поддержания вершины T_b импульса и паузами между импульсами $t_{п.}$ В результате циклического воздействия магнитного поля на ферромагнитное тело наблюдается явление магнитного гистерезиса, отражающее отставание индукции магнитного поля и намагниченности объекта от напряженности внешнего магнитного поля.

Параметры КН $f_{КН}$ можно рассчитать исходя из значений ЭДС $E_{я}$ генератора [8]:

$$f_{КН}(i_{ОВ}) = \frac{k_{ОВ} E_{я}}{\omega(w_{ОВ} + k_{тр} w_{ОВД})} \quad (1)$$

при $k_{ОВ} = p_{ГПТ} / (30c_3)$, где $i_{ОВ}$ – ток возбуждения; ω – угловая скорость вращения ГПТ НВ; $k_{тр}$ – коэффициент трансформации, учитывающий соотношение числа витков в основной и дополнительной ОВ (ОВД), обозначаемых через $w_{ОВ}$ и $w_{ОВД}$ соответственно; c_3 – электрическая постоянная ГПТ НВ.

В случае основной КН $E_{я}$ определяется значением аппроксимированной полиномом экспериментально полученной характеристики холостого хода (XXX) f_{XXX} , далее до окончания формирования пары разнополярных импульсов $E_{я}$ будет изменяться по кривой петли гистерезиса ГПТ НВ, математическое описание которой получено на основе $T(x)$ -модели Такача [9] в [10]. Следовательно, процесс изменения ЭДС для любой пары импульсов можно представить в виде системы уравнений

$$E_{я}(t) = f_T(i_{ОВ}(t)) = \begin{cases} f_{XXX}(x_s), & (t \leq T_\phi) \wedge (j = 1); \\ f_{XXX}(x_{\max} i_{ОВ \max}) \frac{x_s + x_n}{x_{\max} + x_n}, & \\ \{t \leq [(j-1)T + T_\phi]\} \wedge (j > 1); \\ \tanh(x_s + a_0) - b, & \\ \{t > [(j-1)T + T_\phi]\} \wedge \\ \wedge [t \leq (j-1)T + 0.5T + T_\phi]; \\ \tanh(x_s - a_0) + b, & \{t > [(j-1)T + \\ + 0.5T + T_\phi]\} \wedge [t \leq (j-1)T + T] \end{cases} \quad (2)$$

при

$$\begin{aligned} f_{XXX}(i_{ОВ}) &= a_1 i_{ОВ} + a_3 i_{ОВ}^3 + \\ &+ a_5 i_{ОВ}^5 + a_7 i_{ОВ}^7 + a_9 i_{ОВ}^9; \\ x_s &= \frac{i_{ОВ}(t)}{i_{ОВ \max}}; \quad x_{\max 0} = A; \quad x_{\max} = -A; \\ b &= \frac{x_{\max} - x_s}{x_{\max 0} - x_{\max}} \text{sign}(x_{\max}) \times \\ &\times \left\{ \frac{f_{XXX}[i_{ОВ}(t)]}{E_{я \max}} - \tanh[x_{\max 0} - \text{sign}(x_{\max})a_0] \right\} + \\ &+ \left(1 - \frac{x_{\max} - x_s}{x_{\max 0} - x_{\max}} \right) \text{sign}(x_{\max}) \times \\ &\times \left\{ \frac{f_{XXX}(i_{ОВ}(t))}{E_{я \max}} - \tanh[x_{\max} - \text{sign}(x_{\max})a_0] \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где f_T – кусочно-заданная функция, описывающая изменение ЭДС во временной области; t – время; $i_{ОВ \max}$, $E_{я \max}$ – номинальные значения тока возбуждения и ЭДС генератора соответственно; x_s , $x_{\max 0}$, x_{\max} , x_n – нормированные значения тока возбуждения, исходной (предыдущей), конечной (текущей) вершин петли гистерезиса и точки пересечения нисходящей кривой оси абсцисс соответственно; a_0 , b – значения коэффициентов смещения относительно начала координат по осям абсцисс и ординат, характеризующие коэрцитивную силу и остаточную намагниченность соответственно; T – период импульса; j – номер текущей пары импульсов.

В качестве регулятора тока возбуждения как в основной ОВ, так и в ОВД используется однофазный мостовой широтно-импульсный преобразователь, реализующий принцип работы двухпозиционного реле. В случае основной ОВ на вход поступает знак ошибки по току якоря генератора e , а для ОВД – знак производной программно заданного сигнала $i_{я.зад}$:

$$\begin{aligned}
 u_{\text{ОВ}} &= u_{\text{ОВ max}} f_e(i_{\text{я. зад}} - i_{\text{я}}) = \\
 &= u_{\text{ОВ max}} f_e(e) = u_{\text{ОВ max}} \begin{cases} +1, e > 0; \\ -1, e < 0; \end{cases} \\
 u_{\text{ОВД}} &= u_{\text{ОВД max}} f_{de}(di_{\text{я. зад}}/dt) = \\
 &= u_{\text{ОВД max}} \begin{cases} +1, di_{\text{я. зад}}/dt > 0; \\ -1, di_{\text{я. зад}}/dt < 0; \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4}$$

где f_e – кусочно-линейная нечетно-симметричная релейная характеристика; $u_{\text{ОВ max}}$, $u_{\text{ОВД max}}$ – номинальные напряжения основной ОВ и ОВД соответственно.

Если допустить, что электрическая машина вращается со стабилизированной скоростью ω_c , то электромагнитные процессы в ГПТ НВ с двумя ОВ с релейной системой управления (4) при учете явления магнитного гистерезиса (3) относительно токов возбуждения $i_{\text{ОВ}}$ и якоря $i_{\text{я}}$ могут быть описаны следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= u_{\text{ОВ max}} c_{12} f_e(e) + u_{\text{ОВД max}} c_{12} \times \\
 &\times f_{de}(dx_2 \text{ зад}/dt) - c_{11} f_1(x_1) - a_{11} x_1; \\
 \frac{dx_2}{dt} &= c_{21} f_{\Gamma}(x_1) - a_{22} x_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

при

$$f_1(x_1) = f_{\Gamma}'(x_1) =$$

$$\begin{aligned}
 &\left\{ \begin{aligned} &a_1 + 3a_3 x_s^2 + 5a_5 x_s^4 + 7a_7 x_s^6 + 9a_9 x_s^8, \\ &(t \leq T_{\Phi}) \wedge (i = 1); \\ &f_{\text{XXX}}(x_{\text{max}} i_{\text{ОВ max}}) \times \\ &\times \left(\frac{1}{x_{\text{max}} + x_n} + \frac{x_n}{x_{\text{max}} + x_n} \right), \\ &t \leq [(i-1)T + T_{\Phi}] \wedge (i > 1); \\ &\text{sech}^2(x_s + a_0), \{t > [(i-1)T + T_{\Phi}]\} \wedge \\ &\wedge \{t \leq (i-1)T + 0.5T + T_{\Phi}\}; \\ &\text{sech}^2(x_s - a_0), \{t > (i-1)T + 0.5T + T_{\Phi}\} \wedge \\ &\wedge [t \leq (i-1)T + T], \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$x_1 = i_{\text{ОВ}}; \quad x_2 = i_{\text{я}}; \quad x_2 \text{ зад} = i_{\text{я. зад}};$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{r_{\text{ОВ}} + r_{\text{ОВД}}}{L_{\text{ОВ}} + L_{\text{ОВД}}}; \\
 c_{11} &= \frac{k_{\text{ОВ}}(w_{\text{ОВ}} + k_{\text{ТР}} w_{\text{ОВД}})}{\omega_c (L_{\text{ОВ}} + L_{\text{ОВД}})}; \\
 c_{12} &= \frac{1}{L_{\text{ОВ}} + L_{\text{ОВД}}}; \\
 a_{22} &= \frac{r_{\text{я}} + r_{\text{н}}}{L_{\text{я}} + L_{\text{н}}}; \quad c_{21} = \frac{1}{L_{\text{я}} + L_{\text{н}}},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где f_{Γ} – нечетно-симметричная кусочно-заданная неоднозначная гистерезисная характеристика; $r_{\text{ОВ}}$, $r_{\text{ОВД}}$, $L_{\text{ОВ}}$, $L_{\text{ОВД}}$ – активные сопро-

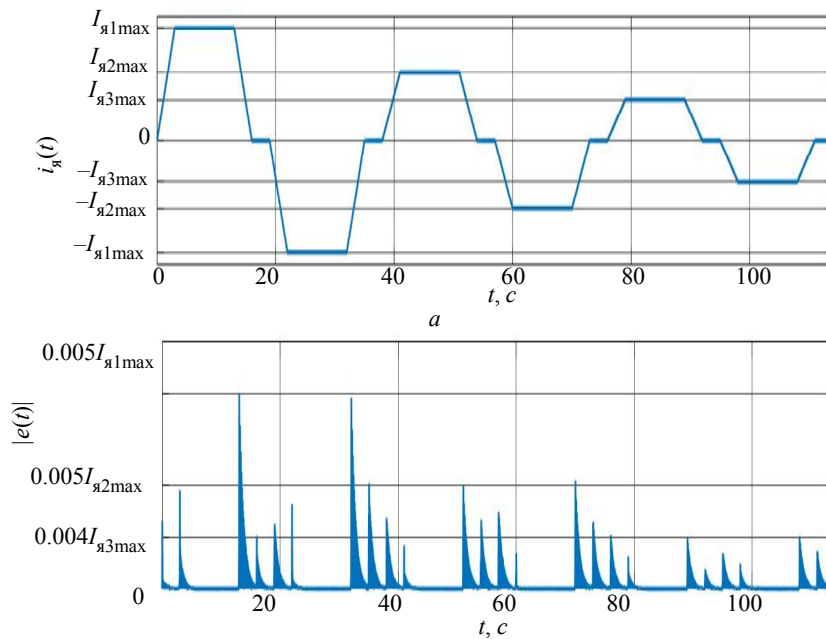


Рис. 1

тивления и индуктивности основной ОВ и ОВД соответственно; $r_{я}, r_{н}, L_{я}, L_{н}$ – активные сопротивления и индуктивности обмотки якоря и нагрузки соответственно.

Графики переходных процессов системы (5), характеризующие ток якоря и модуль ошибки обработки программно заданного сигнала, представлены на рис. 1.

Таким образом, за счет того, что математическая модель ГПТ НВ (5) представляет собой кусочно-заданную нелинейную неоднозначную систему дифференциальных уравнений и включает в себя нелинейности различного рода, исследование ее устойчивости может быть произведено с применением второго, или прямого, метода Ляпунова.

Прямой метод Ляпунова. Данный подход универсален для исследования устойчивости нелинейных систем и подразумевает под собой использование понятия функции Ляпунова [3], [4].

Пусть, в соответствии с [4], дана система

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \quad (8)$$

с областью определения $\Gamma_t^H = \{t, \mathbf{x} : t \in I_t; \|\mathbf{x}\| < H, H = \text{const} > 0 \text{ или } H = +\infty\}$, причем \mathbf{f} непрерывна по t и \mathbf{x} и непрерывно дифференцируема по \mathbf{x} . Кроме того, вводится дополнительное ограничительное условие для \mathbf{f} :

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{0}) = \mathbf{0}, \quad (9)$$

т. е. система (8) допускает тривиальное решение.

Определение 1. Скалярная вещественная функция векторного аргумента и времени вида

$$V(t, \mathbf{x}) : \Gamma_t^h \rightarrow R^1, \quad (10)$$

определенная в некоторой области

$$\Gamma_t^h = \{t, \mathbf{x} : t \in I_t; \|\mathbf{x}\|, h < H\}, \quad (11)$$

такой, что $\Gamma_t^h \subseteq \Gamma_t^H$, называется функцией Ляпунова для системы (8) в области (11), если она удовлетворяет следующим требованиям: $V(t, \mathbf{x})$ – скалярная вещественная функция; $V(t, \mathbf{x})$ – непрерывная по t и \mathbf{x} ; $V(t, \mathbf{x}) \equiv \mathbf{0}$ для всех $t \in \Gamma_t^h$.

Определение 2. Пусть дана функция Ляпунова, которая непрерывно дифференцируема по t и \mathbf{x} , тогда выражение

$$\begin{aligned} \frac{dV(t, \mathbf{x})}{dt} &= \frac{\partial V(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial V(t, \mathbf{x})}{\partial x_j} f_j(t, \mathbf{x}) = \\ &= \frac{\partial V(t, \mathbf{x})}{\partial t} + [\mathbf{grad}_{\mathbf{x}} V(t, \mathbf{x})]^T \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

называется полной производной по времени t функции Ляпунова $V(t, \mathbf{x})$, вычисленной в силу приведенной системы (8).

Теорема 1. Пусть дана приведенная система (8) и пусть в некоторой области (11) найдется функция Ляпунова $V(t, \mathbf{x})$ (10), непрерывно дифференцируемая по t и \mathbf{x} в этой области, и такая, что найдутся три не зависящие от времени положительно определенные функции Ляпунова $W_1(\mathbf{x}) > 0, W_2(\mathbf{x}) > 0, W_3(\mathbf{x}) > 0$, такие, что в области (11) выполняются следующие соотношения:

- 1) $V(t, \mathbf{x}) \geq W_1(\mathbf{x}) > 0$, т. е. $V(t, \mathbf{x})$ – положительно определенная функция;
- 2) $V(t, \mathbf{x}) \leq W_2(\mathbf{x}) > 0$, т. е. $V(t, \mathbf{x})$ допускает бесконечно малый высший предел при $\|\mathbf{x}\| \rightarrow 0$;
- 3) полная производная по времени в силу системы (8) $dV(t, \mathbf{x})/dt \leq -W_3(\mathbf{x}) < 0$, т. е. $dV(t, \mathbf{x})/dt$ – отрицательно определенная функция.

Тогда тривиальное решение (9) приведенной системы (8) асимптотически устойчиво при $t \rightarrow +\infty$ с областью притяжения (11).

Выбору кандидата на функцию Ляпунова системы (5) предшествует ряд преобразований математической модели ГПТ НВ (5), заключающихся в представлении управляющего воздействия и заданного сигнала в виде непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Для этого релейные характеристики $f_e(e)$ и $f_{de}(e)$ аппроксимируются тригонометрической функцией с бесконечно большим коэффициентом усиления k :

$$\begin{aligned} u_{ОВ} &= u_{ОВ \max} \tanh(ke); \\ u_{ОВД} &= u_{ОВД \max} \tanh\left(k \frac{dx_{2\text{зад}}}{dt}\right), \end{aligned} \quad (13)$$

а программно-заданная импульсная последовательность тока и ее производная записываются в виде их разложений в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} f_t(t) &= x_{\text{зад}}(t) = \\ &= s_0 + C_h \cos(\mathbf{G}_{ht}^T) + S_h \sin(\mathbf{G}_{ht}^T); \\ f_{dt}(t) &= \frac{dx_{\text{зад}}(t)}{dt} = \\ &= s_{0d} + C_{dh} \cos(\mathbf{G}_{dh}^T t) + S_{dh} \sin(\mathbf{G}_{dh}^T t) \end{aligned} \quad (14)$$

при

$$T_{и} = 2(T_{\phi} + T_{в} + T_{с} + t_{п}); \quad s_{0,d0} = \frac{1}{T_{и}} \int_0^{T_{и}} f_{t,dt} dt, \quad i = 1 : (h, dh);$$

$$G_{h,dh} = [g_{1,d1} \quad g_{2,d1} \quad \dots \quad g_{h-1,dh-1} \quad g_{h,dh}], \quad g_i = i \frac{2\pi}{T_{и}};$$

$$C_{h,dh} = [c_{1,d1} \quad c_{2,d2} \quad \dots \quad c_{h-1,dh-1} \quad c_{h,dh}], \quad c_i = \frac{2}{T_{и}} \int_0^{T_{и}} f_{t,dt} \cos(g_i) dt;$$

$$S_{h,dh} = [s_{1,d1} \quad s_{2,d2} \quad \dots \quad s_{h-1,dh-1} \quad s_{h,dh}], \quad s_i = \frac{2}{T_{и}} \int_0^{T_{и}} f_{t,dt} \sin(g_i) dt;$$
(15)

где $T_{и}$ – период сигнала; h – количество гармоник, используемых при разложении в ряд Фурье.

Следовательно, система (5) с учетом (13)–(15) примет следующий вид:

$$\frac{dx_1}{dt} = -a_{11}x_1 - c_{11}f'_r(x_1) + u_{ОВ \max} c_{12} \times$$

$$\times \tanh(ke) + u_{ОВД \max} c_{12} \tanh(kf_{dt}(t)); \quad (16)$$

$$\frac{de}{dt} = -c_{21}f_r(x_1) - a_{22}e + f_{i1}(t),$$

где $f_{i1}(t) = f_t(t) + a_{22}f_{dt}(t)$.

В силу того, что переменные состояния системы (5) являются кусочно-заданными через (3), нарушается условие непрерывной дифференцируемости функции (10). Как указано, например, в [1] и [2], в таких случаях допустимо использование понятий производных Дини.

Определение 3. Пусть, согласно [7], задана функция $f : G \rightarrow R$, где $G \subset R$, $h \in G$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1. Величина $D^+ f(h) = \overline{\lim}_{x \rightarrow h+0} \frac{f(x) - f(h)}{x - h}$ является правосторонней верхней производной Дини в точке h .

2. Величина $D_+ f(h) = \underline{\lim}_{x \rightarrow h+0} \frac{f(x) - f(h)}{x - h}$ является правосторонней нижней производной Дини в точке h .

3. Величина $D^- f(h) = \overline{\lim}_{x \rightarrow h-0} \frac{f(x) - f(h)}{x - h}$ является левосторонней верхней производной Дини в точке h .

4. Величина $D_- f(h) = \underline{\lim}_{x \rightarrow h-0} \frac{f(x) - f(h)}{x - h}$ является левосторонней нижней производной Дини в точке h .

Теорема 2. Достаточным условием монотонности функции на интервале, в соответствии с [6], является знакоопределенность на этом интервале одной из производных Дини. При этом:

1. Если $D^* f(x) > 0, x \in (a, b)$, то функция f строго возрастает на интервале (a, b) .
2. Если $D^* f(x) \geq 0, x \in (a, b)$, то функция f не убывает на интервале (a, b) .
3. Если $D^* f(x) < 0, x \in (a, b)$, то функция f строго убывает на интервале (a, b) .

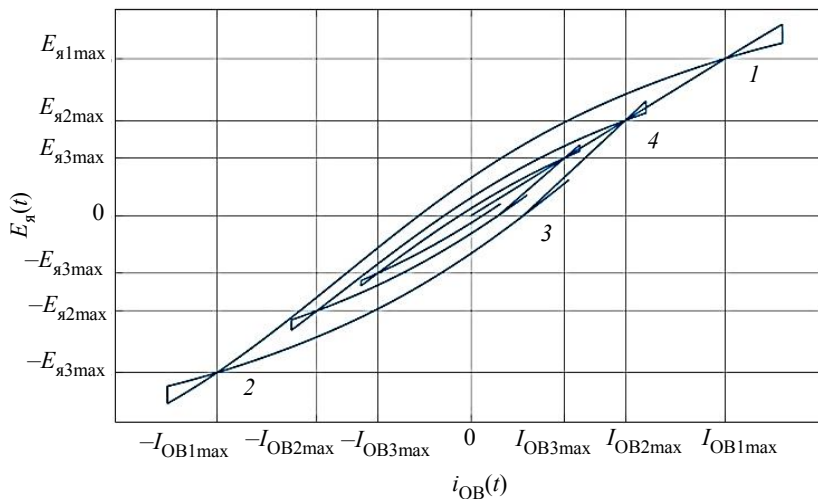


Рис. 2

Производные Дини в точке h	$h = i_{OB\max 1}, f_{\Gamma}(h) = E_{я\max 1}$	$h = -i_{OB\max 1}, f_{\Gamma}(h) = -E_{я\max 1}$	$h = x_{n1}, f_{\Gamma}(h) = 0$	$h = i_{OB\max 2}, f_{\Gamma}(h) = E_{я\max 2}$
$D^+ f_{\Gamma}(h)$	0	$-k_{21}$	k_{31}	$-k_{41}$
$D_+ f_{\Gamma}(h)$	0	k_{22}	k_{32}	$-k_{42}$
$D^- f_{\Gamma}(h)$	k_{13}	0	$-k_{33}$	$-k_{43}$
$D_- f_{\Gamma}(h)$	k_{14}	0	k_{34}	k_{44}

4. Если $D^* f(x) \leq 0, x \in (a, b)$, то функция f не возрастает на интервале (a, b) .

Таким образом, для доказательства непрерывной дифференцируемости системы (5) достаточно показать существование знакоопределенной производной Дини в точках, где происходит смена знака производной тока якоря, т. е. в конечные моменты времени каждого из участков формирования КН генератора, график которой представлен на рис. 2 (3 – точка, где характеристика пересекает ось абсцисс в правой полуплоскости, т. е. когда начинается формирование каждого следующего импульса).

Примеры вычисления производных Дини для первого импульса тока, в соответствии с (2), сведены в таблице.

Необходимо отметить, что полученные результаты (см. таблицу) могут быть распространены на последующие импульсы с точностью до коэффициента затухания их амплитуд. В связи с этим можно сделать вывод, что в каждый момент времени смены знака производной тока якоря существует как минимум две знакоопределенные производные Дини, что, согласно теореме 2, является достаточным условием непрерывной дифференцируемости системы (5).

Пусть будет задана функция Ляпунова для системы (16) вида

$$V_{\Gamma}(x_1, e, t) = \ln \left(\cosh \left\{ -a_{11}x_1 - c_{11}f'_{\Gamma}(x_1) + c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) + u_{OBD\max} c_{12} \tanh[kf'_{dt}(t)] \right\} \right) - 0.5c_{12}u_{OB\max} \tanh^2(ke). \quad (17)$$

Производная кандидата на функцию Ляпунова (17) вычислена в соответствии с (12):

$$\begin{aligned} dV_{\Gamma}(x_1, e, t)/dt = & \tanh \left\{ -a_{11}x_1 - c_{11}f'_{\Gamma}(x_1) + c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) + u_{OBD\max} c_{12} \tanh[kf'_{dt}(t)] \right\} \times \\ & \times [u_{OBD\max} c_{12} \operatorname{sech}^2(kf'_{dt})kf'_{dt}] + \left\{ -a_{11}x_1 - c_{11}f'_{\Gamma}(x_1) + c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) + u_{OBD\max} \right. \\ & \times c_{12} \tanh[kf'_{dt}(t)] \left. \right\} \tanh \left\{ -a_{11}x_1 - c_{11}f'_{\Gamma}(x_1) + c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) + u_{OBD\max} c_{12} \tanh[kf'_{dt}(t)] \right\} \times \\ & \times [-a_{11}x_1 - c_{11}f_2(x_1)] + [-c_{21}f_{\Gamma}(x_1) - a_{22}e + f_{t1}] \times \\ & \times \left(\tanh \left\{ -a_{11}x_1 - c_{11}f'_{\Gamma}(x_1) + c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) + u_{OBD\max} c_{12} \tanh[kf'_{dt}(t)] \right\} c_{12}u_{OB\max} \right. \\ & \times \operatorname{sech}^2(ke)k - c_{12}u_{OB\max} \tanh(ke) \operatorname{sech}^2(ke)k \left. \right) \quad (18) \end{aligned}$$

при

$$f_2(x_1) = f''_{\Gamma}(x_1) = \frac{E_{я\max}}{i_{OB\max}^2} \times$$

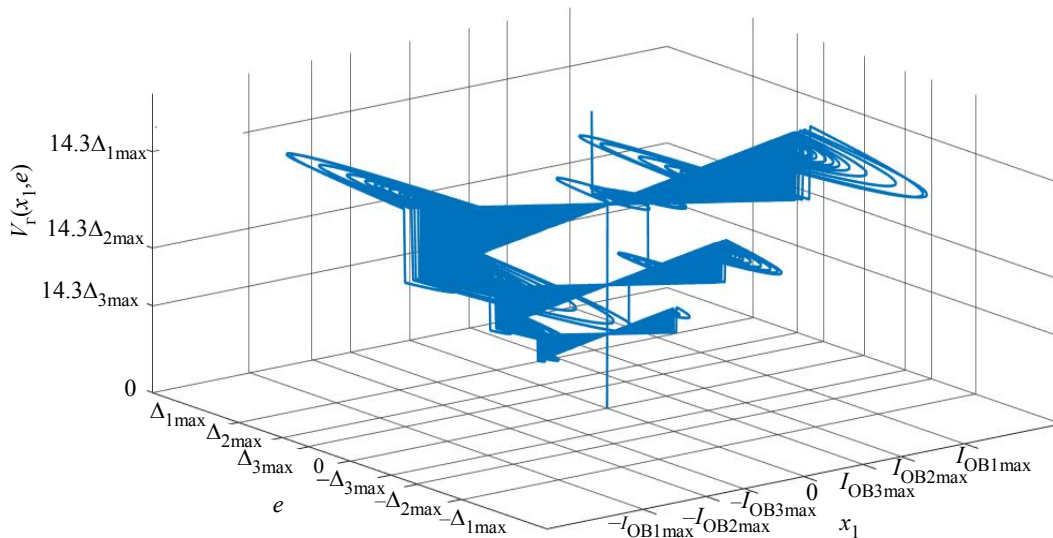


Рис. 3

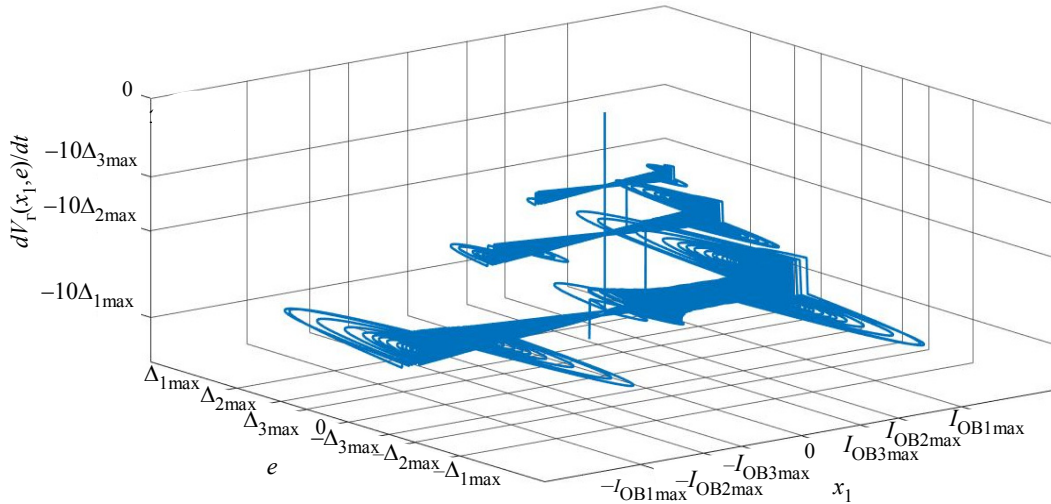


Рис. 4

$$\begin{cases} 6a_3x_s + 20a_5x_s^3 + 42a_7x_s^5 + 72a_9x_s^7, \\ (t \leq T_\Phi) \wedge (i = 1); \\ 0, \{t \leq [(i-1)T + T_\Phi]\} \wedge (i > 1); \\ \left[-2\operatorname{sech}^2(x_s + a_0) \tanh(x_s + a_0) \right], \\ \{t > [(i-1)T + T_\Phi]\} \wedge [t \leq (i-1)T + 0.5T + T_\Phi]; \\ \left[-2\operatorname{sech}^2(x_s + a_0) \tanh(x_s + a_0) \right], \\ [t > (i-1)T + 0.5T + T_\Phi] \wedge [t \leq (i-1)T + T]. \end{cases} \quad (19)$$

График функции Ляпунова (17) и ее производной (18) приведены на рис. 3 и 4 соответственно.

Можно показать, что для системы (16) существуют удовлетворяющие условиям теоремы 1 следующие не зависящие от времени положительно определенные функции Ляпунова с произвольно заданными постоянными коэффициентами k_1, k_2, k_3 :

$$\begin{aligned} W_1(x_1, e) &= k_1(x_1^2 + e^2); \\ W_2(x_1, e) &= k_2(\ln(\cosh(x_1)) + \ln(\cosh(e))); \\ W_3(x_1, e) &= k_3[\tanh^2(x_1) + \tanh^2(e)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, в соответствии с полученными результатами (см. рис. 3 и 4) и с учетом (20), функция Ляпунова $V_T(x_1, x_2)$ (17) является положительно определенной функцией, допускающей бесконечно малый высший предел, а ее производная $dV_T(x_1, x_2)/dt$ (18) – отрицательно определенной функцией, что свидетельствует об асимптотической устойчивости кусочно заданной нелинейной неоднозначной системы (16), описывающей электромагнитные процессы в ГПТ НВ с двумя ОБ с релейной системой управления с учетом явления магнитного гистерезиса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: учеб. пособие. М.: Физматлит, 2004. 464 с.
2. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2003. 752 с.
3. Зубов В. И. Устойчивость движения (Методы Ляпунова и их применение): учеб. пособие для мех.-мат. спец. ун-тов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1984. 232 с.
4. Путов В. В., Шелудько В. Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. СПб.: ООО «Техномедиа»/изд-во «Элмор», 2007. 244 с.
5. Барбашин Е. А. Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970. 240 с.
6. Канатиков А. Н. Производная Дини и обобщение прямого метода Ляпунова // Математика и математическое моделирование, 2017. № 4. С. 18–27.
7. Marinossion S. F. Stability analysis of nonlinear systems with linear programming: A Lyapunov functions based approach. PhD thesis. Duisburg: Institut fur Mathematik der Gerhard-Mercator-Universit, 2002. 103 p. URL: <https://www.ru.is/kennarar/sigurdurh/Marinossiondiss.pdf>.
8. Вольдек А. И. Электрические машины. СПб.: Энергия, 1978. 832 с.
9. Takács J. Mathematics of hysteresis phenomena. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH&Co.KGaA, 2003. 175 p.
10. Исследование влияния явления гистерезиса на качество работы генератора постоянного тока в импульсном режиме / Б. В. Бруслиновский, Н. А. Добролюбов, С. В. Лавриновский, А. В. Морозов, О. В. Мохова, Р. И. Галиуллин // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 3. С. 27–33.

B. V. Bruslinovskiy, N. A. Dobroskok
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

V. S. Lavrinovskiy, R. I. Galiullin, O. V. Mokhova
Ship Electric Engineering and Technology Institute (KSRC Branch)

STABILITY ANALYSIS OF PIECEWISE DEFINITE NONLINEAR AMBIGUOUS SYSTEM BY DIRECT LYAPUNOV METHOD

Piecewise definite nonlinear ambiguous system including a couple of nonlinear elements where one of them possesses odd symmetric piecewise definite ambiguous hysteresis characteristic and other – piecewise linear odd symmetric relay characteristic is considered. The stability analysis questions using relay control system of separately excited DC generator with two excitation windings that ensures the reference pulse current series reproducing are investigated. To achieve a goal the direct Lyapunov method and Dini derivatives mathematical tool that suggests sufficient conditions of continuous differentiability requirement fulfillment which is made to the Lyapunov function are implemented. The Lyapunov function that allows judging about an asymptotic stability of the system is derived. The simulation results of the transients in DC generator armature circuit and the graphs of obtained Lyapunov function and its complete time derivative indicating the second Lyapunov theorem execution are given.

Separately excited DC generator, hysteresis, relay control system, direct Lyapunov method, Dini derivatives

УДК 620.92:620.97

Н. Нтавухоракомейе, М. П. Белов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Техническая методика расчета мощности солнечных электростанций в тропическом климате, как в республике Бурунди

Разработана техническая методика расчета мощности автономной солнечной электрической станции (АСЭС) и ее элементов в тропическом климате, которая позволяет учитывать меняющуюся нагрузку в течение суток и тем самым исключить необоснованное увеличение мощности элементов электрической станции, а также точно определить необходимую емкость аккумуляторных батарей (АКБ) и, следовательно, стоимость этой АСЭС. Для проектирования АСЭС определяется номинальную мощность солнечных элементов, их число, емкость АКБ, мощности контроллера заряда-разряда и инвертора. При данных условиях наиболее важными параметрами для расчета мощности АСЭС считаются: область расположения; общая площадь дома; численность помещений; применяемые электрические приборы; присутствие горячего водоснабжения и отопления; общая максимальная мощность всех электрических приборов; приблизительное время работы каждого потребителя электроэнергии. Данные проблемы в имеющейся литературе недостаточно отражены, а в приложении к тропическому климату, как в Республике Бурунди, вообще отсутствуют, поэтому разработка методики расчета мощности АСЭС и ее элементов особенно актуальна. Цель данного исследования – разработка методики расчета мощности АСЭС при тропических условиях, разделенной на семь основных этапов для удобства представления.

Автономная солнечная станция, солнечная батарея, солнечная электрическая станция, инвертор напряжения, аккумуляторная батарея, зарядное устройство

В настоящее время предлагается использовать возобновляемые источники энергии, отвечающие требованиям экологической безопасно-

сти и имеющие длительный срок службы [1]. Учитывая, что такие ресурсы, как уголь, нефть и природный газ, наносят вред окружающей среде,