

A. G. Deripaska
JSC Concern «Oceanpribor»

M. V. Soklakova, E. P. Chernishev
Saint Petersburg Electrotechnical University

THE RATIONAL APPLICATION OF THE THEORY OF DISCRETE CHAINS IN THE DEVELOPMENT OF A GENERAL ANALYTICAL METHOD FOR EVALUATING THE STABILITY OF SELF-OSCILLATIONS IN RELAY SYSTEMS

This work is an extension of the previously developed analytical method for evaluating self-oscillations in relay systems, the basics of which are described in [1]. Relay systems have high speed, good noise immunity and easy to operate, and as a consequence, are common in control systems. The possibility of obtaining an analytical description of self-oscillations in a relay system required the development of new methods for assessing the stability of a solution. The stability analysis method for symmetric vibrations, when changes occur after half a period ($M\tau$), showed good results in comparison with known methods. Here we describe the further development of the method and its generalization to the case of asymmetric oscillations, when changes occur after a period (MT). In the case of an analytical study of high-order relay systems, significant difficulties may arise in the formation of a characteristic polynomial of equations that evaluate the stability of variations in self-oscillations. The present work is devoted to the search for the optimal approach to composing the characteristic polynomial.

The specificity of relay systems is such that the nature of the signal variations makes it possible to use the theory of discrete circuits for their analysis, on which the stability assessment method proposed by the authors is based.

Relay system, self-oscillations, characteristic polynomial, transfer function, stability, discrete chain

УДК 621.314.223.2

А. Г. Лавров
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

А. С. Шляпников
ООО «Вольтс Бэтэри» (Москва)

Режимы работы и математическое описание силовых трехобмоточных автотрансформаторов

Рассмотрены трехобмоточные силовые автотрансформаторы. Указано на отсутствие в научно-технических источниках математических моделей работы трехобмоточных автотрансформаторов, позволяющих проводить подробный качественный и количественный анализ протекающих в них физических процессов. Рассмотрены и проанализированы режимы работы на холостом ходу и под нагрузкой силового трехобмоточного понижающего и повышающего автотрансформатора, работающего в комбинированном режиме. Продемонстрирована важность выделения компонентов самоиндукции и взаимной индукции при описании работы силового трехобмоточного понижающего и повышающего автотрансформатора на холостом ходу и под нагрузкой в комбинированном режиме. Полученные математические модели уточняют существующие, универсальны, отражают действительные физические процессы работы силового трехобмоточного понижающего и повышающего автотрансформатора.

Трехобмоточный силовой автотрансформатор, комбинированный режим работы, математические модели, полные системы уравнений, коэффициенты трансформации

В [1] подробно рассмотрены недостатки технической литературе [2]–[5] представленных на сегодняшний день в научно-математических моделей автотрансформатора (АТ) и указано на

необходимость их уточнения. В [1], [6] предложены уточненные математические модели двухобмоточных силовых автотрансформаторов. Однако в настоящее время двухобмоточные АТ (ДАТ) не находят широкого применения, поскольку при соединении обмоток по схеме «звезда» во вторичной обмотке будут возникать высшие гармоники фазных напряжений [7].

В связи с этим в электроэнергетических системах широко применяются силовые трехобмоточные автотрансформаторы (ТАТ), содержащие помимо параллельной и последовательной обмоток дополнительную третичную обмотку, которая имеет только магнитную связь с двумя другими. Применение третичной обмотки, соединенной по схеме «треугольник», исключает значительное искажение фазных напряжений, создавая высшие гармоники в намагничивающем токе [7], а также позволяет питать от АТ нагрузки собственных нужд подстанций или подключать компенсирующие устройства.

Описание работы 3-обмоточных АТ в различных режимах приводится в [7]–[11], однако в указанных источниках отсутствуют математические модели, позволяющие проводить подробный качественный и количественный анализ протекающих в них физических процессов.

Схема трехобмоточного автотрансформатора представлена на рис. 1.

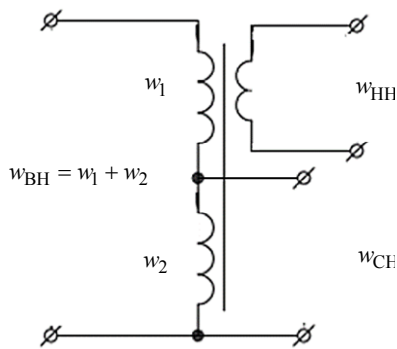
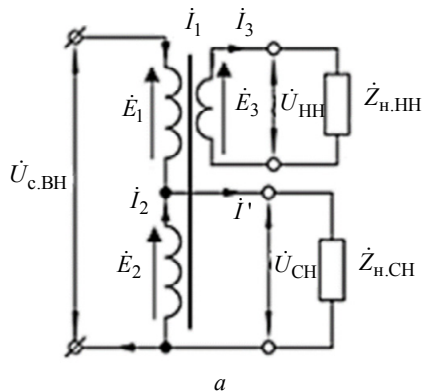


Рис. 1



а

Для дальнейшего описания трехобмоточных АТ вводится следующая классификация его обмоток (рис. 1):

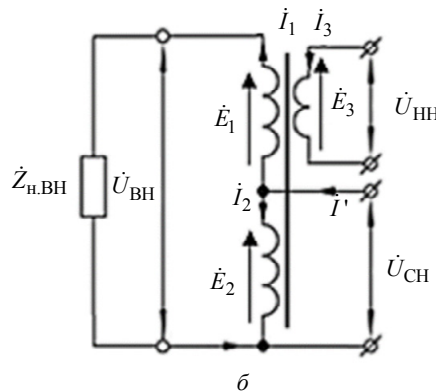
- обмотка высшего напряжения (ВН) образована последовательным соединением последовательной и параллельной обмоток с числом витков $w_{BH} = w_1 + w_2$, где w_1, w_2 – числа витков последовательной и параллельной обмоток;
- обмотка среднего напряжения (СН) – параллельная обмотка с числом витков $w_{CH} = w_2$;
- обмотка низшего напряжения (НН) – третичная обмотка с числом витков w_{HH} .

В зависимости от направления передачи мощности между обмотками и участия их в рабочем процессе у трехобмоточных автотрансформаторов различают автотрансформаторные, трансформаторные и комбинированные режимы работы [11]. Наиболее характерны для автотрансформаторов комбинированные понижающий и повышающий режимы.

В комбинированном понижающем режиме (рис. 2, а) напряжение питающей сети подается на обмотку высшего напряжения, а нагрузка подключена к обмоткам СН и НН. В случае повышающего ТАТ (рис. 2, б) питающие напряжения подаются на обмотки СН и НН, а нагрузка подключена к обмотке ВН.

Рассмотрим комбинированный режим работы 3-обмоточного понижающего АТ, когда потоки мощности передаются от обмотки ВН к обмоткам СН и НН.

Для данного случая режим работы на холостом ходу (ХХ) понижающего ТАТ (рис. 3) аналогичен режиму ХХ понижающего ДАТ, при котором характерно протекание тока ХХ \dot{I}_0 по обмотке высшего напряжения при подаче на нее питающего напряжения $\dot{U}_{c,BH}$ [6].



б

Рис. 2

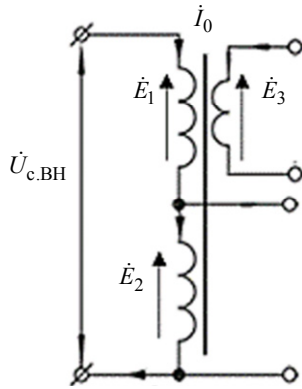


Рис. 3

Но, в отличие от ДАТ, магнитным потоком, сформированным током \dot{I}_0 , согласно закону электромагнитной индукции, как в витках последовательной и параллельной обмоток, так и в витках третичной обмотки ТАТ будет наводиться ЭДС. Вид выражений мгновенных значений ЭДС последовательной и параллельной обмоток аналогичен представленному в [6], а мгновенное значение ЭДС третичной обмотки имеет следующий вид:

$$e_3 = -(M_{13} + M_{23}) \frac{di_0}{dt},$$

где M_{13}, M_{23} – взаимные индуктивности последовательной и третичной, параллельной и третичной обмоток соответственно; i_0 – мгновенное значение тока холостого хода.

На основании выражений мгновенных значений ЭДС последовательной, параллельной и третичной обмоток ТАТ указанные ЭДС можно представить через действующие значения в комплексной форме:

$$\dot{E}_{11} = -j\dot{I}_0\omega L_{11} - j\omega\dot{I}_0M_{12} = -j\dot{I}_0x_{11} - j\dot{I}_0x_{12}; \quad (1)$$

$$\dot{E}_{22} = -j\dot{I}_0\omega L_{22} - j\omega\dot{I}_0M_{12} = -j\dot{I}_0x_{22} - j\dot{I}_0x_{12}; \quad (2)$$

$$\dot{E}_{33} = -j\omega(\dot{I}_1M_{13} + \dot{I}_2M_{23}) = -j\dot{I}_0(x_{13} + x_{23}), \quad (3)$$

где L_{11}, L_{22}, L_{33} – полные собственные индуктивности последовательной, параллельной и третичной обмоток соответственно; M_{12} – взаимная индуктивность последовательной и параллельной обмоток, x_{11}, x_{22}, x_{33} – полные индуктивные сопротивления самоиндукции последовательной, параллельной и третичной обмоток соответственно; x_{12}, x_{13}, x_{23} – сопротивление взаимной индукции последовательной и параллельной, последовательной и третичной, параллельной и третичной обмоток соответственно.

В соответствии с [6] полные индуктивные сопротивления последовательной и параллельной обмоток можно разложить на два компонента:

- компонент рассеяния (x_1 – для последовательной и x_2 – для параллельной обмоток);

- компонент с полной индуктивной связью.

Тогда в (1), (2) можно выделить компоненты ЭДС рассеяния и ЭДС полной магнитной связи:

$$\dot{E}_{11} = -(j\dot{I}_0(x_{11} - x_1) + j\dot{I}_0x_{12}) - j\dot{I}_0x_1 = \dot{E}_1 + \dot{E}_{\sigma 1}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{22} &= -(j\dot{I}_0(x_{22} - x_2) + j\dot{I}_0x_{12}) - j\dot{I}_0x_2 = \\ &= \dot{E}_2 + \dot{E}_{\sigma 2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\dot{E}_{\sigma 1}, \dot{E}_1$ – ЭДС рассеяния и ЭДС полной магнитной связи последовательной обмотки ТАТ; $\dot{E}_{\sigma 2}, \dot{E}_2$ – ЭДС рассеяния и ЭДС полной магнитной связи параллельной обмотки ТАТ.

В свою очередь, ЭДС \dot{E}_1, \dot{E}_2 характеризуются выражениями

$$\dot{E}_1 = -[j\dot{I}_0(x_{11} - x_1) + j\dot{I}_0x_{12}];$$

$$\dot{E}_2 = -[j\dot{I}_0(x_{22} - x_2) + j\dot{I}_0x_{12}].$$

Действующие значения ЭДС \dot{E}_1, \dot{E}_2 определяются выражениями

$$E_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_1 \Phi_m; \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_2 \Phi_m, \quad (7)$$

где Φ_m – амплитуда результирующего магнитного потока в сердечнике АТ.

Стоит отметить, что, согласно второму закону Кирхгофа для полной цепи, уравнение напряжения для обмотки ВН понижающего ТАТ в режиме ХХ имеет вид, аналогичный выражению напряжения понижающего ДАТ в режиме ХХ, выведенному в [9]. Отличие в описании ХХ для понижающего ТАТ от аналогичного режима для двухобмоточного АТ заключается в (3), которое характеризует наведенную ЭДС в третичной обмотке в режиме ХХ.

В случае нагрузочного режима работы 3-обмоточного понижающего АТ к обмоткам СН и НН подключаются нагрузки, характеризующиеся некоторыми полными сопротивлениями $\dot{Z}_{н,СН}$ и $\dot{Z}_{н,НН}$ соответственно (рис. 2, а). В этом случае ток нагрузки обмотки СН \dot{I}' будет определяться

током параллельной обмотки \dot{I}_2 , протекающим под действием наведенной ЭДС \dot{E}_2 , и потребляемым из сети током последовательной обмотки \dot{I}_1 . В свою очередь, в третичной обмотке под действием ЭДС \dot{E}_3 будет протекать ток \dot{I}_3 . Токи \dot{I}_2 и \dot{I}_3 создадут магнитные потоки, которые будут пытаться уменьшить основной магнитный поток в АТ. Однако при постоянном по значению напряжении питающей сети основной магнитный поток измениться не может, а следовательно, обмотка ВН начнет потреблять из сети дополнительный ток, необходимый для компенсации размагничивающего действия токов нагрузки обмоток СН и НН.

Следовательно, уравнение МДС 3-обмоточного понижающего АТ определяется выражением

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}_3, \quad (8)$$

где $\dot{F}_0 = \dot{I}_0(w_1 + w_2)$ – МДС холостого хода; $\dot{F}_1 = \dot{I}_1 w_1$, $\dot{F}_2 = \dot{I}_2 w_2$, $\dot{F}_3 = \dot{I}_3 w_3$ – МДС последовательной, параллельной, третичной обмоток соответственно.

В случае работы АТ под нагрузкой уравнения полных ЭДС для последовательной и параллельной обмоток можно получить из (4) и (5) заменой тока ХХ соответствующими токами в рабочем режиме и учета появления тока нагрузки в третичной обмотке. Добавив аналогичное уравнение для полной ЭДС третичной обмотки, получим систему уравнений полных ЭДС обмоток трехобмоточного понижающего АТ:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{11} &= -[j\dot{I}_1(x_{11} - x_1) + j\dot{I}_2 x_{12} + j\dot{I}_3 x_{13}] - \\ &\quad - j\dot{I}_1 x_1 = \dot{E}_1 + \dot{E}_{\sigma 1}; \\ \dot{E}_{22} &= -[j\dot{I}_2(x_{22} - x_2) + j\dot{I}_1 x_{12} + j\dot{I}_3 x_{23}] - \\ &\quad - j\dot{I}_2 x_2 = \dot{E}_2 + \dot{E}_{\sigma 2}; \\ \dot{E}_{33} &= -[j\dot{I}_3(x_{33} - x_3) + j\dot{I}_1 x_{13} + j\dot{I}_2 x_{23}] - \\ &\quad - j\dot{I}_3 x_3 = \dot{E}_3 + \dot{E}_{\sigma 3}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\dot{E}_3 = -[j\dot{I}_3(x_{33} - x_3) + j\dot{I}_1 x_{13} + j\dot{I}_2 x_{23}]$ – ЭДС, наведенная в третичной обмотке основным магнитным потоком, действующее значение которой определяется выражением

$$E_3 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_3 \Phi_m. \quad (10)$$

Используя (6), (7) и (10), можно получить выражения для коэффициентов трансформации 3-обмоточного АТ между обмотками ВН и СН, ВН и НН, выраженные через числа витков:

$$\frac{E_1 + E_2}{E_2} = k_{\tau(\text{ВН-СН})} = \frac{w_1 + w_2}{w_2} = 1 + \frac{w_1}{w_2}, \quad (11)$$

$$\frac{E_1 + E_2}{E_3} = k_{\tau(\text{ВН-НН})} = \frac{w_1 + w_2}{w_3}. \quad (12)$$

Разделим обе части выражения (8) на $w_1 + w_2$:

$$\dot{I}_0 \frac{w_1 + w_2}{w_1 + w_2} = \dot{I}_1 \frac{w_1}{w_1 + w_2} + \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1 + w_2} + \dot{I}_3 \frac{w_3}{w_1 + w_2},$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 \left(\frac{w_1 + w_2}{w_1 + w_2} - \frac{w_2}{w_1 + w_2} \right) + \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1 + w_2} + \dot{I}_3 \frac{w_2}{w_1 + w_2},$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 \left(1 - \frac{w_2}{w_1 + w_2} \right) + \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1 + w_2} + \dot{I}_3 \frac{w_2}{w_1 + w_2}.$$

Тогда с учетом выражений (11), (12) полученное уравнение токов ТАТ примет вид

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 \left(1 - \frac{1}{k_{\tau(\text{ВН-СН})}} \right) + \dot{I}_2 \frac{1}{k_{\tau(\text{ВН-СН})}} + \dot{I}_3 \frac{1}{k_{\tau(\text{ВН-НН})}}.$$

Как и в случае 2-обмоточного АТ [6], в 3-обмоточном АТ токи последовательной и параллельной обмоток будут в противофазе, а следовательно, для данного АТ справедливо выражение

$$\dot{I}' = \dot{I}_1 - \dot{I}_2. \quad (13)$$

Исходя из выражения токов (13) понижающего ТАТ, можно заключить, что при подключении нагрузки к третичной обмотке и неизменной нагрузке обмотки СН появляется ток \dot{I}_3 , что приводит к увеличению тока \dot{I}_1 и, следовательно, к уменьшению тока \dot{I}_2 , что объясняется постоянством потребляемой обмоткой СН мощности.

На основании проведенного анализа составляется система уравнений 3-обмоточного понижающего АТ в комбинированном режиме работы.

Согласно второму закону Кирхгофа для полной цепи с учетом (13) и рис. 2, а уравнение напряжения для обмотки ВН понижающего ТАТ в рабочем режиме можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{с.ВН}} = \dot{U}_{\text{ВН}} &= -\dot{E}_1 - \dot{E}_2 + \dot{I}_1(r_1 + jx_1) + \\ &\quad + (\dot{I}_1 - \dot{I}')(r_2 + jx_2). \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) следует, что в рабочем режиме 3-обмоточного АТ напряжение сети будет уравновешиваться противоЭДС и падениями напряжения

на активном сопротивлении и реактивном сопротивлении рассеяния последовательной и параллельной обмоток. Составляющая падения напряжения на параллельной обмотке будет зависеть от разности токов последовательной обмотки \dot{I}_1 и нагрузки обмотки СН \dot{I}' , а значения указанных токов – определяться с учетом тока третичной обмотки согласно уравнению токов (13).

Аналогично, уравнения напряжения для параллельной и третичной обмоток АТ соответственно

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{СН}} &= \dot{E}_2 - (\dot{I}_1 - \dot{I}')(r_2 + jx_2); \\ \dot{U}_{\text{НН}} &= \dot{E}_3 - \dot{I}_3(r_3 + jx_3). \end{aligned}$$

Для полного описания работы понижающего 3-обмоточного АТ в комбинированном режиме работы, используя полученные выражения, можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{I}_0 = \dot{I}_1 \left(1 - \frac{1}{k_{\text{T(ВН-СН)}}} \right) + \\ + \dot{I}_2 \frac{1}{k_{\text{T(ВН-СН)}}} + \dot{I}_3 \frac{1}{k_{\text{T(ВН-НН)}}}; \\ \dot{I}' = \dot{I}_1 - \dot{I}_2; \\ \dot{U}_c = \dot{U}_{\text{ВН}} = -\dot{E}_1 - \dot{E}_2 + \\ + \dot{I}_1(r_1 + jx_1) + (\dot{I}_1 - \dot{I}')(r_2 + jx_2); \\ \dot{U}_{\text{СН}} = \dot{E}_2 - (\dot{I}_1 - \dot{I}')(r_2 + jx_2); \\ \dot{U}_{\text{НН}} = \dot{E}_3 - \dot{I}_3(r_3 + jx_3). \end{cases}$$

Рассмотрим комбинированный режим работы 3-обмоточного повышающего АТ, когда потоки мощности передаются от обмоток СН и НН к обмотке ВН, т. е. сетевые напряжения $U_{\text{с.СН}}$ и $U_{\text{с.НН}}$ подводятся к обмоткам СН и НН соответственно, а нагрузка подключена к обмотке ВН (рис. 2, б).

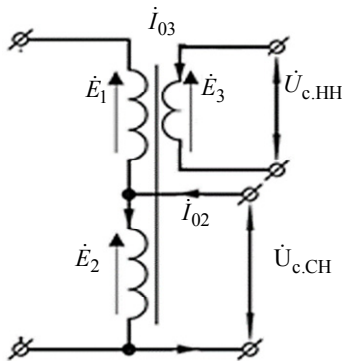


Рис. 4

В режиме ХХ при подаче на обмотки СН и НН питающих напряжений $\dot{U}_{\text{СН}} = \dot{U}_{\text{с.СН}}$ и $\dot{U}_{\text{НН}} = \dot{U}_{\text{с.НН}}$ по параллельной и третичной об-

моткам ТАТ начинают протекать токи ХХ \dot{I}_{02} и \dot{I}_{03} (рис. 4), реактивные составляющие которых создадут основной магнитный поток в магнитопроводе АТ с амплитудой Φ_m .

Магнитный поток будет наводить в витках последовательной, параллельной и третичной обмоток ЭДС, мгновенные значения которых определяются формулами

$$\begin{aligned} e_1 &= - \left(M_{12} \frac{di_{02}}{dt} + M_{13} \frac{di_{03}}{dt} \right); \\ e_2 &= - \left(L_{22} \frac{di_{02}}{dt} + M_{23} \frac{di_{03}}{dt} \right); \\ e_3 &= - \left(L_{33} \frac{di_{03}}{dt} + M_{23} \frac{di_{02}}{dt} \right), \end{aligned}$$

где i_{02}, i_{03} – мгновенные значения токов ХХ параллельной и третичной обмоток соответственно. Выражения для действующих значений указанных полных ЭДС можно записать в комплексной форме:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{11} &= -j\omega \dot{I}_{02} M_{12} - j\omega \dot{I}_{03} M_{13} = -j\dot{I}_{02} x_{12} - j\dot{I}_{03} x_{13}; \\ \dot{E}_{22} &= -j\dot{I}_{02} \omega L_{22} - j\omega \dot{I}_{03} M_{23} = -j\dot{I}_{02} x_{22} - j\dot{I}_{03} x_{23}; \\ \dot{E}_{33} &= -j\dot{I}_{03} \omega L_{33} - j\omega \dot{I}_{02} M_{23} = -j\dot{I}_{03} x_{33} - j\dot{I}_{02} x_{23}. \end{aligned}$$

Используя принцип выделения в полной ЭДС компонентов ЭДС рассеяния и ЭДС полной магнитной связи, уравнения полных ЭДС параллельной и третичной обмоток в режиме ХХ примут вид

$$\begin{aligned} \dot{E}_{22} &= -[j\dot{I}_2(x_{22} - x_2) + j\dot{I}_3 x_{23}] - j\dot{I}_2 x_2 = \dot{E}_2 + \dot{E}_{\sigma 2}; \\ \dot{E}_{33} &= -[j\dot{I}_3(x_{33} - x_3) + j\dot{I}_2 x_{23}] - j\dot{I}_3 x_3 = \dot{E}_3 + \dot{E}_{\sigma 3}. \end{aligned}$$

Согласно второму закону Кирхгофа для полной цепи, для режима ХХ уравнения напряжений для параллельной и третичной обмоток повышающего ТАТ примут вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{с.СН}} = \dot{U}_{\text{СН}} &= -\dot{E}_2 - \dot{E}_{\sigma 2} + \dot{I}_{02} r_2; \\ \dot{U}_{\text{с.НН}} = \dot{U}_{\text{НН}} &= -\dot{E}_3 - \dot{E}_{\sigma 3} + \dot{I}_{03} r_3. \end{aligned}$$

В рабочем режиме повышающего ТАТ (рис. 2, б) к обмотке высшего напряжения подключается нагрузка $\dot{Z}_{\text{н.ВН}}$. По подключенной нагрузке будет протекать ток \dot{I}_1 последовательной обмотки, который создаст свой магнитный поток, направленный встречно основному магнитному потоку. Для компенсации размагничивающего действия тока \dot{I}_1 будут возрастать токи параллельной \dot{I}_2 и третичной \dot{I}_3 обмоток.

Следовательно, уравнение МДС повышающего ТАТ определяется выражением

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}_3, \quad (15)$$

где \dot{F}_0 – МДС холостого хода.

Согласно (15) особенностью трехобмоточного АТ является участие тока третичной обмотки в компенсации размагничивающего действия тока нагрузки. Следовательно, при работе на аналогичную нагрузку ток в параллельной обмотке ТАТ будет меньше по значению, чем ток этой же обмотки у двухобмоточного АТ. Это обусловлено передачей части компенсирующей мощности электромагнитной обмоткой низшего напряжения.

Уравнения полных ЭДС всех обмоток повышающего трехобмоточного АТ аналогичны уравнениям (9)–(11).

На основании (6), (7) и (12), формулы для определения коэффициентов трансформации между обмотками среднего и высшего, а также низшего и высшего напряжений, выраженные через числа витков указанных обмоток, можно записать в виде

$$k_{\text{T(СН-ВН)}} = \frac{E_2}{E_1 + E_2} = \frac{w_2}{w_1 + w_2};$$

$$k_{\text{T(НН-ВН)}} = \frac{E_3}{E_1 + E_2} = \frac{w_3}{w_1 + w_2}.$$

Для удобства анализа работы повышающего трехобмоточного АТ уравнение его МДС (15), удобно представить через соответствующие токи и числа витков обмоток:

$$\dot{F}_0 = \dot{I}_{02}w_2 + \dot{I}_{03}w_3;$$

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}_3 = \dot{I}_1w_1 + \dot{I}_2w_2 + \dot{I}_3w_3; \quad (16)$$

$$\dot{I}_{02}w_2 + \dot{I}_{03}w_3 = \dot{I}_1w_1 + \dot{I}_2w_2 + \dot{I}_3w_3.$$

В силу наличия двух токов ХХ \dot{I}_{02} и \dot{I}_{03} выражение токов (16) затруднительно привести к виду, который определялся бы только значениями токов обмоток ТАТ и коэффициентами трансформации, при этом оно не теряет своего физического смысла при подстановке численных значений, содержащихся в уравнении параметров.

Как и в случае понижающего ТАТ, токи узла последовательной и параллельной обмоток также характеризуются выражением (13).

Проведенный анализ позволяет составить полную систему уравнений 3-обмоточного повышающего АТ в комбинированном режиме работы.

Согласно второму закону Кирхгофа и рис. 2, б уравнения напряжений для параллельной и третичной обмоток имеют вид

$$\dot{U}_{\text{с.СН}} = -\dot{E}_2 + (\dot{I}_1 - \dot{I}') (r_2 + jx_2); \quad (17)$$

$$\dot{U}_{\text{с.НН}} = -\dot{E}_3 + \dot{I}_3 (r_3 + jx_3). \quad (18)$$

Из (17) и (18) следует, что в рабочем режиме компенсация приложенных сетевых напряжений обмоток СН и НН будет осуществляться за счет формирования противоЭДС и падений напряжения на активном сопротивлении и реактивном сопротивлении рассеяния указанных обмоток. Из этого заключения следует, что данные выражения характеризуют обмотки СН и НН как приемники электрической энергии, что соответствует физическим процессам рабочего режима повышающего ТАТ. Падение напряжения на параллельной обмотке будет зависеть от разности токов последовательной обмотки \dot{I}_1 и сетевого тока параллельной обмотки \dot{I}' . В свою очередь, на ток параллельной обмотки \dot{I}_2 и, следовательно, на составляющую падения напряжения на ней будет оказывать влияние ток третичной обмотки \dot{I}_3 .

Аналогично, используя второй закон Кирхгофа, можно получить уравнение напряжения для обмотки ВН повышающего ТАТ:

$$\dot{U}_{\text{ВН}} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 - \dot{I}_1 (r_1 + jx_1) - (\dot{I}_1 - \dot{I}') (r_2 + jx_2). \quad (19)$$

Из (19) следует, что в данном режиме работы ТАТ обмотка ВН служит источником электрической энергии.

Для полного описания работы повышающего 3-обмоточного АТ в комбинированном режиме работы, используя полученные выражения, можно составить его систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{I}_{0_2}w_2 + \dot{I}_{0_3}w_3 = \dot{I}_1w_1 + \dot{I}_2w_2 + \dot{I}_3w_3; \\ \dot{I}' = \dot{I}_1 - \dot{I}_2; \\ \dot{U}_{\text{ВН}} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 - \dot{I}_1 (r_1 + jx_1) - (\dot{I}_1 - \dot{I}') (r_2 + jx_2); \\ \dot{U}_{\text{с.СН}} = \dot{U}_2 = -\dot{E}_2 + (\dot{I}_1 - \dot{I}') (r_2 + jx_2); \\ \dot{U}_{\text{с.НН}} = \dot{U}_3 = -\dot{E}_3 + \dot{I}_3 (r_3 + jx_3). \end{cases}$$

Полученные математические модели понижающего и повышающего трехобмоточного автотрансформатора в комбинированном режиме обладают теми же достоинствами, что и системы уравнений работы ДАТ в понижающем и повышающем режимах, полученные в [6] и отражающие отличие его работы по сравнению с ДАТ, выраженное во влиянии тока третичной обмотки на процесс передачи электрической энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shliapnikov A. S., Lavrov A. G. Mathematical auto-transformer modeling in technical means of education and modern education technology // Proc. of the 2018 Intern. Conf. «Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies». St. Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. 2018. С. 717–720.
2. Копылов И. П. Электрические машины: учебник. М.: Высш. шк., 2009.
3. Петров Г. Н. Электрические машины: в 3 ч. Ч. 1. Введение. Трансформаторы: учеб. для вузов. М.: Энергия, 1974.
4. Вольдек А. И., Попов В. В. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. СПб.: Питер, 2008.
5. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины: учеб. для вузов. Т. 1. М.: Издательский дом МЭИ, 2004.
6. Lavrov A. G., Shlyapnikov A. S. Mathematical models of the operating modes of power autotransformers // Russian Electrical Engineering. 2019. Vol. 90, № 12. P. 757–762.
7. Залышкин М. Д. Выбор трансформаторов в энергетических системах. М.: Гос. энергетическое изд-во, 1960.
8. Васютинский С. Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970.
9. Герасименко А. А., Федин В. Т. Передача и распределение электрической энергии: учеб. пособие. М.: КНОРУС, 2014.
10. Неклепаев Б. Н. Электрическая часть электростанций и подстанций: учеб. для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
11. Васильев А. А. Электрическая часть станций и подстанций: учеб. для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1990.

A. G. Lavrov

Saint Petersburg Electrotechnical University

A. S. Shlyapnikov

Ltd «VOLTS Battery» (Moscow)

OPERATING MODES AND MATHEMATICAL DESCRIPTION OF POWER 3-WAY AUTOTRANSFORMERS

Three-winding power autotransformers are considered. It is shown that at present in the scientific and technical literature there are no mathematical models that allow a detailed qualitative and quantitative analysis of the physical processes occurring in them. The mode of operation at idle and the mode of operation under load of a power three-winding step-down and step-up autotransformer operating in a combined mode are considered and analyzed. The importance of isolating the components of self-induction and mutual induction is demonstrated when describing the operation of a power three-winding step-down and step-up autotransformer at idle and when operating under load in a combined mode. The obtained mathematical models clarify the existing ones, are universal, reflect the actual physical processes of the power three-winding step-down and step-up autotransformer.

Three-winding power autotransformer, combined mode of operation, mathematical models, complete systems of equations, transformation ratios