

УДК 621.365.5

В. Д. Гончаров, Е. Г. Евдакова, Р. В. Яшкардин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Методика выбора параметров расчета импульсных электромагнитных полей

Рассматривается вопрос, связанный определением параметров расчетной сетки при решении задач математического моделирования импульсных электромагнитных полей методом конечных элементов. Приводится алгоритм выбора размеров конечных элементов при численной реализации трехмерной математической модели, описывающей изменение во времени параметров импульсного электромагнитного поля. С этой целью предлагается использовать сравнение результатов численных экспериментов с известным аналитическим решением для простой геометрии. Показано, как можно определить параметры разбиения проводящих структур на элементы расчетной сетки при использовании метода конечных элементов с помощью преобразования по Фурье формы токового импульса. Определены закономерности выбора размеров конечных элементов, использование которых при расчетах позволяет адекватно описать реальные электромагнитные процессы. В частности, показано что для проведения численных расчетов с погрешностью, не превышающей 5 % от аналитического решения, размер элемента расчетной сетки должен быть менее четырех глубин проникновения для граничной частоты в спектре импульсного сигнала. Граничная частота спектра импульса определяется по 10 %-му энергетическому критерию.

Импульс, электромагнитное поле, численное моделирование, выбор параметров

В настоящее время во многих областях науки и техники нашли широкое применение различные приборы и технологии, основанные на использовании мощных импульсных воздействий. Подобные технологии просто не имеют альтернативы в случае, когда, с одной стороны, необходимы большие мощности, а с другой – нужно ограничить тепловую составляющую воздействия. Примерами такого оборудования могут служить импульсные твердотельные лазеры [1], системы получения ультрадисперсных частиц [2], к которым относится установка для получения ультрадисперсных частиц (УДЧ) в импульсном дуговом разряде [3], рельсотронные плазменные ускорители [4]. Подобное оборудование нашло применение и в приборах медицинского назначения, которые используются, например, для проведения высокоинтенсивной импульсной магнитотерапии [2]. Эффективное применение подобных установок должно быть основано на использовании знаний о пространственном распределении параметров электромагнитного поля (ЭМП) в области, на которую осуществляется воздействие, токов и напряжений в наиболее «нагруженных» частях

самых установок. Импульсные напряжения можно измерить, несмотря на большие наводки на измерительное оборудование со стороны сильных ЭМП. Значительно сложнее дело обстоит с импульсными токами, которые обычно определяют посредством установки шунта, с помощью которого можно измерить напряжение и пересчитать его в ток. При подобных измерениях необходимо учитывать глубину проникновения ЭМ-волны в материал проводника измерительного шунта, что само по себе достаточно сложно. И особенно эта задача осложняется при использовании токов в 10^4 – 10^5 А, когда любое дополнительное вмешательство в систему влияет на ее параметры. В этом случае для определения тока используют пояс Роговского [5]. Напряжение на его зажимах необходимо пересчитать в ток, и уже на этом этапе возникает необходимость показать, что полученные в результате измерений и пересчетов результаты адекватны реальным значениям тока.

В мощных импульсных технологических системах прямое исследование параметров электромагнитного поля крайне сложно, иногда не осуществимо на практике, особенно когда речь

идет о токах в 10^4 – 10^5 А, высоких напряжениях и мощностях в десятки мегаватт. В этом случае измерения в непосредственной близости от рабочей зоны просто невозможны. На результаты измерений, которые проводятся на безопасном удалении, оказывают влияние магнитные поля самого технологического оборудования, поэтому главный акцент при исследовании подобных систем смещен в область численного моделирования происходящих процессов [6]–[7].

Математические модели (ММ), используемые для расчета пространственного распределения параметров ЭМП, основаны на уравнениях Максвелла. Очевидно, что адекватность 3-мерных моделей, описывающих реальную геометрию оборудования без дополнительных допущений, не требует доказательств – необходимо доказывать адекватность численной реализации этой математической модели. Численная реализация ММ расчета пространственного распределения параметров ЭМП предполагает разбиение области расчета на отдельные элементы, размеры которых могут отличаться в десятки раз, и задание граничных условий и места расположения границ исследуемой области. При этом в областях, где исследуемые функции изменяются достаточно резко, требуется обеспечить подробное разбиение, в остальных – размеры элементов могут быть существенно (на несколько порядков) больше. От «правильности» этого разбиения во многом зависят результаты расчетов и время на их проведение. Это же можно сказать о расстоянии, на котором расположены границы расчетной области. Для случаев 3-мерных математических моделей, количество элементов в которых – десятки и сотни тысяч, а пересчет параметров необходимо проводить на каждом временном шаге, вопрос о том, как надо разбить область и расположить ее границы, чтобы, с одной стороны, обеспечить адекватность результатов расчета, а с другой – реальное их время проведения, остается открытым. Именно решению этого вопроса и посвящена данная работа.

В случае исследования процессов в линейных, относительно параметров ЭМП, системах для определения расчетных параметров можно использовать более простую геометрию рассматриваемой области, для которой существует точное аналитическое решение для постоянного или изменяющегося по синусоидальному закону воздействия.

В качестве модельной задачи использовался расчет поля протяженного проводника (длина 15 см, радиус 0.4 см) с током. Для данной задачи существует простое аналитическое решение для сигнала, постоянного во времени или имеющего синусоидальную форму.

Первое уравнение Максвелла говорит о том, что поле вне проводящей среды в случае, когда можно пренебречь членом, описывающим скорость изменения вектора электрического смещения, зависит только от тока в проводнике и не зависит от его частоты. Т. е. вплоть до частот 10^7 Гц распределение параметров ЭМП вне проводящих структур при синусоидальном воздействии будет совпадать с результатами, полученными для постоянного тока. Поэтому для определения расстояния до границы исследуемой области и размеров элементов дискретизации в этом случае сравнивались аналитические и численные результаты, полученные на постоянном токе. На удаленной границе полагалось равенство нулю напряженности магнитного поля.

На рис. 1 приведены результаты расчетов зависимости относительного отклонения напряженности МП от расстояния до границы исследуемой области. В численных экспериментах напряженность МП полагалась равной нулю на расстоянии 5, 10 и 15 см. При проведении всех численных экспериментов в этом случае использовалось разбиение исследуемой области на элементы с геометрическими размерами 5 мм. Сравнение с результатами аналитического решения показывает, что для точности расчетов в 5 % в интересующей обычно области в 5–7 см от источника МП,

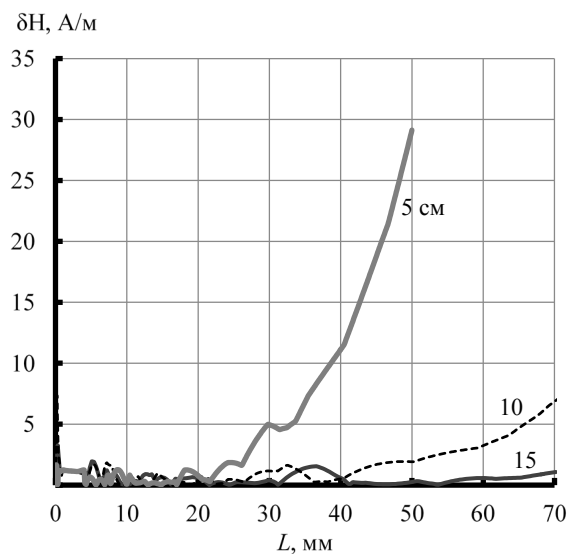


Рис. 1

граница должна располагаться на расстоянии 15 см от проводника. При расчете реальной технологической системы, в которой имеется два проводника с противоположным направлением тока в них, использование этого условия приведет к еще большей точности решения, так как в этом случае в «дальней зоне» напряженность МП уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния, а не самому расстоянию, как в случае одиночного проводника.

На рис. 2 приведены результаты расчетов зависимости относительного отклонения (δ %) напряженности МП от аналитического решения в зависимости от расстояния от оси проводника в области вокруг проводника. Относительное отклонение вычислялось по формуле $\delta = \frac{|A - X|}{X}$,

где A – результаты точного аналитического решения; X – результаты численных расчетов. Приведены результаты численных расчетов, полученные для постоянных размеров элементов 10 и 5 мм, уменьшение которых приводит к тому, что численное решение стремится к аналитическому. Оказалось, что для получения результатов, отличающихся от аналитических менее чем на 5 %, размер элемента не должен превышать 5 мм. Данное требование накладывается на области вблизи поверхности проводника, где магнитное поле меняется достаточно резко. При удалении от поверхности этот размер может увеличиваться в несколько раз. Об этом свидетельствуют результаты расчетов, приведенные на рис. 2 (adaptive). Эти расчеты были выполнены для элементов, размеры которых изменялись от 5 мм вблизи проводника, до 20 мм на расстоянии более 5 см от его поверхности.

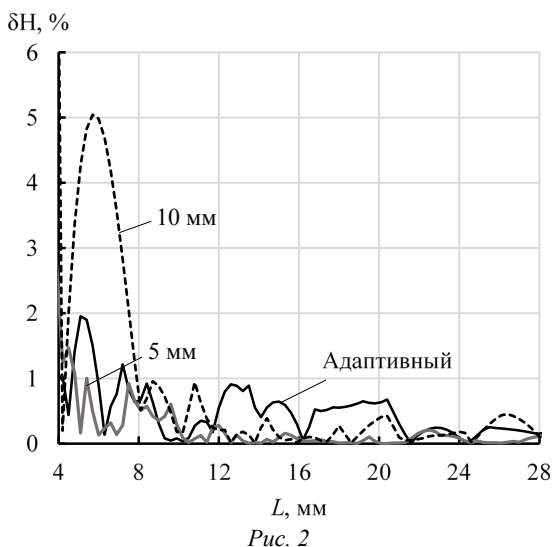


Рис. 2

Распределение плотности тока в проводниках определяет их сопротивление и индуктивность. Эти параметры особенно важны при проектировании импульсной системы в целом, включая ее систему питания и систему передачи энергии от накопительных устройств к технологической части и саму технологическую часть. Значение точности расчета распределения плотности тока многократно возрастает, если проводники находятся на малом расстоянии друг от друга (проявляется эффект близости). В то же время, экспериментально измерить параметры ЭМП внутри проводника практически невозможно. Не существует также точного аналитического решения, позволяющего определить реакцию на импульсное воздействие даже для простейшей геометрии, т. е. полученные в результате численного решения результаты не с чем сравнивать.

Для определения интегральных параметров модельной системы был применен частотный метод расчета. В рамках этого метода на основе аппроксимированных результатов аналитических решений, выполненных для синусоидальных сигналов разных частот, с помощью преобразования по Фурье, определялись реакция системы (напряжение) на заданную форму импульса тока. Эта форма напряжения в дальнейшем считалась «точным решением», и именно сравнение с этим решением результатов численного моделирования для случая известной формы импульса позволило подобрать параметры разбиения исследуемой области внутри проводника.

Приведены результаты, полученные при пропускании через модельный проводник токового импульса, изменяющегося по закону Гаусса. Форма этого импульса приведена на рис. 3.

При проведении аналитических расчетов в частотном диапазоне от 10^2 до 10^5 Гц активного и реактивного сопротивлений проводника использовалась формула из [8]:

$$R + j\omega L = \frac{\sqrt{-j\omega\mu\gamma \cdot r_0}}{2} \times \frac{J_0(\sqrt{-j\omega\mu\gamma \cdot r_0})}{J_1(\sqrt{-j\omega\mu\gamma \cdot r_0})} + j\omega \frac{\mu_2 l}{2\pi} \ln \frac{l}{r_0},$$

где R – активное сопротивление; j – мнимая единица; ωL – реактивное сопротивление; ω – частота; μ – магнитная проницаемость; μ_2 – магнитная проницаемость среды; γ – проводимость; r_0 – радиус проводника; J_0, J_1 – функции Бесселя нулевого и первого порядков; l – длина проводника.

Полученные результаты приводились в экспоненциальную форму и аппроксимировались сплайнами. Таким образом строились амплитудно-частотная (АЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики исследуемой системы. Для определения напряжения на проводнике в случае импульсного воздействия амплитудный спектр токового импульса умножался на АЧХ, а фазовый складывался с ФЧХ. Временную эволюцию напряжения получали с помощью обратного преобразования по Фурье спектральных характеристик напряжения.

При проведении численных экспериментов по расчету распределения МП внутри модельного проводника применялись следующие условия:

- к боковым поверхностям проводника подключался источник, форма токового импульса которого приведена на рис. 3;
- расстояние до границ исследуемой области, на которых в качестве граничного использовалось условие равенства нулю напряженностей поля, составляло 15 см;
- размер элементов за границами проводника 5 мм;
- объем проводника предварительно «разбивался» на конечные элементы, размеры которых 5, 2 и 1 мм были постоянными в каждом эксперименте.

В качестве выходных параметров использовались изменение напряжения на концах проводника и распределение плотности тока по его сечению в разные моменты времени. Данные, полученные с помощью численного моделирования, сравнивались с результатами модельной задачи.

Полученные результаты сравнивались с «точным решением». На рис. 4, а приведены результаты расчетов напряжения на проводнике, полученные с помощью обратного преобразования по Фурье. На рис. 4, б приведены данные расчета относительного изменения напряжения на модельном проводнике, полученные в результате численных расчетов при размерах конечных элементов 5, 2 и 1 мм.

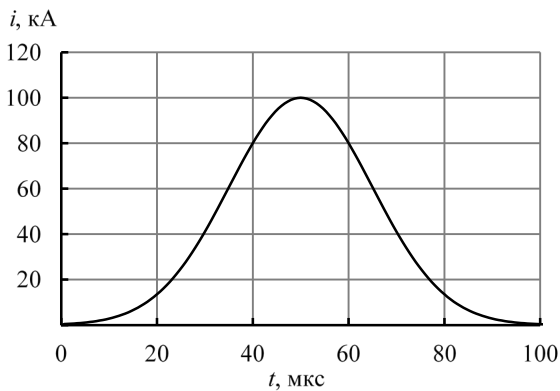


Рис. 3

Максимальное отличие результатов «аналитического» и численного (при размере элементов 2 мм) не превышает 5%. Этот результат свидетельствует о том, что результаты численных расчетов при размере элементов 2 мм описывают ЭМ-процессы с достаточной точностью.

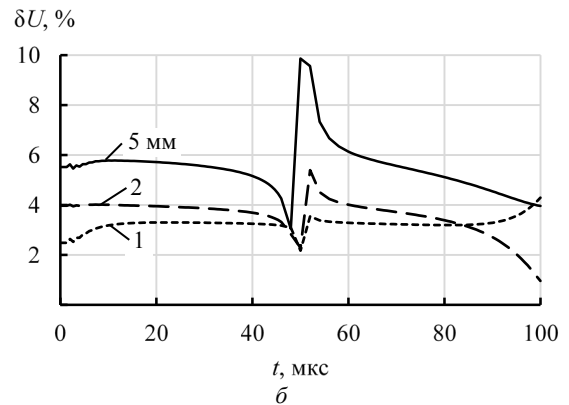
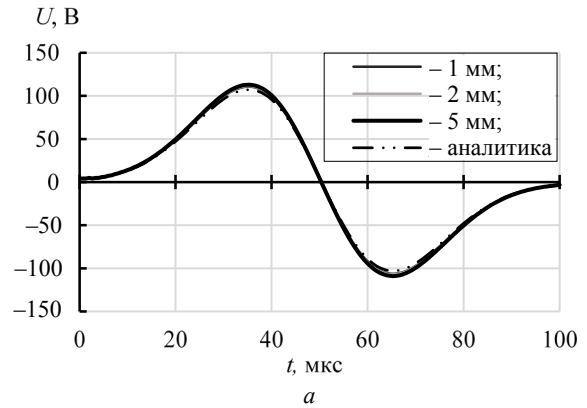


Рис. 4

Полученные требования к размерам элементов в проводнике справедливы для медного проводника и данной формы импульса (см. рис. 1). Однако, пользуясь тем, что рассматриваемая система линейна, эти результаты можно обобщить для произвольной формы входного воздействия и разных материалов проводника.

Для обобщения результатов на другие материалы проводников можно использовать параметр глубины проникновения, с помощью которого традиционно описывают взаимодействие синусоидально изменяющегося ЭМП с проводящими материалами. В случае, когда для разных материалов глубина проникновения одинакова, распределение параметров ЭМП, а следовательно, и требования к размерам элементов, в них будет идентично. Распределение энергии импульса (см. рис. 1) в частотном диапазоне приведено на рис. 5. В данном случае 90% энергии импульса попадает в частотный диапазон от нуля до

15 кГц, где W/W_0 – отношение энергии сигнала на определенной частоте (W) к суммарной энергии для всего спектра частот.

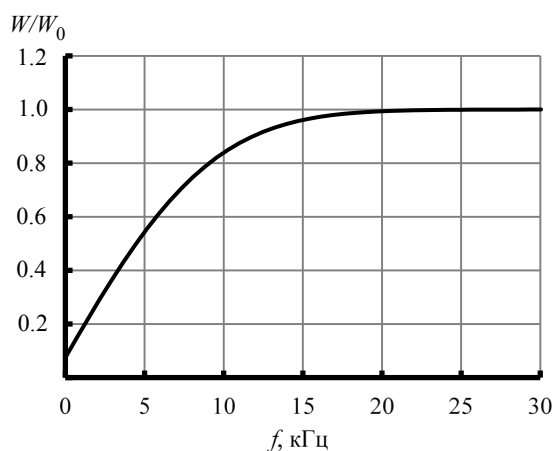


Рис. 5

Таким образом, ширина спектра токового импульса по 10 %-му энергетическому критерию составляет 15 кГц. Глубина проникновения для этой, граничной частоты составляет 0.55 мм. При импульсном воздействии (см. рис. 2) для получения результатов численных расчетов с погрешностью менее 5 % размер элементов расчетной сетки (d) в проводящих структурах должен выбираться из условия: d не больше четырех глубин проникновения, полученных при расчете для граничной частоты импульса. Это же условие можно распространить на проведение расчетов для любых проводящих материалов и любых форм импульса.

В случае, если форма импульса тока неизвестна, предлагается следующий алгоритм определения параметров разбиения проводника: выполнение численного расчета при произвольно заданном разбиении, определение формы им-

пульса тока, расчет спектра полученного импульса, определение граничной частоты по 10 %-му энергетическому критерию ширины спектра токового импульса; в случае, если размер разбиения d не больше четырех глубин проникновения, полученных при расчете для граничной частоты, найденное решение адекватно описывает ЭМ-процессы; в противном случае надо пересчитать задачу, уменьшив размер элементов.

Выводы.

1. При проведении численных расчетов импульсных ЭМ-систем необходимо выбрать:

- размер элементов расчетной сетки в проводящих структурах d не больше четырех глубин проникновения, рассчитанных для граничной частоты, которую можно определить по 10 %-му энергетическому критерию ширины спектра токового импульса,

- размер элементов в непроводящих областях не менее 5 мм вблизи поверхности проводника и 20 мм на расстоянии более 5 см от этой поверхности,

- расстояние от токоведущих частей рассматриваемой системы до границ исследуемой области должно быть не менее 15 см.

2. В случае, если четыре глубины проникновения, рассчитанные для граничной частоты, превышают поперечные размеры проводников, размеры элементов могут выбираться произвольно.

3. Численная реализация математической модели расчета импульсных ЭМ-полей, которая основана на решении уравнений Максвелла, при использовании полученных закономерностей для дискретизации проводников и окружающего пространства позволяет адекватно описывать реальные физические процессы в случае немагнитных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глухих Н. В., Димаков С. А., Курунов Р. Ф. Мощные твердотельные лазеры на Nd: YAG с поперечной диодной накачкой и улучшенным качеством излучения // Журн. техн. физики. 2011. № 81. С. 70–75.

2. Бабушкин А. Ю., Исаков В. П., Лямкин А. И. Высокэнергетические методы получения ультрадисперсных и наноматериалов: конспект лекций / под рук. А. И. Лямкина. Красноярск: ИПК СФУ, 2008.

3. Modeling the electromagnetic processes in a technological device for producing ultradispersed particles in pulsed arc discharges / V. D. Goncharov, R. V. Yashkardin, K. S. Sorokin, E. M. Fiskin // URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/872/1/012037/meta> (дата обращения 12.10.2020).

4. Месяц Г. А. Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004.

5. Самсонов Д. С. Электроимпульсная технология получения ультрадисперсных материалов / дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2014. URL: <https://www.dissercat.com/content/elektroimpulsnaya-tekhnologiya-polucheniya-ultradispersnykh-materialov> (дата обращения 12.10.2020).

6. Effect of electric current density on the mechanical property of advanced high strength steels under Quasi-Static tensile loads / M. Kim, N. Vinh, H. Yu, H. Lee, M. J. Kim, H. Han, J. T. Roth // Intern. J. of Precision Engineering and Manufacturing. 2014. Vol. 15, № 6. P. 1207–1213.

7. Солоненко В. А. Численное моделирование сверхзвуковых течений электропроводного газа в канале импульсного МГД-генератора: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2006. URL: <https://www.dissercat.com/content/chislennoe-modelirovanie->

sverkhzvukovykh-techenii-elektroprovodnogo-gaza-v-kanale-impulsnogo (дата обращения 12.10.2020).

8. Шимони К. Теоретическая электротехника / пер. с нем. К. М. Поливанова. М., 1964.

V. D. Goncharov, E. G. Evdakova, R. V. Yashkardin
Saint Petersburg Electrotechnical University

METHOD OF SELECTION OF CALCULATION PARAMETERS OF PULSE ELECTROMAGNETIC FIELDS

Deals with the issue of determining the parameters of the computational grid when solving problems of mathematical modeling of pulsed electromagnetic fields by the finite element method. The article describes an algorithm for selecting the sizes of finite elements in the numerical implementation of a 3-dimensional mathematical model that describes the time variation of the parameters of a pulsed electromagnetic field. For this purpose, it is proposed to use a comparison of the results of numerical experiments with a well-known analytical solution for simple geometry. It is shown how the parameters of the partitioning of conducting structures can be determined using the Fourier transform of the shape of the current pulse. The regularities of the choice of sizes of finite elements are determined, the use of which in the calculations allows us to adequately describe real electromagnetic processes. In particular, it is shown that for numerical calculations with an error not exceeding 5 % of the analytical solution, the size of the computational grid element should be less than four penetration depths for the cutoff frequencies in the spectrum of the pulse signal. The cutoff frequency of the impulse is determined by 10 % energy criterion.

Pulse, electromagnetic field, numerical simulation, parameter selection
