УДК 519.816

Научная статья

https://doi.org/10.32603/2071-8985-2026-19-8-36-44

Методология и проблематика экспертного оценивания. Часть 3: групповое комплексирование матриц парных сравнений в условиях неоднородности экспертной компетентности*

Е. А. Бурков✉, П. И. Падерно

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
✉ eaburkov@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача комплексирования мнений группы экспертов при оценке сложных объектов экспертизы, характеризуемых различными гетерогенными атрибутами. Обоснована необходимость учета не только межэкспертных различий в компетентности, но и фактора индивидуальной неоднородности и вариативности экспертной компетентности. Использована векторная модель экспертной компетентности, позволяющая задавать коэффициенты компетентности каждого эксперта отдельно для различных аспектов или атрибутов объекта экспертизы. Разработаны три способа комплексирования индивидуальных экспертных суждений в групповой вектор весовых коэффициентов атрибутов: на уровне нормированных собственных векторов матриц парных сравнений; на уровне матриц парных сравнений с использованием матриц перекрестной компетентности; на уровне ненормированных собственных векторов с применением адамаровых степеней. Предложенные способы позволяют гибко учитывать неоднородность компетентности экспертов и обеспечивают формализованную процедуру получения согласованных групповых оценок. Статья ориентирована на специалистов в области системного анализа, методов экспертного оценивания и поддержки принятия решений.

Ключевые слова: экспертное оценивание, групповая экспертиза, комплексирование, компетентность экспертов, объект экспертизы, матрицы парных сравнений, собственный вектор, адамарово произведение

Для цитирования: Бурков Е. А., Падерно П. И. Методология и проблематика экспертного оценивания. Часть 3: групповое комплексирование матриц парных сравнений в условиях неоднородности экспертной компетентности // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 8. С. 36–44. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-8-36-44.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Methodology and Problems of Expert Assessment. Part 3: Group Aggregation of Pairwise Comparison Matrices in Conditions of Heterogeneity of Expert Competence

E. A. Burkov✉, P. I. Paderno

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia
✉ eaburkov@gmail.com

Abstract. This paper addresses the problem of aggregating the opinions of a group of experts in the assessment of complex objects of expertise characterized by a set of heterogeneous attributes. The necessity of accounting not only for inter-expert differences in competence but also for the factor of individual heterogeneity

* Окончание. Начало в Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. № 2, 3.

© Бурков Е. А., Падерно П. И., 2026

and variability of expert competence is substantiated. A vector model of expert competence is used, which allows specifying competence coefficients for each expert separately for different aspects or attributes of the object of expertise. Three methods for aggregating individual expert judgments into a group vector of attribute weight coefficients are developed: at the level of normalized eigenvectors of pairwise comparison matrices; at the level of pairwise comparison matrices using cross-competence matrices; and at the level of non-normalized eigenvectors employing Hadamard powers. The proposed methods enable flexible consideration of the heterogeneity of expert competence and provide a formalized procedure for obtaining consistent group assessments. The article is intended for specialists in the fields of systems analysis, expert assessment methods, and decision support.

Keywords: expert assessment, group expertise, aggregation, expert competence, object of expertise, pairwise comparison matrices, eigenvector, Hadamard product

For citation: Burkov E. A., Paderno P. I. Methodology and Problems of Expert Assessment. Part 3: Group Aggregation of Pairwise Comparison Matrices in Conditions of Heterogeneity of Expert Competence // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 8. P. 36–44. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-8-36-44.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interests.

Введение. В широком спектре управленческих задач – от стратегического планирования и инвестиционного проектирования до оценки сложных технических систем, и социально-экономических программ – регулярно возникает необходимость выбора одной из нескольких альтернатив. Природа таких задач такова, что они зачастую не могут быть достаточно четко сформулированы в строгой математической постановке. Причины этого кроются в следующем:

– цели, как правило, формулируются в качественных, а не количественных терминах, иерархия этих целей может быть неочевидной, а критерии выбора – противоречивыми;

– отсутствие достоверных статистических данных, невозможность проведения натурных экспериментов и низкая непредсказуемость поведения сложных систем в новых условиях;

– сложность полной и строгой формализации всех существенных факторов и влияния общего контекста ситуации принятия решений.

В таких условиях классические методы оптимизации, основанные на точных моделях и полной информации, оказываются либо неприменимыми, либо дают результаты, не учитывающие важные качественные аспекты. Альтернативой, а часто и единственным инструментом получения обоснованных результатов, выступают методы экспертного оценивания. С одной стороны, эти методы опираются на субъективный потенциал экспертов – их профессиональные знания, накопленный опыт, практические навыки и, в определенной мере, интуицию, позволяющую учитывать нюансы, не поддающиеся формализации. С другой стороны, эти методы предполагают использование апробированных процедур получения, структурирования и математической обработки информации, поступающей от экспертов, что, в определенных пределах, обеспечивает воспроизводимость, прозрачность и объективность получаемых результатов.

Имеется обширный пласт как фундаментальных [1]–[3], так и современных работ [4]–[6], посвященных различным аспектам экспертной деятельности и проработке таких организационно-методических вопросов, как подготовка, организация и проведение экспертиз (выбор формы опроса, планирование временных этапов, материально-техническое обеспечение); разработка опросных анкет и различного инструментария, обеспечивающего корректное извлечение экспертных знаний; применение математических и компьютерных методов анализа и обработки экспертной информации. Вместе с тем, несмотря на высокий уровень развития методологии экспертного анализа, ряд принципиальных проблем остается за пределами глубокого систематического рассмотрения. К их числу можно отнести, в частности фактор неоднородности и вариативности индивидуальной экспертной компетентности, заключающийся в том, что один и тот же эксперт может обладать высокой компетентностью в отношении одних аспектов (свойств, атрибутов и пр.) анализируемого объекта экспертизы (ОЭ) и быть значительно менее компетентным в отношении других. Это явление особенно характерно для комплексных экспертиз, где ОЭ характеризуется многими разнородными свойствами, относящимися к различным профессиональным областям, режимам функционирования или условиям применения. Например, эксперт может быть глубоким специалистом в вопросах технической надежности системы, но обладать лишь поверх-

ностными знаниями об эргономике ее интерфейса или об экономических аспектах ее эксплуатации.

Классические методы комплексирования экспертных оценок не позволяют гибко учитывать тот факт, что компетентность эксперта может существенно зависеть от того, какой именно атрибут ОЭ или какое условие его применения оценивается. Подобное игнорирование фактора неоднородности и вариативность индивидуальной экспертной компетентности приводит к тому, что формируемое комплексированием групповое экспертное мнение оказывается неоправданно осредненным, иначе говоря, не отражающим действительного распределения знаний в экспертной группе. Отсюда возникает актуальная научно-методическая задача разработки адаптивных подходов к комплексированию экспертных мнений, которые позволяли бы:

– учитывать неоднородность компетентности экспертов не только на уровне общего веса в группе, но и для отдельных аспектов (атрибутов) ОЭ;

– корректировать оценки компетентности в ходе экспертизы на основе анализа согласованности индивидуальных оценок с формируемым групповым результатом;

– обеспечивать прозрачность и обоснованность принимаемых решений, предоставляя рабочей группе содержательную обратную связь о качестве как первичных экспертных суждений, так и итоговой групповой оценки.

Данная работа посвящена разработке метода комплексирования экспертных мнений в условиях неоднородности компетентности экспертов.

Постановка задачи комплексирования мнений экспертов с неоднородной компетентностью. Комплексирование экспертных мнений представляет собой формализованную процедуру объединения индивидуальных суждений[1] нескольких экспертов в единое групповое мнение, которое нередко называют обобщенным мнением экспертной группы. В широком смысле комплексирование является центральным этапом обработки результатов групповой экспертизы и включает не только собственно комплексирование (агрегацию или осреднение) экспертных оценок, но и содержательный анализ их согласованности, выявление противоречий, а также формирование итоговой оценки, адекватно отражающую обобщенную позицию если не всей экспертной группы, то как минимум значимой ее части. Иначе говоря, это ключевая методика превращения множества субъективных индивидуальных суждений в обоснованное групповое решение, которая выходит за рамки простого осреднения, поскольку требует проведения анализа согласованности экспертов, учета их компетентности, определенной обработки выявленных противоречий и итогового формирования устойчивых и интерпретируемых в пределах рассматриваемой предметной области результатов. В современных методиках экспертизы комплексирование часто реализуется итеративно, с возможностью корректировки весов экспертов и уточнения модели по ходу процедуры [7].

Рассмотрим задачу комплексирования мнений группы экспертов с учетом нескольких важных условий, конкретизирующих ее постановку.

Во-первых, будем полагать, что задача экспертов $Э_1, Э_2, ..., Э_m$ состоит в определении предпочтительности атрибутов[2] ОЭ $C = \{C_1, C_2, ..., C_n\}$ друг перед другом. Для этого каждый эксперт сначала нестрого упорядочивает множество C по убыванию предпочтительности атрибутов ОЭ, а затем проводит сравнительную попарную оценку сравнительной значимости элементов множества C с использованием вербально-семантической шкалы, разработанной Саати для метода анализа иерархий [8]–[10]. Такие попарные оценки каждого эксперта сводятся в матрицы парных сравнений (МПС):

$$\mathbf{A}_k = \left\{ a_{kij} \right\}_{n\times n},\ k = \overline{1,m},\ \forall i,j : a_{kij} > 0,$$
$$a_{kji} = 1/a_{kij},\ a_{kii} = 1.$$

Во-вторых, предположим, что ОЭ представлен сложной атрибутивной моделью, что выражается, в частности, в том, что множество C имеет гетерогенный характер[3]. Следовательно, логичным будет допустить, что уровень знаний о различных аспектах и соответствующих им атрибутах у всех экспертов различен, и поэтому целесообразно использовать векторную модель эксперт-

[1] При этом индивидуальные суждения экспертов могут быть представлены самым разным образом: балльными или качественными оценками, матрицами парных сравнений, ранжировками, графами и пр. Конкретный способ представления зависит от области проведения экспертизы и предпочтений рабочей группы.

[2] Множество C формируется рабочей группой и предоставляется экспертам в готовом виде внутри опросного листа, подлежащего заполнению с целью выражения своего экспертного мнения.

[3] Это в том числе подразумевает, что атрибуты ОЭ имеют разную природу и специфику, например техническую, экономическую, экологическую и т. п.

ной компетентности. Чтобы избежать подробного рассмотрения задачи оценки экспертной компетентности [7], будем считать, что вектор компетентности каждого эксперта задан, т. е. известны коэффициенты компетентности каждого эксперта по каждому атрибуту ОЭ:

$$\boldsymbol{\alpha}_k = (\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, ..., \alpha_{kn}), \quad k = \overline{1,m}, \ \forall k, j : \alpha_{kj} \in [0;1]. \tag{1}$$

В-третьих, будем полагать, что эксперты работают раздельно (например, по организациям, по регионам, по отдельным признакам и др.), т. е. коммуникация и обмен мнениями между ними отсутствуют, что упрощает организацию экспертизы и ускоряет опросную стадию. При этом необходимо обеспечить надежность и безошибочность сбора, передачи и хранения экспертной информации для последующей ее обработки аналитиками рабочей группы[4]. Таким образом, ответственность за выработку формального консенсуса посредством комплексирования мнений отдельных экспертов полностью возлагается на рабочую группу.

Конечным результатом решения задачи комплексирования мнений группы экспертов станет групповой вектор весовых коэффициентов (ГВВК) атрибутов ОЭ, содержащий количественные оценки степени значимости элементов множества *C*. Очевидно, что этот конечный результат существенно зависит от распределения и согласованности мнений экспертов относительно значимости атрибутов ОЭ. В данной статье, чтобы избежать подробного рассмотрения методики проверки взаимной согласованности экспертов (заинтересованные именно этим вопросом могут обратиться к [7]), дальнейшее изложение ведется с учетом сознательного допущения, что мнения отдельных экспертов внутри группы не различаются чрезмерно. Кроме того, численные значения элементов вектора весовых коэффициентов зависят от выбранного способа комплексирования индивидуальных экспертных мнений и, чтобы не умалять общность рассуждений, предполагается, что обработка индивидуальных мнений выполняется единообразно для всей группы экспертов.

Способ 1. Комплексирование внутренне непротиворечивых мнений экспертов на уровне нормированных собственных векторов МПС. Данный способ предназначен для комплексирования внутренне непротиворечивых мнений экспертов, когда МПС, сформированная на основе суждений любого из экспертов, как минимум удовлетворительно согласованна, и не требуется проводить операцию корректировки такой матрицы с целью повышения ее внутренней согласованности [11], [12]. Соответственно, может быть выполнена достаточно простая обработка каждой из имеющихся МПС с помощью базового алгоритма, предложенного Саати [9], в результате которой будет получен сначала главный собственный вектор (ГСВ) соответствующей МПС, а затем ее нормированный главный собственный вектор[5] (НГСВ):

$$\mathbf{w}(\mathbf{A}_k) = (w_{k1}, w_{k2}, ..., w_{kn}), \quad w_{ki} = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{kij}}, \ k = \overline{1,m}; \tag{2}$$

$$\widehat{\mathbf{w}}(\mathbf{A}_k) = (\widehat{w}_{k1}, \widehat{w}_{k2}, ..., \widehat{w}_{kn}), \quad \widehat{w}_{ki} = w_{ki} \Big/ \sum_{j=1}^{n} w_{kj}; \ k = \overline{1,m}; \ \sum_{i=1}^{n} \widehat{w}_{ki} = 1. \tag{3}$$

Следует заметить, что вектор (2) более удобен с точки зрения вычислительной реализации различных способов комплексирования, но содержит меньше информации об исходном мнении эксперта, нежели вектор (3).

Тогда можно сформировать ГВВК, комплексируя мнения экспертов на уровне векторов (3) на основе принципа среднего арифметического, используя при этом либо информацию о размере экспертной группы *m*, либо вектор (1):

$$\boldsymbol{\omega}(m) = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n), \ \omega_i = \sum_{k=1}^{m} \widehat{w}_{ki} \Big/ m; \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\omega}(\alpha) = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n), \quad \omega_i = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{ki} \widehat{w}_{ki} \Big/ \sum_{k=1}^{m} \alpha_{ki}. \tag{5}$$

Однако оба эти варианта получения ГВВК имеют свои недостатки: для (4) это отсутствие учета различной компетентности экспертов, а для (5) – отсутствие нормировки получаемого результата[6], что делает его менее удобным с расчетной точки зрения. Таким образом, вариант (5) можно

[4] Альтернативой служит обеспечение автоматизированной обработки информации на стороне экспертов с последующей пересылкой рабочей группе результатов такой обработки.

[5] Данный вектор по сути представляет собой индивидуальный вектор весовых коэффициентов атрибутов ОЭ и отражает мнение *k*-го эксперта о значимости этих атрибутов.

[6] Т. е. сумма элементов вектора не равна единице.

считать более подходящим, если рабочей группе известна информация о компетентности экспертов, а указанный его недостаток достаточно легко устраним, если выполнить нормирование вектора, получаемого по формуле (5), т. е. использовать следующий вариант расчета ГВВК:

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n),$$

$$\omega_i = \frac{\sum\limits_{k=1}^{m} \alpha_{ki} \widehat{w}_{ki} \Big/ \sum\limits_{k=1}^{m} \alpha_{ki}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\sum\limits_{k=1}^{m} \alpha_{ki} \widehat{w}_{ki} \Big/ \sum\limits_{k=1}^{m} \alpha_{ki} \right)},$$

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1.$$

Предварительная обработка МПС, имеющих неудовлетворительный уровень внутренней согласованности. В том случае, если среди МПС, отражающих мнения отдельных экспертов и подлежащих комплексированию, есть матрицы, имеющие неудовлетворительный уровень внутренней согласованности, то перед тем как переходить к этапу их комплексирования, необходимо выполнить корректировку всех несогласованных матриц, проведя операцию их идеализации, подробно рассмотренную в [12].

Предположим, что МПС $\mathbf{A}_k$, отражающая мнение k-го эксперта, имеет недостаточно высокую внутреннюю согласованность. Тогда требуется построить на ее основе набор идеально согласованных матриц $\widetilde{\mathbf{A}}_{k1}, \widetilde{\mathbf{A}}_{k2}, \ldots, \widetilde{\mathbf{A}}_{kn}$, а затем, применив к ним операции умножения и возведения в степень по Адамару[7], сформировать идеально согласованную матрицу $\mathbf{A}_k^*$:

$$\mathbf{A}_k^* = \overset{\otimes \sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i}{\sqrt{\prod\limits_{i=1}^{n} \otimes \widetilde{\mathbf{A}}_{ki}^{\otimes \alpha_i}}} =$$

$$= \left(\widetilde{\mathbf{A}}_{k1}^{\otimes \alpha_1} \otimes \widetilde{\mathbf{A}}_{k2}^{\otimes \alpha_2} \otimes ... \otimes \widetilde{\mathbf{A}}_{kn}^{\otimes \alpha_n} \right)^{\otimes 1 \Big/ \sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i}. \qquad (6)$$

Затем для матрицы (6) вычисляется ее ГСВ:

$$\mathbf{w}\left(\mathbf{A}_k^*\right) = \left(w_{k1}^*, w_{k2}^*, ..., w_{kn}^*\right); \; w_{ki}^* = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{kij}^*}.$$

Матрица (6) идентична исходной матрице $\mathbf{A}_k$ в смысле передачи мнения k-го эксперта, поскольку, как было показано в [12], их ГСВ полностью совпадают. Таким образом, матрица (6) с точки зрения отражения мнения k-го эксперта – это полный аналог матрицы $\mathbf{A}_k$, но при этом избавлена от внутренней несогласованности последней, делавшей некорректным ее использование на этапе комплексирования мнений разных экспертов.

Способ 2. Комплексирование мнений экспертов на уровне внутренне согласованных МПС. Данный способ предлагает реализовывать комплексирование экспертных мнений непосредственно на уровне МПС, а не соответствующих им НГСВ, как это делается в способе 1. Если исходные МПС, сформированные экспертами, имеют недостаточную внутреннюю согласованность, то предварительно осуществляется их корректировка путем перехода к идеально согласованной МПС, как рассмотрено выше. Таким образом, все рассматриваемые в рамках данного способа МПС либо исходно имеют удовлетворительный уровень внутренней согласованности, либо приведены к состоянию идеальной согласованности в результате их специальной корректировки.

Для всех экспертов формируются матрицы перекрестной компетентности

$$\mathbf{Q}_k = \left\{q_{kij}\right\}_{n \times n}; \; q_{kij} \in [0;1]; \; k = \overline{1,m}; \\ \forall k,i,j : q_{kij} = q_{kji}; \; q_{kii} = \alpha_{ki}, \qquad (7)$$

элементы каждой из которых представляют собой оценки перекрестной компетентности k-го эксперта при выполнении им сравнительного анализа i-го и j-го атрибутов ОЭ.

Расчет недиагональных элементов матрицы (8) строится на использовании элементов вектора (1) и может реализовываться различным образом – например, исходя из принципа аддитивного

$$q_{kij} = \left(\alpha_i + \alpha_j\right)/2$$

или мультипликативного усреднения

$$q_{kij} = \sqrt{\alpha_i \alpha_j}.$$

Таким образом, каждому эксперту будет соответствовать следующая пара матриц: во-первых, отражающая его мнение МПС[8] $\mathbf{A}_k^*$, и, во-вторых, матрица перекрестной компетентности $\mathbf{Q}_k$. Тогда

[7] Эти операции представляют собой некоторый аналог почленного вычисления средневзвешенного геометрического элементов построенных МПС.

[8] Как минимум обладающая удовлетворительным уровнем внутренней согласованности.

можно перейти к комплексированию мнений всех экспертов на уровне МПС, чтобы получить групповую МПС:

$$\mathbf{G} = \overset{\otimes\sum_{k=1}^{m}\mathbf{Q}_k}{\sqrt{\prod_{k=1}^{m}\otimes\mathbf{A}_k^{*\otimes\mathbf{Q}_k}}} =$$

$$= \left(\mathbf{A}_1^{*\otimes\mathbf{Q}_1}\otimes\mathbf{A}_2^{*\otimes\mathbf{Q}_2}\otimes\ldots\otimes\mathbf{A}_m^{*\otimes\mathbf{Q}_m}\right)^{\otimes 1/\sum_{k=1}^{m}\mathbf{Q}_k}. \quad (8)$$

Выражение (8) использует то свойство, что результатом возведения матрицы $\mathbf{X}$ размером $n \times m$ в степень по Адамару, когда показатель степени есть матрица $\mathbf{Y}$ размером $n \times m$, является матрица $\mathbf{Z} = \mathbf{X}^{\otimes\mathbf{Y}}$ также размером $n \times m$, элементы которой определятся как $z_{ij} = x_{ij}^{y_{ij}}$. Соответственно, элементы матрицы (9) могут быть найдены следующим образом:

$$g_{ij} = \overset{\sum_{k=1}^{m} q_{kij}}{\sqrt{\prod_{k=1}^{m}\left(a_{kij}^{*}\right)^{q_{kij}}}},\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,n}.$$

Групповая МПС (8) обладает, в частности, следующими свойствами:

– отражает обобщенное мнение всех экспертов группы, сформированное с учетом перекрестной компетентности каждого из экспертов по каждой паре атрибутов ОЭ;

– сохраняет размерность, заданную мощностью множества C;

– обратно симметрична, т. е. $g_{ji} = 1/g_{ij}$.

Применив (2) и (3) к матрице (8), можно найти ГСВ и НГСВ групповой МПС:

$$\mathbf{w}(\mathbf{G}) = \left(w_1, w_2, \ldots, w_n\right);\ w_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} g_{ij}};$$
$$\widehat{\mathbf{w}}(\mathbf{G}) = \left(\widehat{w}_1, \widehat{w}_2, \ldots, \widehat{w}_n\right); \quad (9)$$
$$\widehat{w}_i = w_i \Big/ \sum_{j=1}^{n} w_j;\ \sum_{i=1}^{n}\widehat{w}_i = 1.$$

Как легко увидеть, вектор (9) представляет собой конечный результат комплексирования мнений группы экспертов, т. е. искомый ГВВК атрибутов ОЭ, элементы которого – групповые количественные оценки степени значимости элементов множества C.

Способ 3. Комплексирование мнений экспертов на уровне ненормированных главных собственных векторов МПС. Данный способ концептуально подобен способу 2, но само комплексирование предлагается проводить на уровне не МПС, а соответствующих им ГСВ[9], т. е. каждому эксперту будут поставлены в соответствие вектор его компетентности (1) и вектор его оценок значимости атрибутов ОЭ (2). Также следует принять во внимание, что поскольку элементы МПС соответствуют значениям вербально-семантической шкалы отношений, то более целесообразным будет использование принципа мультипликативного усреднения при проведении комплексирования.

Введем в рассмотрение адамарову степень вектора. Пусть имеется два одноразмерных вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, все элементы которых положительны. Адамаровой степенью вектора $\mathbf{x}$, возведенного в степень, показателем которой служит вектор $\mathbf{y}$, станет вектор $\mathbf{x}^{\otimes\mathbf{y}}$, компоненты которого определяются как $x_i^{y_i}$.

Тогда для каждого эксперта можно определить взвешенный индивидуальный вектор значимости атрибутов ОЭ, который особым образом объединяет векторы (1) и (2) соответствующего k-го эксперта:

$$\mathbf{u}_k = \left(\mathbf{w}\left(\mathbf{A}_k\right)\right)^{\otimes\boldsymbol{\alpha}_k} = \left(w_{k1}^{\alpha_{k1}}, w_{k2}^{\alpha_{k2}}, \ldots, w_{kn}^{\alpha_{kn}}\right),$$
$$u_{ki} = w_{ki}^{\alpha_{ki}},\ k=\overline{1,m}. \quad (10)$$

Далее можно рассмотреть два разных варианта реализации комплексирования мнений экспертов путем сворачивания векторов (10), основное отличие которых друг от друга состоит в последовательности применения вычислительных операций.

Вариант I. Свертка проводится на последнем шаге.

Шаг 1. Предварительное преобразование (вертикальная обработка) вектора (10).

Для каждого k-го эксперта формируется вектор

$$\mathbf{u}'_k = \mathbf{u}_k^{\otimes\left(1/\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ki}\right)} = \sum_{i=1}^{n}\alpha_{ki}\sqrt{\mathbf{u}_k};\ k=\overline{1,n}, \quad (11)$$

который представляет собой вектор (10), где сделан переход к относительным коэффициентам компетентности эксперта по различным атрибутам ОЭ.

[9] Следует отметить, что, как уже отмечалось, корректировка МПС с целью повышения внутренней согласованности не оказывает влияния на ГСВ, поэтому не имеет смысла оговаривать, к каким именно МПС применяется данный способ – к исходным или прошедшим процедуру корректировки.

Шаг 2. Горизонтальное сворачивание всех векторов (11):

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{I}} = \sqrt[m]{\prod_{k=1}^{m} \otimes \mathbf{u}'_k}.$$

Достаточно очевидным недостатком варианта I можно назвать то, что для одного и того же исходного ненормированного ГСВ $\mathbf{w}(\mathbf{A}_k)$ и двух разных, но кратных, векторов компетентности $\boldsymbol{\alpha}_k$ и $\boldsymbol{\alpha}'_k = l\boldsymbol{\alpha}_k$, где l – некоторая константа, получим, что векторы (10) различны, а векторы (11) – одинаковы. Т. е. этот вариант комплексирования экспертных мнений не дает преимущества более компетентному эксперту, что ставит под сомнение целесообразность его применения в групповой экспертизе с дифференцированной компетентностью экспертов.

Вариант II. Свертка проводится на первом шаге.

Шаг 1. Получение адамарова произведения векторов (10):

$$\boldsymbol{\upsilon} = \sqrt[m]{\prod_{k=1}^{m} \otimes \mathbf{u}_k}.$$

Шаг 2. Вычисление векторов аддитивной и средней компетентности экспертной группы:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{k=1}^{m} \boldsymbol{\alpha}_k = (\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n),$$

$$\sigma_j = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{kj}, \quad j = 1, 2, ..., n;$$

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\sigma}/m = (\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n),$$

$$\mu_j = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{kj} \Big/ m, \quad j = 1, 2, ..., n.$$

Шаг 3. Получение ненормированного ГВВК:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{II}} = \boldsymbol{\upsilon}^{\otimes(1/\boldsymbol{\mu})} = \sqrt[\boldsymbol{\mu}]{\boldsymbol{\upsilon}} \qquad (12)$$

Нормирование вектора (12) – задача тривиальная, однако при этом не следует забывать, что при нормировании теряется часть информации, которая впоследствии может оказаться необходимой для получения межгрупповых характеристик.

Заключение. В результате проведенного исследования разработан и обоснован подход к комплексированию мнений экспертов, учитывающий не только скалярную компетентность каждого эксперта, но и ее дифференциацию по отдельным атрибутам объекта экспертизы. Введенная векторная модель компетентности позволяет отразить тот факт, что один и тот же эксперт может обладать глубокими знаниями в одних аспектах и быть менее компетентным в других, что особенно актуально для комплексных экспертиз сложных систем.

Три разработанных способа комплексирования экспертных мнений различаются формой представления исходной информации. Первый способ, ориентированный на применение на уровне нормированных собственных векторов МПС, отличается простотой и может применяться при условии удовлетворительной внутренней согласованности индивидуальных МПС. Второй способ, ориентированный на применение на уровне МПС с использованием матриц перекрестной компетентности, обеспечивает наиболее полный учет компетентности на уровне каждой пары сравниваемых атрибутов, сохраняя ряд ключевых свойств результирующей МПС. Третий способ, ориентированный на применение на уровне ненормированных собственных векторов с использованием адамаровых степеней, имеет два варианта реализации, позволяющих варьировать порядок учета компетентности и весовых коэффициентов.

Все рассмотренные здесь способы комплексирования реализуют получение итогового группового вектора весовых коэффициентов значимости атрибутов ОЭ, который может быть использован для дальнейшего анализа ОЭ и принятия связанных с ним решений. Важная особенность предложенного подхода – возможность его реализации в рамках единой методической схемы с использованием стандартных процедур обработки матриц парных сравнений и гибких механизмов учета компетентности.

Представленные результаты вносят вклад в методологию группового экспертного оценивания и могут быть использованы в практических приложениях, требующих учета дифференцированной компетентности экспертов при формировании обоснованных групповых решений.

Дальнейшее развитие исследования может быть направлено:

– на исследование устойчивости результатов к вариациям исходных оценок компетентности;

– интеграцию предложенных процедур в итеративные схемы достижения консенсуса с возможностью корректировки коэффициентов компетентности по ходу экспертизы;

– разработку программного обеспечения, автоматизирующего процедуры комплексирования;

– расширение подхода для случая использования иерархической модели ОЭ.

Список литературы

1. Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. М.: Статистика, 1980. 263 с.

2. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987. 143 с.

3. Литвак Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений. М.: ПП «Патент», 1996. 271 с.

4. Коробов В. Б. Теория и практика экспертных методов / под ред. Б. И. Кочурова. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2021. 281 с.

5. Гузий А. Г., Лушкин А. М., Майорова Ю. А. Теория и практика экспертного анализа состояний сложных динамических систем. М.: ИД Академии Жуковского, 2015. 128 с.

6. Сидельников Ю. В. Системный анализ технологии экспертного прогнозирования. М.: Изд-во МАИ-Принт, 2007. 348 с.

7. Бурков Е. А, Падерно П. И. Методы группового экспертного оценивания / под общ. ред. проф. П. И. Падерно. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2025. 166 с.

8. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети / пер. с англ. д. т. н., проф. О. Н. Андрейчиковой. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 360 с.

9. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.

10. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем / пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.

11. Методология и проблематика экспертного оценивания. Ч. 1: способы повышения внутренней согласованности матрицы парных сравнений / Е. А. Бурков, П. И. Падерно, В. В. Розен, Е. А. Толкачева, Д. А. Черкасова // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 2. С. 40–50. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-2-40-50.

12. Бурков Е. А., Падерно П. И. Методология и проблематика экспертного оценивания. Ч. 2: обработка несогласованных матриц парных сравнений с применением векторной модели экспертной компетентности // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 4. С. 88–97. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-4-88-97.

Информация об авторах

Бурков Евгений Александрович – канд. техн. наук, доцент кафедры информационных систем и кафедры алгоритмической математики СПбГЭТУ.
E-mail: eaburkov@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8788-6470

Падерно Павел Иосифович – д-р техн. наук, профессор кафедры информационных систем СПбГЭТУ, заслуженный деятель науки РФ.
E-mail: pipaderno@list.ru
http://orcid.org/0000-0001-9032-5084

References

1. Beshelev S. D., Gurvich F. G. Matematiko-statisticheskie metody jekspertnyh ocenok. M.: Statistika, 1980. 263 s. (In Russ.).

2. Larichev O. I. Ob#ektivnye modeli i sub#ektivnye reshenija. M.: Nauka, 1987. 143 s. (In Russ.).

3. Litvak B. G. Jekspertnye ocenki i prinjatie reshenij. M.: PP «Patent», 1996. 271 s. (In Russ.).

4. Korobov V. B. Teorija i praktika jekspertnyh metodov / pod red. B. I. Kochurova. M.: NIC INFRA-M, 2021. 281 s. (In Russ.).

5. Guzij A. G., Lushkin A. M., Majorova Ju. A. Teorija i praktika jekspertnogo analiza sostojanij slozhnyh dinamicheskih sistem. M.: ID Akademii Zhukovskogo, 2015. 128 s. (In Russ.).

6. Sidel'nikov Ju. V. Sistemnyj analiz tehnologii jekspertnogo prognozirovanija. M.: Izd-vo MAI-Print, 2007. 348 s. (In Russ.).

7. Burkov E. A, Paderno P. I. Metody gruppovogo jekspertnogo ocenivanija / pod obshh. red. prof. P. I. Paderno. SPb.: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI», 2025. 166 s. (In Russ.).

8. Saati T. L. Prinjatie reshenij pri zavisimostjah i obratnyh svjazjah: analiticheskie seti / per. s angl. d. t. n., prof. O. N. Andrejchikovoj. M.: Izd-vo LKI, 2008. 360 s. (In Russ.).

9. Saati T. Prinjatie reshenij. Metod analiza ierarhij / per. s angl. R. G. Vachnadze. M.: Radio i svjaz', 1993. 320 s. (In Russ.).

10. Saati T., Kerns K. Analiticheskoe planirovanie. Organizacija sistem / per. s angl. R. G. Vachnadze. M.: Radio i svjaz', 1991. 224 s. (In Russ.).

11. Metodologija i problematika jekspertnogo ocenivanija. Ch. 1: sposoby povyshenija vnutrennej soglasovannosti matricy parnyh sravnenij / E. A. Burkov, P. I. Paderno, V. V. Rozen, E. A. Tolkacheva, D. A. Cherkasova // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2026. T. 19, № 2. S. 40–50. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-2-40-50. (In Russ.).

12. Burkov E. A., Paderno P. I. Metodologija i problematika jekspertnogo ocenivanija. Ch. 2: obrabotka nesoglasovannyh matric parnyh sravnenij s primeneniem vektornoj modeli jekspertnoj kompetentnosti // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2026. T. 19, № 4. S. 88–97. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-4-88-97. (In Russ.).

Information about the authors

Evgeniy A. Burkov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Information Systems and the Department of Algorithmic Mathematics, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: eaburkov@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8788-6470

Pavel I. Paderno – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Information Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University, Honored Scientist of the Russian Federation.
E-mail: pipaderno@list.ru
http://orcid.org/0000-0001-9032-5084

Статья поступила в редакцию 07.04.2026; принята к публикации после рецензирования 19.05.2026; опубликована онлайн 23.10.2026.

Submitted 07.04.2026; accepted 19.05.2026; published online 23.10.2026.