

T. L. Kachanova, B. F. Fomin  
Saint Petersburg Electrotechnical University

## INTRA-SYSTEM INTERACTIONS BASED ON THE MODEL «SWITCHING» (ACTUALIZATION)

*Intra-system two-particle interactions between the system's own qualities according to the switching model occur under conditions of non-equilibrium constraints and metastability. The types and forms of interactions corresponding to the complete switching model are considered. These are: interaction when the model participants are extremely complete and incomplete; interaction when a single participant is blocked and a one-part interaction is implemented; three-part interaction according to the joining model; interaction that forms a consistent variability of all model values based on global (local) mechanisms that are directly controlled by the parameters of the pseudo-switching model. The main mechanism of interaction on switching is described, which explains the change in the «jump» level of the value of a special vertex of one participant while maintaining the level of the value of another participant. It is shown that the difference between the main types of switching interaction is insignificant in cases of blocking one of the model participants and the associated decay of the two-particle interaction.*

**Open systems, physics of open systems, intrinsic qualities of systems, models of two-particle interactions, switching interaction, types and forms of switching interaction**

---

УДК 004+37.04

И. С. Никифоров  
Компания «Би.Си.Си» (Санкт-Петербург)

П. И. Падерно  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Выбор обучающих технологий с учетом расхода ресурсов и личностных особенностей обучаемых

*Рассмотрен комплекс вопросов, связанных со сравнением и выбором обучающих технологий, направленных на совершенствование некоторой характеристики. Проведен анализ возможных случаев зависимости расходов ресурса от времени обучения, числа обучающихся и др. Предложен критерий сравнительной оценки технологий, связывающий расход ресурса с интенсивностью изменения значений характеристики при использовании конкретной обучающей технологии. Рассмотрены два типа задач выбора технологий обучения для случаев, когда задано значение характеристики, которое должно быть достигнуто без ограничений по времени и с ограничениями по времени. Проведено решение задач выбора обучающих технологий для этих типов задач, с целью минимального расхода ресурса для экспоненциального или гиперболического (общего вида) закона изменения характеристики. Получен комплекс соотношений (аналитических зависимостей), позволяющих выбрать оптимальные технологии как для одной технологии, так и для двух последовательно выполняемых технологий. Проведенный комплекс исследований и разработанная методика (подход) являются методической основой для решения широкого класса задач оптимизации процесса обучения. Приведенные аналитические зависимости могут быть положены в основу разработки комплекса программно-информационных средств, реализующих информационную и процедурную поддержку выбора образовательных технологий, обеспечивающих минимальный расход ресурса при решении задач совершенствования характеристики в конкретных условиях (ограничениях). При этом процесс поиска оптимальных обучающих технологий может быть достаточно просто алгоритмизирован. Полученные результаты являются важным шагом в разработке системы интеллектуальной поддержки решения оптимальных задач, связанных с выбором необходимых технологий обучения, в зависимости от индивидуальных особенностей обучаемого и сформулированных задач обучения.*

**Обучающие технологии, интенсивности, ресурсы, критерии, задачи, ограничения, аналитические выражения, оптимальный выбор**

В настоящее время в связи с цифровизацией практически всех областей экономики и ее про- никовением в социальные сферы [1] встает вопрос о поддержке управления траекторией специ-

алиста, в том числе профориентацией и профотбором (оценкой профпригодности [2]–[5]. Кроме того, специалистов необходимо поддерживать при обучении. Однако при достаточно большом числе работ, посвященных различным аспектам автоматизации управления образовательным процессом – от проектирования и внедрения [6] до поддержки в процессе эксплуатации [7]–[10] – только немногие из них учитывают личностные особенности обучаемых [11]. Недостаточное количество подобных исследований в области автоматизации связано с практическим отсутствием достаточно адекватных общепринятых математических моделей, отражающих личностные особенности обучаемых, а также их влияние на эффективность процесса обучения [12], [13]. Ввиду того, что развитие современных информационных технологий позволяет решать весьма широкий круг задач, связанных с управлением обучением, встает вопрос о создании математических моделей для поддержки процессов принятия решений на всех этапах обучения [14], [15]. Это могут быть модели, касающиеся выбора направления обучения, образовательных технологий, управляющих воздействий в процессе обучения и др. [12], [15]–[18]. В ряде случаев эти вопросы решаются на государственном уровне (программы подготовки, типовые учебные планы), но зачастую они возникают и перед организациями (переподготовка сотрудников) или самими обучаемыми (совершенствование, изучение смежных областей). При этом в силу ограниченности ресурсов выбор обучающей технологии реализуют с учетом имеющихся ресурсов и возможных ограничений, связанных, например, со временем обучения.

Для автоматизации решения большинства задач управления процессом обучения целесообразно построить систему информационной и процедурной (интеллектуальной) поддержки [2], [5], [17], базирующуюся не только на возможностях информационных технологий, но и на математических моделях, отражающих личностные особенности обучаемых и опирающихся на имеющуюся информацию [4], [17]. Реализация такой системы в рамках цифровой платформы управления человеческим капиталом в значительной степени упростит не только решение подобных задач, но и использование при их решении адекватной информации об обучаемых.

В настоящей статье рассмотрено решение некоторых оптимальных задач, связанных с обоснованием выбора обучающих технологий, учиты-

вающих расходы ресурсов, личностные особенности обучаемых и ограничения, связанные со спецификой процесса обучения.

**Свойства обучающих технологий (простейшие случаи). Модели расхода ресурсов.** По расходу ресурсов обучающие технологии можно разделить на следующие типы:

1. Расход ресурса пропорционален времени использования (речь может идти и о векторном ресурсе).

2. Оплата только приобретения (единовременный расход ресурса).

3. Оплата приобретения (единовременный расход ресурса) и пропорциональный расход ресурса в процессе использования технологии.

4. Оплата приобретения (единовременный расход ресурса) и пропорциональный расход ресурса в процессе использования технологии (может быть и пропорциональность, векторность и др.).

Далее будем рассматривать совершенствование только одной характеристики в процессе использования обучающей технологии.

**Общие модели изменения характеристики.** В [18] было показано, что при достаточно простых условиях, которым должна удовлетворять функция изменения (совершенствования) характеристики: неотрицательность, монотонное возрастание, начальное значение ( $A_{\text{нач}}$ ), ограниченность ( $A_{\text{max}}$ ) и наличие горизонтальной асимптоты, выпуклость вверх начиная с некоторого места и др., ее изменение достаточно адекватно описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial y(t)}{\partial t} = \lambda [A_{\text{max}} - y(t)]^k.$$

При этом значение параметра  $k$  отражает тип нервной деятельности обучаемого: холерик, сангвиник, меланхолик, флегматик, а значение параметра  $\lambda$  – его индивидуальные особенности, связанные со способностью к освоению конкретного вида деятельности (интенсивность изменения характеристики).

Значение параметра  $k$  должно быть не меньше 1 ( $k \geq 1$ ).

Были получены решения этого уравнения для различных значений параметра  $k$ .

$$\text{Для } k = 1 \quad y(t) = A_{\text{max}} - (A_{\text{max}} - A_{\text{нач}})e^{-\lambda t}, \text{ для}$$

$$k > 1 \quad y(t) = A_{\text{max}} - \frac{A_{\text{max}} - A_{\text{нач}}}{k-1 \sqrt[1+(k-1)\lambda t (A_{\text{max}} - A_{\text{нач}})^{k-1}]}$$

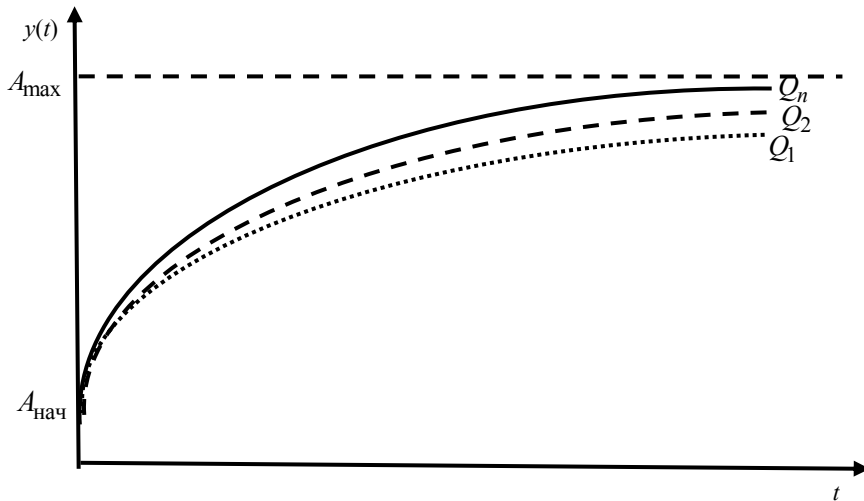


Рис. 1

**Технологии подготовки.** Введем в рассмотрение технологии подготовки  $Q_i(u_i, r_i(t))$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  с соответствующими параметрами:  $u_i$  – коэффициент, отражающий влияние технологии подготовки  $Q_i(u_i, r_i(t))$  на интенсивность изменения характеристики  $\lambda$ , т. е. выполняется соотношение  $u_i \lambda = \lambda_i$  – интенсивность изменения характеристики при использовании технологии  $Q_i(u_i, r_i(t))$ ,  $r_i(t)$  – функция, отражающая расход ресурса при обучении по данной технологии. Будем полагать, что технологии  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  упорядочены по интенсивности обучения  $Q_1 < Q_2 < \dots < Q_n$ , т. е. выполняются соотношения  $u_1 < u_2 < \dots < u_n$  или, что то же самое,  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$ . На рис. 1 показано изменение характеристики при использовании технологий.

Таким образом, если для совершенствования характеристики используется технология  $Q_i$ , то изменение значений, в соответствии с результатами, приведенными в [18], происходит по одному из следующих законов в зависимости от личностных особенностей обучаемого:

для  $k = 1$

$$y_i(t) = A_{\max} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})e^{-u_i \lambda t} = A_{\max} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})e^{-\lambda_i t}; \quad (1)$$

для  $k > 1$

$$y_i(t) = A_{\max} - \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{k \sqrt[k]{1 + (k-1)u_i \lambda t (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{k-1}}} = A_{\max} - \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{k \sqrt[k]{1 + (k-1)\lambda_i t (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{k-1}}}. \quad (2)$$

**Постановки задач.** Наиболее просты следующие постановки задач, связанные с выбором обучающей технологии (технологий) для совершенствования некоторой характеристики  $y_i(t)$ :

1. Выбор обучающей технологии (технологий), минимизирующей расход ресурса, необходимый для достижения исследуемой характеристикой заданного значения  $A_{\text{зад}}$ .

2. Выбор обучающей технологии (технологий), минимизирующей расход ресурса, необходимый для достижения исследуемой характеристикой заданного значения  $A_{\text{зад}}$  за время  $T$ .

**Выбор из обучающих технологий с первым типом расхода ресурса.** Полагаем, что расход ресурса прямо пропорционален времени и равен  $r_i(t) = r_i t$ .

Подход к выбору технологии:

1. *Задача без ограничений. Критерий выбора.* Задано некоторое значение характеристики  $A_{\text{зад}}$ , которое должно быть достигнуто претендентом с использованием некоторой технологии подготовки.

Для достижения значения  $A_{\text{зад}}$  с использованием технологии  $Q_i(u_i, r_i)$  обучаемому требуется некоторое время, формулы для вычисления которого [18] приведены ниже:

для  $k = 1$

$$t_i = \frac{1}{u_i \lambda} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) = \frac{1}{\lambda_i} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right); \quad (3)$$

для  $k > 1$

$$t_i(A_{\text{зад}}) = \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{u_i \lambda (k-1)} = \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{\lambda_i (k-1)}. \quad (4)$$

Тогда для достижения заданного значения характеристики  $A_{зад}$  придется израсходовать следующий ресурс:

$$r_i(A_{зад}) = r_i t_i = \frac{r_i}{\lambda_i} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) = \frac{r_i}{u_i \lambda} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) \quad (5)$$

для  $k = 1$ ;

$$r_i(A_{зад}) = \frac{r_i}{\lambda_i} \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{(k-1)} = \frac{r_i}{u_i \lambda} \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{(k-1)} \quad (6)$$

для  $k > 1$ .

Из правых частей выражений (5) и (6) очевидно, что в случае, когда речь идет просто о совершенствовании одной из характеристик (без ограничений по времени), следует выбирать технологию подготовки, для которой соотношение  $r_i/u_i$  минимально, так как для достижения заданного значения характеристики  $A_{зад}$  будет истрачен наименьший ресурс.

Таким образом, в качестве одного из критериев выбора обучающей технологии следует использовать отношение  $r_i/u_i$ , которое можно интерпретировать как среднюю оплату единицы повышения (увеличения) интенсивности развития (совершенствования) характеристики.

2. *Задача с ограничением по времени (минимизация ресурса)*. Необходимо выбрать (определить) обучающую технологию (несколько техно-

логий), обеспечивающую достижение значения  $A_{зад}$  за фиксированное время  $T$  с минимальным расходом ресурса.

*Методика решения.* Не умаляя общности, будем предполагать, что эти значения упорядочены строго по убыванию, т. е. справедливы соотношения  $t_1 > t_2 > \dots > t_n$ . Это предположение равнозначно предположению о строго упорядоченном наборе соотношений  $u_1 < u_2 < \dots < u_n$  или, что то же самое,  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$ . Действительно, если выполняется хотя бы одно равенство, то одна из обучающих технологий может быть сразу отвергнута по критерию  $r_i/u_i$ , так как в части скорости обучения они идентичны.

*Замечание.* При этом должны выполняться соотношения  $r_1/u_1 \leq r_2/u_2 \leq \dots \leq r_n/u_n$ . Невыполнение этого неравенства для какой-либо пары, например  $r_i/u_i > r_{i+1}/u_{i+1}$ , означает, что технология  $Q_i(u_i, r_i)$  более «слабовлияющая» ( $u_i < u_{i+1}$ ) и менее выгодная ( $r_i/u_i > r_{i+1}/u_{i+1}$ ), чем технология  $Q_{i+1}(u_{i+1}, r_{i+1})$ , т. е. технологию  $Q_i(u_i, r_i)$  можно сразу исключить из рассмотрения в нашей конкретной задаче.

*Предварительное разбиение.* Разобьем все множество обучающих технологий  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  на подмножества  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1}$  и  $Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_n$ , сформированные на основе соотношения  $i = \min(t_{j-1} > T \geq t_j)$ . Использование технологии

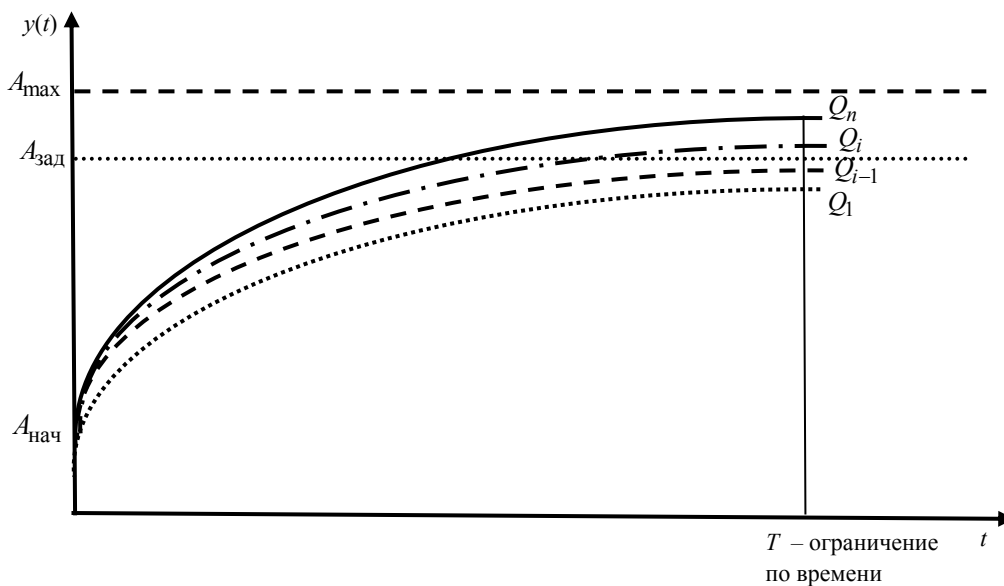


Рис. 2

из множества  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1}$  не обеспечивает достижения значения  $A_{зад}$  за время, не превышающее  $T$ , в то время как использование технологии из множества  $Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_n$  позволяет достичь  $A_{зад}$  за время, не превышающее  $T$ . Траектория изменения характеристики при использовании обучающих технологий из множеств  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1}$  и  $Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_n$  представлена на рис. 2.

2.1. Выбор *одной* обучающей технологии. Если *досрочное* достижение значения  $A_{зад}$  за время  $t(A_{зад})$  не является нарушением, а также не влечет за собой дополнительных расходов ресурсов в виде оплаты времени до наступления момента  $T$  ( $T-t(A_{зад})$ ), то следует выбрать технологию  $Q_i$ , так как для этой технологии соотношение  $r_i/u_i$  минимально. Выбранная технология обеспечит достижение заданного значения  $A_{зад}$  не более, чем за заданное время  $T$ , с минимальным расходом ресурсов.

*Замечание.* Если таких технологий несколько, то для выбора одной из них следует вводить дополнительные критерии или ограничения.

2.2. Выбор *нескольких* технологий. Очевидно, что использование произвольной пары технологий  $Q_j(u_j, r_j)$   $j < i$  и  $Q_m(u_m, r_m)$   $m \geq i$  может обеспечить достижение значения  $A_{зад}$  за время  $T$  в случае их рационального использования в течение определенных промежутков времени.

Таким образом, возникает вопрос о времени, в течение которого должна использоваться каждая из технологий для получения удовлетворительного результата, или, что то же самое, о зна-

чении  $A_{jm}$ , до достижения которого используется технология  $Q_j(u_j, r_j)$   $j < i$ , а после достижения – технология  $Q_m(u_m, r_m)$   $m \geq i$ . Обозначим соответствующие интервалы времени как  $t_{jm}$  и  $T-t_{jm}$ . На рис. 3 проиллюстрирован пример изменения характеристики при последовательном использовании двух технологий.

Рассмотрим решение задачи определения использования двух технологий из соображений минимальной стоимости (расхода ресурса).

Случай 1:  $k = 1$ . В этом случае имеет место экспоненциальная зависимость (1). Тогда из (3) можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} t_{jm} &= \frac{1}{\lambda_j} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{jm}} \right); \\ T - t_{jm} &= \frac{1}{\lambda_k} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{jm}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) получаем уравнение

$$\frac{1}{\lambda_j} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{jm}} \right) + \frac{1}{\lambda_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{jm}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) = T. \quad (8)$$

Найдем значение  $A_{jm}$ , являющееся решением уравнения (8). Перепишем (8) в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\lambda_j} \ln(A_{\max} - A_{jm}) + \frac{1}{\lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{jm}) &= \\ = T + \frac{1}{\lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{зад}}) - \frac{1}{\lambda_j} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}). \end{aligned} \quad (9)$$

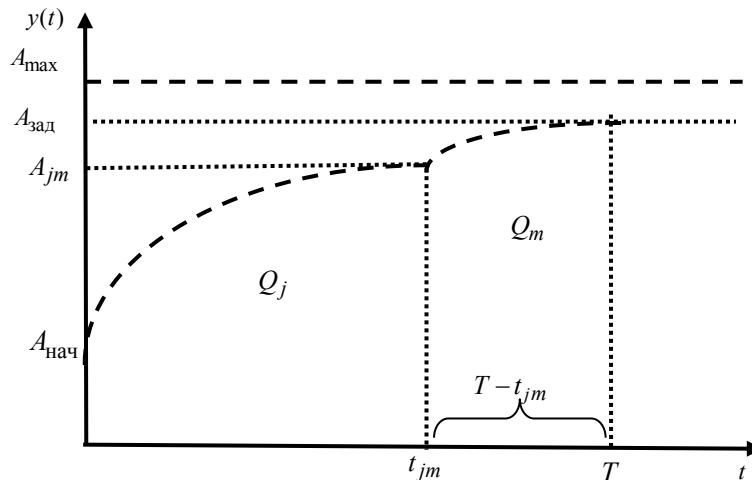


Рис. 3

Из соотношения (9) получаем

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_j - \lambda_m}{\lambda_j \lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{jm}) = \\ & = T + \frac{1}{\lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{зад}}) - \frac{1}{\lambda_j} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}); \\ \ln(A_{\max} - A_{jm}) & = \frac{\lambda_j \lambda_m}{\lambda_j - \lambda_m} T + \frac{\lambda_j}{\lambda_j - \lambda_m} \ln(A_{\max} - \\ & - A_{\text{зад}}) - \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}); \\ A_{jm} & = A_{\max} - \exp \left[ \frac{\lambda_j \lambda_m}{\lambda_j - \lambda_m} T + \frac{\lambda_j}{\lambda_j - \lambda_m} \ln(A_{\max} - \right. \\ & \left. - A_{\text{зад}}) - \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

*Замечание.* Последнее уравнение из (10) с учетом соотношения  $\lambda_i = u_i \lambda$  можно переписать в виде

$$\begin{aligned} A_{jm} & = A_{\max} - \exp \left[ \frac{u_j u_m}{u_j - u_m} \lambda T + \frac{u_j}{u_j - u_m} \ln(A_{\max} - \right. \\ & \left. - A_{\text{зад}}) - \frac{u_m}{u_j - u_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}) \right]. \end{aligned}$$

Определим расход ресурса, обусловленный использованием двух технологий.

Исходя из соотношений (5) и (8) ресурсоемкость использования рассматриваемых технологий можно найти по следующей формуле:

$$\begin{aligned} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) & = \frac{r_j}{\lambda_j} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{jm}} \right) + \\ & + \frac{r_m}{\lambda_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{jm}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) = \\ & = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{r_j}{u_j} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{jm}} \right) + \frac{r_m}{u_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{jm}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

Преобразуя (11), получаем

$$\begin{aligned} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) & = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{r_j}{u_j} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}) - \right. \\ & \left. - \frac{r_m}{u_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{зад}}) + \left( \frac{r_m}{u_m} - \frac{r_j}{u_j} \right) \ln(A_{\max} - A_{jm}) \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

Подставляя в правую часть выражения (12) значение для  $\ln(A_{\max} - A_{jm})$ , полученное во вто-

рой формуле из (10), и учитывая соотношение  $\lambda_i = u_i \lambda$ , получаем

$$\begin{aligned} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) & = \frac{1}{\lambda} \frac{r_j}{u_j} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}) - \\ & - \frac{1}{\lambda} \frac{r_m}{u_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{зад}}) + \\ & + \left( \frac{r_m}{u_m} - \frac{r_j}{u_j} \right) \left[ \frac{u_j u_m}{u_j - u_m} T + \frac{1}{\lambda} \frac{u_j}{u_j - u_m} \ln(A_{\max} - \right. \\ & \left. - A_{\text{зад}}) - \frac{1}{\lambda} \frac{u_m}{u_j - u_m} \ln(A_{\max} - A_{\text{нач}}) \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

Преобразуя (13), получаем

$$\begin{aligned} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) & = \frac{r_m u_j - r_j u_m}{u_j - u_m} T + \\ & + \frac{1}{\lambda} \frac{r_j - r_m}{u_j - u_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right). \quad (14) \end{aligned}$$

Таким образом, нахождение наилучших технологий  $Q_j(u_j, r_j)$ ,  $j < i$  и  $Q_m(u_m, r_m)$ ,  $m \geq i$ , позволяющих решить поставленную задачу достижения значения  $A_{\text{зад}}$  за время, равное  $T$ , сводится к минимизации правой части (14), т. е. к нахождению минимума функции  $R(j, m, A_{\text{зад}}, T)$  по номерам соответствующих технологий

$$\begin{aligned} \min_{j < i, m \geq i+1} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) & = \min_{j < i, m \geq i+1} \left\{ \frac{r_m u_j - r_j u_m}{u_j - u_m} T + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\lambda} \frac{r_j - r_m}{u_j - u_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{\text{нач}}}{A_{\max} - A_{\text{зад}}} \right) \right\}. \end{aligned}$$

*Замечания:* 1. Нахождение минимума функции  $R(j, m, A_{\text{зад}}, T)$  достаточно просто реализуется численно методом полного или усеченного перебора.

2. Значения  $j$  и  $m$ , минимизирующие функцию  $R(j, m, A_{\text{зад}}, T)$ , зависят также от заданного значения характеристики, которого необходимо достичь за ограниченное время  $T$  с наименьшим расходом ресурса.

3. Значение  $i$ , определяющее границу между множествами технологий, которые не могут  $(Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1})$  и которые могут  $(Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_n)$  обеспечить достижение заданного значения  $A_{\text{зад}}$  за время, не превышающее заданного времени  $T$ , также зависит от значений  $A_{\text{зад}}$  и  $T$ .

Случай 2:  $k > 1$ . Здесь наблюдается гиперболическая зависимость общего вида (2). Тогда из (4) по аналогии с (7) можно получить следующие соотношения:

$$t_{jm}(A_{jm}) = \frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{\lambda u_j (k-1)};$$

$$T - t_{jm} = \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{\lambda u_m (k-1)}. \quad (15)$$

Из (15) можно получить уравнение, аналогичное (8) для случая 1, когда значение параметра  $k$  больше 1 ( $k > 1$ )

$$\frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{\lambda u_j (k-1)} + \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{\lambda u_m (k-1)} = T. \quad (16)$$

Найдем значение  $A_{jm}$  – решение уравнения (16). Перепишем (16) в следующем виде:

$$\frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{\lambda u_j} - \frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{\lambda u_m} = T(k-1) + \frac{(A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{\lambda u_j} - \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k}}{\lambda u_m}. \quad (17)$$

Из (17) получаем

$$(A_{\max} - A_{jm})^{1-k} = \frac{1}{u_m - u_j} \left[ \lambda u_j u_m T(k-1) + u_m (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k} - u_j (A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} \right]. \quad (18)$$

Из (18) можно получить значение  $A_{jm}$ , являющееся решением уравнения (16), в явном виде

$$A_{jm} = A_{\max} - \left\{ \frac{1}{u_m - u_j} \left[ \lambda u_j u_m T(k-1) + u_m (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k} - u_j (A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} \right] \right\}^{k-1}.$$

Исходя из соотношений (6) и (16), ресурсоемкость использования рассматриваемых технологий  $Q_j(u_j, r_j)$ ,  $j < i$  и  $Q_m(u_m, r_m)$ ,  $m \geq i$ , позволяющих решить поставленную задачу достижения значения  $A_{\text{зад}}$  за время равное  $T$ , можно найти по следующей формуле:

$$R(j, m, A_{\text{зад}}, T) = \frac{r_j}{\lambda u_j} \frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{k-1} + \frac{r_m}{\lambda u_m} \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{k-1}. \quad (19)$$

Перепишем (19) в более удобном виде

$$R(j, m, A_{\text{зад}}, T) = \frac{1}{k-1} \left[ \left( \frac{r_j}{\lambda u_j} - \frac{r_m}{\lambda u_m} \right) \times \right. \\ \left. \times (A_{\max} - A_{jm})^{1-k} + \frac{r_m}{\lambda u_m} (A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - \frac{r_j}{\lambda u_j} (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k} \right].$$

Заменяя  $(A_{\max} - A_{jm})^{1-k}$  из (18), получаем

$$R(j, m, A_{\text{зад}}, T) = \frac{r_j}{\lambda u_j} \times \frac{(A_{\max} - A_{jm})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k}}{k-1} + \frac{r_m}{\lambda u_m} \frac{(A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{jm})^{1-k}}{k-1}. \quad (20)$$

Задача выбора (поиска) пары технологий  $Q_j(u_j, r_j)$ ,  $j < i$  и  $Q_m(u_m, r_m)$ ,  $m \geq i$ , решающих задачу достижения значения характеристики  $A_{\text{зад}}$  за время  $T$  с использованием наименьшего ресурса, сводится к минимизации правой части соотношения (20):

$$\min_{j < i, m \geq i+1} R(j, m, A_{\text{зад}}, T) = \min_{j < i, m \geq i+1} \left\{ \frac{r_j u_m - r_m u_j}{u_m - u_j} T - \frac{1}{\lambda} \frac{r_m - r_j}{(k-1)(u_m - u_j)} \times \right. \\ \left. \times \left[ (A_{\max} - A_{\text{нач}})^{1-k} - (A_{\max} - A_{\text{зад}})^{1-k} \right] \right\},$$

которая достаточно просто реализуется методом перебора.

*Замечание.* Значения  $j$  и  $m$ , минимизирующие функцию  $R(j, m, A_{\text{зад}}, T)$ , а также значение  $i$ , определяющее границу между множествами  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1}$  и  $Q_i, Q_{i+1}, \dots, Q_n$ , могут в меняться при изменении не только  $A_{\text{зад}}$ , но и  $T$ .

**Обучающие технологии второго типа.** Для обучающих технологий  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  второго типа ресурс расходуется только на приобретение технологии, т. е. известен возможный набор значений  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Как и в случае 1, будем полагать, что технологии  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  упорядочены по эффективности обучения  $Q_1 < Q_2 < \dots < Q_n$ , т. е. выполняются соотношения  $u_1 < u_2 < \dots < u_n$  или, что то же самое,  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$ . Очевидно, что должны выполняться следующие соотношения:  $R_1 < R_2 < \dots < R_n, R_1/u_1 \leq R_2/u_2 \leq \dots \leq R_n/u_n$ .

1. **Задача без ограничения по времени.** Для решения задачи без ограничения по времени, отпущенного на достижение заданного значения характеристики  $A_{зад}$ , достаточно взять технологию  $Q_1$ .

2. **Задача с ограничением по времени.** Для задачи с ограничением по времени  $T$ , отпущенного на достижение заданного значения характеристики  $A_{зад}$ , следует взять технологию  $Q_i$ , определяемую, как и в случае 1, как технология с минимальной стоимостью, и позволяющую достичь заданного значения характеристики за ограниченное время  $T$ .

*Замечание.* Ввиду того что обучающая технология приобретается для обучения не одного, а нескольких человек, то при оценке значений  $R_1, R_2, \dots, R_n$  следует первоначальное вложение ресурсов делить на число пользователей (потенциальных пользователей) данной технологии  $\hat{R}_i = R_i/k_i, i = 1, 2, \dots, n$ , где  $k_i$  – число пользователей технологии  $Q_i$ . Так как для различных технологий  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  возможно различное число пользователей, то соотношение  $\hat{R}_1/u_1 \leq \hat{R}_2/u_2 \leq \dots \leq \hat{R}_n/u_n$  может и не выполняться.

**Обучающие технологии третьего типа.** Для обучающих технологий  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  этого типа ресурс расходуется как единоразово – на приобретение технологии (лицензии по использованию), так и в процессе обучения (совершенствования характеристики) – прямо пропорционально времени.

Данный случай является некоторой комбинацией первого и второго случаев.

1. **Задача без ограничения по времени.** Для решения задачи без ограничения по времени, отпущенного на достижение заданного значения характеристики  $A_{зад}$ , следует выбрать технологию  $Q_1$  (технология с минимальной стоимостью с учетом пересчета ресурса на приобретение в соответствии с числом пользователей, использующих данную технологию).

2. **Задача с ограничением по времени.** Для решения задачи с ограничением по времени  $T$ , отпущенному на достижение заданного значения характеристики  $A_{зад}$ , повторяя все выкладки, можно получить формулы, аналогичные (14) и (20), включающие дополнительные слагаемые в виде приведенных ресурсов  $(\hat{R}_j, \hat{R}_m)$ .

Тогда задача выбора (поиска) пары технологий  $Q_j(u_j, r_j), j < i$  и  $Q_m(u_m, r_m), m \geq i$ , решающих задачу обеспечения достижения значения характеристики  $A_{зад}$  за время  $T$  с использованием наименьшего ресурса, сводится к минимизации следующих выражений:

для  $k = 1$  (экспоненциальная зависимость)

$$\begin{aligned} \min_{j < i, m \geq i+1} R(j, m, A_{зад}, T) &= \\ &= \min_{j < i, m \geq i+1} \left\{ \hat{R}_j + \hat{R}_m + \frac{r_m u_j - r_j u_m}{u_j - u_m} T + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda} \frac{r_j - r_m}{u_j - u_m} \ln \left( \frac{A_{\max} - A_{нач}}{A_{\max} - A_{зад}} \right) \right\}; \end{aligned}$$

для  $k > 1$  (обобщенная гиперболическая зависимость)

$$\begin{aligned} \min_{j < i, m \geq i+1} R(j, m, A_{зад}, T) &= \\ &= \min_{j < i, m \geq i+1} \left\{ \hat{R}_j + \hat{R}_m + \frac{r_m u_j - r_j u_m}{u_j - u_m} T - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda} \frac{r_m - r_j}{(k-1)(u_m - u_j)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ (A_{\max} - A_{нач})^{1-k} - (A_{\max} - A_{зад})^{1-k} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Искомые обучающие стратегии для каждого из рассмотренных случаев достаточно просто можно найти методом перебора.

**Обучающие технологии четвертого типа.** Для этих технологий ресурс расходуется как единоразово на приобретение, так и в процессе обучения (на использование). Причем расход на использование является нелинейной функцией от



времени  $r_j(t)$ . Решение задачи оптимального выбора обучающей технологии в значительной степени зависит не только от расхода на приобретение  $R_j$ , приведенного к числу обучаемых, использующих данную технологию ( $\hat{R}_j$ ), но и от особенностей нелинейности (скорости возрастания) функции  $r_j(t)$ . Если речь идет об обучении в течение заданного времени  $T$ , то выбирается технология, для которой значение расхода ресурса  $\hat{R}_j + r_j(T)$  будет минимальным. Для других постановок задачи оптимального выбора обучающих технологий ее решение существенно зависит от особенностей (скорости возрастания) функций  $r_j(t), j = 1, 2, \dots, n$ , которые могут быть различными для разных технологий, и на сегодняшний день не получено в аналитическом виде. В каждом конкретном случае эта задача должна решаться численно.

*Замечание.* При выборе той или иной обучающей технологии ни в одном из вышеперечисленных случаев не принимался во внимание тот факт, что в процессе обучения (использования некоторой технологии) у обучаемого могла измениться мотивация [16], [19].

#### Результаты.

Сформулированы задачи выбора оптимальных обучающих технологий при различных ограничениях и разных зависимостях расхода ресур-

сов. Предложен критерий сравнения технологий, зависящий от расхода ресурса и интенсивности изменения значений характеристики. Получен комплекс аналитических зависимостей, позволяющих значительно упростить решение задачи выбора обучающей технологии (обучающих технологий) и обеспечивающих наименьший расход ресурса.

Все полученные результаты в значительной степени учитывают индивидуальные особенности обучаемого, определяемые использованием различных аналитических моделей.

**Перспективы.** Использованный подход к решению задачи оптимального выбора обучающих технологий и полученные результаты являются методической основой для решения задач оптимизации процесса обучения. Полученные аналитические зависимости следует использовать при разработке информационно-программного комплекса (инструмента), обеспечивающего информационную и процедурную поддержку оптимального выбора образовательных технологий в конкретных условиях (при различных ограничениях). Проведенное исследование – необходимый этап процесса разработки системы интеллектуальной поддержки совершенствования специалистов в части обеспечения оптимального выбора обучающих технологий в зависимости от индивидуальных особенностей обучаемого и сформулированных задач (условий) обучения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кухарев Г. А., Казиева Н. М. Применение цифровой лицевой антропометрии // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2019. № 2. Р. 255–270.

1. Советов Б. Я., Цехановский В. В. Информационные технологии: теоретические основы. СПб.: Лань. 2017.

2. Никифоров И. С. Проблемы управления профессиональной траекторией // XXV Междунар. науч.-метод. конф. «Современное образование: содержание, технологии, качество.» (2019 г.). Сб. тр. С. 490–492. URL: <http://sto.etu.ru/2019/ru> (дата обращения 15.07.2020).

3. Назаренко Н. А., Никифоров И. С., Падерно П. И. Система информационной поддержки ранней профориентации: проблемы и перспективы // Материалы XVI Санкт-Петербургской междунар. конф. «Региональная информатика (РИ-2018)». СПб.: СПОИСУ, 2018. С. 356–359.

4. Никифоров И. С., Падерно П. И. Профессии, профессионально важные и личностные качества

(модели и взаимосвязи) // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2019. № 4. С. 64–69.

5. Гаврильева А. А., Никифоров И. С. Современные методы оценки персонала // XXV Междунар. науч.-метод. конф. «Современное образование: содержание, технологии, качество.». СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2019. С. 493–494.

6. Печников А. Н., Аванесова Т. П., Шиков А. Н. Альтернативные подходы к проектированию и внедрению компьютерных технологий обучения // Образовательные технологии и общество. 2013. Вып. 2. Т. 16. С. 433–446.

7. Имаев Д. Х., Котова Е. Е. Моделирование и имитация процессов обучения с разделением дидактических ресурсов. Динамический подход. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014.

8. Имаев Д. Х., Котова Е. Е. Дуальное управление процессом обучения // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. № 3. С. 64–69.

9. Котова Е. Е., Падерно П. И Экспресс-диагностика когнитивно-стилевого потенциала обучающихся в интегрированной образовательной среде // Образовательные технологии и общество. 2015. Т. 18, № 1. С. 561–576.
10. Печников Д. А. Модели управления процессом критериально-ориентированного тестирования при подготовке специалистов на флоте // Вестн. гос. ун-та морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. 2017. № 3. С. 663–673.
11. Котова Е. Е. Методика улучшения подготовки специалистов на основе учета их индивидуальных особенностей // Биотехносфера. 2015. № 2. С. 45–51.
12. Емельянов А. А., Математическое моделирование в психологических исследованиях // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. 2017. № 2 (60). С. 178–180.
13. Рыжов Б. Н. Системная структура личности // Системная психология и социология. 2017. № 23. С. 5–11.
14. Современные проблемы изучения личностных ресурсов в профессиональной деятельности / Т. Ю. Иванова, Д. А. Леонтьев, Е. Н. Осин, Е. И. Рассказова, Н. В. Кошелева // Организационная психология. 2018. Т. 8, № 1. С. 85–111.
15. Рыжов Б. Н. Системная психология. 2-е изд. М.: Издательские технологии, 2017.
16. Карпович Е. Б. Влияние индивидуальных особенностей на способность саморегулирования // Докл. Белорусского гос. ун-та информатики и радиоэлектроники. 2016. № 7. С. 386–389.
17. Назаренко Н. А., Никифоров И. С., Падерно П. И. Информационная поддержка ранней профориентации. Модель претендента. Паспорт // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2019. № 7. С. 50–56.
18. Никифоров И. С., Падерно П. И. Модели изменения характеристик (личностных качеств) // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2020. № 4. С. 64–69.
19. Никифоров И. С., Падерно П. И., Рац А. Я. Поддержка управления квалификацией. Мотивация и упорство. Модели // Изв. СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2020. № 5. С. 64–69.

I. S. Nikiforov

Company «Bi.Si.Si.» (Saint Petersburg)

P. J. Paderno

Saint Petersburg Electrotechnical University

## SELECTION OF TRAINING TECHNOLOGIES BASED ON RESOURCE CONSUMPTION AND PERSONAL CHARACTERISTICS OF STUDENTS

*A set of issues related to the comparison and selection of training technologies aimed at improving a certain characteristic is considered. The analysis of possible cases of resource expenditure depending on the time of training, the number of students, etc. A certain criterion for comparative evaluation of technologies is proposed, which relates resource consumption to the intensity of changes in the values of the characteristic when using a specific training technology. Two types of problems for choosing learning technologies are considered: for the case when a characteristic value is set that must be achieved without time constraints and with time constraints. The problems of choosing training technologies for these types of problems are solved in order to minimize resource consumption for cases of exponential or hyperbolic (General form) law of characteristic change. A set of relations (analytical dependencies) is obtained that allow choosing the optimal technologies for both one technology and two sequentially executed technologies. The research package and the developed methodology (approach) are the methodological basis for solving a wide class of problems of optimizing the learning process. These analytical dependencies can be used as the basis for developing a set of software and information tools that implement information and procedural support for the choice of educational technologies that ensure minimal resource consumption when solving problems of improving characteristics in specific conditions (restrictions). At the same time, the process of searching for optimal training technologies can be quite simply algorithmized. The results obtained are an important step in developing a system of intellectual support for solving optimal problems related to the choice of necessary training technologies, depending on the individual characteristics of the student and the formulated training tasks.*

**Educational technology, intensivities, resources, criteria, objectives, constraints, analytical expressions, the optimal choice**