

Синтез адаптивных робастных систем управления торможением измерительного колеса беспилотного измерителя коэффициента сцепления аэродромных покрытий

А. Р. Музалевский✉, З. Х. Нгуен, В. В. Путов, Е. В. Друян, В. Н. Шелудько

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия
✉ muzal2010@yandex.ru

Аннотация. Разработана нелинейная математическая модель динамики управляемого торможения измерительного колеса беспилотного измерителя коэффициента сцепления и синтезированы две системы адаптивного робастного управления с эталонной моделью в условиях неопределенности и действия внешних возмущений.

Первая система на базе адаптивного робастного управления с модифицированной эталонной моделью применяется для компенсации влияния неопределенности параметров бортовой электрической сети и неизвестных согласованных возмущений, описывающих влияние двигательной части, передаваемое посредством измеряемой поверхности.

Вторая система на базе адаптивного робастного управления в скользящих режимах с эталонной моделью используется для компенсации влияния вышеупомянутых факторов и неизвестных несогласованных возмущений, что позволяет поддерживать заданное значение скольжения в более широких пределах.

Для подтверждения эффективности разработанных систем проведено моделирование в программной среде MatLab/Simulink на численном примере синтеза нелинейной системы управления торможением измерительного колеса шестого порядка.

Ключевые слова: измеритель коэффициента сцепления, торможение измерительного колеса, модифицированные алгоритмы управления с эталонной моделью, модифицированная эталонная модель, управление в скользящих режимах, адаптивное робастное управление, нелинейные системы, неопределенность, моделирование

Для цитирования: Синтез адаптивных робастных систем управления торможением измерительного колеса беспилотного измерителя коэффициента сцепления аэродромных покрытий / А. Р. Музалевский, З. Х. Нгуен, В. В. Путов, Е. В. Друян, В. Н. Шелудько // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 7. С. 94–103. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-7-94-103.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Synthesis of Adaptive Robust Measuring Wheel Braking Control Systems for an Autonomous Runway Friction Coefficient Tester

A. R. Muzalevskii✉, D. K. Nguyen, V. V. Putov, E. V. Druian, V. N. Sheludko

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia
✉ muzal2010@yandex.ru

Abstract. The article develops a complete nonlinear mathematical model of the dynamics of controlled braking of the measuring wheel of an autonomous friction coefficient tester and synthesizes two adaptive robust control systems with a reference model under conditions of uncertainty and external disturbances.

The first approach, based on adaptive robust control with a modified reference model, is used to compensate for the effects of electric grid parameters uncertainty and unknown consistent disturbances, describing the effect of the motor part transmitted by means of the measured surface.

The second approach, based on adaptive robust control in sliding modes with a reference model, is used to compensate for the influence of the above-mentioned factors and unknown inconsistent disturbances, which makes it possible to maintain the set slip value within a wider range.

To confirm the effectiveness of the developed systems, modeling was performed in the MatLab/Simulink software environment using a numerical example of control synthesis for a sixth-order nonlinear measuring wheel braking control system.

Keywords: friction coefficient tester, measuring wheel braking, modified control algorithms with a reference model, modified reference model, control in sliding modes, adaptive robust control, nonlinear systems, uncertainty, modeling

For citation: Synthesis of Adaptive Robust Measuring Wheel Braking Control Systems for an Autonomous Runway Friction Coefficient Tester / A. R. Muzalevskii, D. K. Nguyen, V. V. Putov, E. V. Druian, V. N. Sheludko // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 7. P. 94–103. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-7-94-103.

Conflict of interests. The authors declare no conflicts of interests.

Введение. Все самолеты замедляются за счет взлетно-посадочных полос (ВПП), а недостаточное сцепление колес с полосой создает угрозу возникновения аварийных ситуаций или даже авиакатастроф из-за сниженного замедления при торможении или продольной управляемости. Осадки и загрязнения снижают коэффициент сцепления (КС), поэтому перед посадкой самолета необходимо оперативное измерение КС ВПП с помощью средств непрерывного измерения коэффициента сцепления по всей длине ВПП. По результатам измерений командно-диспетчерский пункт аэродрома разрешает или отклоняет посадку самолета.

Беспилотный измеритель коэффициента сцепления служит повышению частоты получения результатов и уменьшению простоя ВПП, а благодаря управляемому электромеханическому устройству торможения измерительного колеса позволяет формировать режимы торможения, приближенные к реальным режимам торможения воздушных судов, тем самым повышая точность измерений [1], [2].

Беспилотный измеритель КС с электрическим торможением измерительного колеса как объект управления имеет нелинейные характеристики и неопределенные параметры и подвержен внешним возмущениям. Для решения этой задачи может использоваться управление с использованием нейросетевых регуляторов [3], [4], адаптивное робастное управление с прогнозирующими моделями [5] и классический метод адаптивного управления с эталонной моделью бесколлекторным двигателем постоянного тока [6], [7].

В [8] описана адаптивная робастная система управления электромеханической трансмиссией гибридного автомобиля, решающая задачу распределения мощности между двигателем внутреннего сгорания и электрическим двигателем, включающая механизм скользящего режима.

В [9] предложен метод простого адаптивного управления, направленный на настройку параметров системы управления в реальном времени для повышения производительности и надежности. Основная идея метода заключается в использовании адаптации при оценке неопределенных параметров и динамики системы и последующей коррекции стратегии управления, что позволяет системе поддерживать эффективность при неопределенности и изменении параметров. Этот подход может быть не подходящим для систем с высокой степенью неопределенности. Для таких случаев можно рассмотреть статьи [10], [11], в которых представлен метод адаптивного управления с модифицированной эталонной моделью. Ключевая особенность подхода состоит в использовании ошибки в уравнении эталонной модели. На примере объекта четвертого порядка показано, что данный метод обеспечивает быструю адаптацию и разделение динамики прогнозирования от динамики системы, гарантируя удержание оценок параметров в заданных пределах.

В [12] данный метод получил дальнейшее развитие благодаря введению матрицы коэффициентов в уравнение эталонной модели, вычисляемой при помощи линейных матричных неравенств (ЛМН).

Такой подход демонстрирует высокую эффективность при управлении системами с параметрической неопределенностью, находящимися под влиянием внешних согласованных возмущений. В этой же публикации предложен еще один метод – адаптивный робастный алгоритм управления. Он также основан на использовании ЛМН, однако дополнительно включает в себя механизм скользящего режима. Статья показывает применение этих двух методов к беспилотному измерителю КС.

Математическая модель управляемой динамики измерительной части беспилотного измерителя коэффициента сцепления с электродвижением приведена с учетом следующих факторов, влияющих на динамику:

- нелинейные электромагнитные процессы рекуперации электрической энергии в бортовую сеть, сопротивление которой непостоянно [13];
- нелинейные упругие свойства шины измерительного колеса;
- нелинейная характеристика сухого трения измерительного колеса;
- люфт трансмиссии;
- параметрическая и функциональная неопределенности описания измерительной части;
- неопределенность коэффициента сцепления взлетно-посадочной полосы с измерительным колесом.

На рис. 1 представлена функциональная схема измерительной части беспилотного измерителя коэффициента сцепления. Она содержит измерительное колесо, обладающее упругой связью с коэффициентом упругости $p_{ш}$ между шиной и ступицей и связанное цепной передачей (с зазо-

ром 2δ) с ротором тормозного генератора (ТГ). Электрическая энергия торможения рекуперируется в бортовую сеть и расходуется на движение с заданной скоростью. На рисунке показаны следующие переменные: $\omega_{ш}$, $J_{ш}$ – угловая скорость и момент инерции шины; $\omega_{ст}$, $J_{ст}$ – угловая скорость и момент инерции ступицы; $\omega_{ТГ}$, $J_{ТГ}$ – угловая скорость и момент инерции ТГ; $M_{торм}$ – момент торможения, развиваемый ТГ; ω_M , J_M , M_M – угловая скорость, момент инерции и момент транспортного колеса. На измерительное колесо действует сила нагружения $F_{норм}$ и момент трения $M_{тр}(\cdot)$. Математическая модель измерительной части беспилотного измерителя как объекта управления представляется в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений относительно переменных состояния $\omega_{ш}$, $m_{уш}$, $\omega_{ст}$, $m_{утр}$, $\omega_{ТГ}$, $M_{торм}$ и имеет следующий вид:

$$\dot{\omega}_{ш} = J_{ш}^{-1} (M_{тр}(\cdot) - m_{уш}); M_{тр}(\cdot) = F_{тр}(\cdot) R_{ш}; \quad (1)$$

$$\dot{m}_{уш} = p_{ш} (\omega_{ст} - \omega_{ш}); \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_{ст} = J_{ст}^{-1} (m_{утр} - m_{уш}) + J_{ст}^{-1} f_1; f_1 = f_{утр} - m_{утр}; \quad (3)$$

$$\dot{m}_{утр} = p_{тр} (\omega_{ТГ} - \omega_{ст}); \quad (4)$$

$$f_{утр} = \begin{cases} m_{утр} - p_{тр}\delta, & \text{если } m_{утр} \geq p_{тр}\delta; \\ 0, & \text{если } |m_{утр}| < p_{тр}\delta; \\ m_{утр} + p_{тр}\delta, & \text{если } m_{утр} \leq -p_{тр}\delta; \end{cases} \quad (5)$$

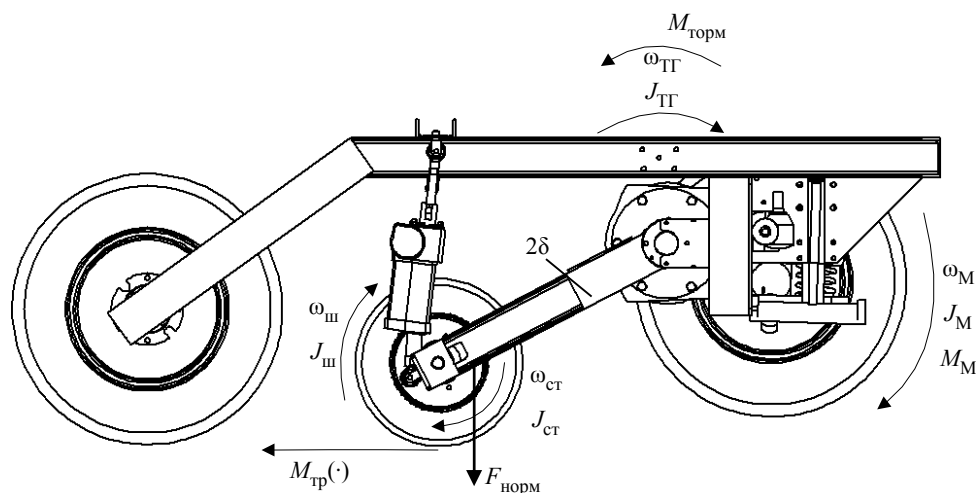


Рис. 1. Функциональная схема измерительной части
Fig. 1. Functional diagram of the measuring part

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{\text{ТГ}} &= J_{\text{ТГ}}^{-1} (m_{\text{у.тр}} - M_{\text{торм}}) + \\ &+ J_{\text{ТГ}}^{-1} f_1; M_{\text{торм}} = k_m I_{\text{торм}}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}_{\text{торм}} &= L_{\text{я}}^{-1} (k_m k_e \omega_{\text{ТГ}} - R_{\Sigma} M_{\text{торм}} - u_S^y); \\ R_{\Sigma} &= R_{\text{я}} + R_{\text{нагр}}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$u_S^y = \beta_{\text{т}} (u_S - k_m I_{\text{торм}}); \quad (8)$$

$$u_S = \beta_S (u_S^0 - k_S S_{\text{ИК}}); \quad (9)$$

$$F_{\text{тр}}(\cdot) = \mu(\cdot) F_{\text{норм}}; \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mu(S) = M_3 \exp(-M_2 S) + M_1 S + M_0; \\ M_0 = \mu_{\min}; M_1 = \mu_{\text{block}} - \mu_{\min}; \\ M_2 = \frac{d}{S_{\min}}; M_3 = \mu_{\max} - \mu_{\min}; \\ \mu_{\max} = \mu(0); \mu_{\text{block}} = \mu(1); \mu_{\min} = \\ = \mu(S_{\min}); S_{\min} = 0.05 \div 0.1, \end{cases} \quad (11)$$

где $m_{\text{у.ш}}$ – момент упругости шины; $R_{\text{ш}}$ – внешний радиус шины; $m_{\text{у.тр}}, f_{\text{у.тр}}$ – момент упругости и сила упругости трансмиссии; k_m, k_e – конструктивные постоянные ТГ; $I_{\text{торм}}$ – ток ТГ; $L_{\text{я}}$ – индуктивность фаз статора ТГ; $R_{\text{я}}$ – сопротивление фаз статора ТГ; $R_{\text{нагр}}$ – сопротивление бортовой сети; $\beta_{\text{т}}, \beta_S, k_S$ – коэффициенты регуляторов; $S_{\text{ИК}}$ – скольжение измерительного колеса; d – постоянная, определяющая крутизну кривой $\mu(S)$ в зоне эффекта Штрибека.

Адаптивное робастное управление с модифицированной эталонной моделью. Рассмотрим нелинейный стационарный объект вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t), \quad (12)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния; $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ – вектор управления системы; $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор неизвестных ограниченных внешних возмущений ($\|\mathbf{d}(t)\| \leq d_0$ – неизвестная постоянная величина); $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ – неизвестные постоянные матрицы, удовлетворяющие условию управляемости.

Модифицированная эталонная модель описывается выражением

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) + \mathbf{K}_e \mathbf{e}(t), \quad (13)$$

где $\mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния модифицированной эталонной модели; $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{R}^p$ – вектор командных сигналов; $\mathbf{K}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – постоянная матрица; $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_m(t)$ – вектор ошибок слежения между системой и модифицированной эталонной моделью.

Введем матрицы: $\mathbf{A}_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – гурвицева, и $\mathbf{B}_m \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ($\text{rank}(\mathbf{B}) = p$) такие, что существуют матрицы $\mathbf{K}_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ и $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ($\mathbf{\Lambda} > 0$), для которых выполняются следующие соотношения:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \mathbf{\Lambda}; \mathbf{A} = \mathbf{A}_m + \mathbf{B} \mathbf{K}_1. \quad (14)$$

Перепишем (12) с учетом (14):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) + \\ &+ \mathbf{B}_m \mathbf{\Lambda} [\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_2 \mathbf{r}(t)] + \mathbf{d}(t), \end{aligned}$$

где $\mathbf{K}_2 = -\mathbf{\Lambda}^{-1} \in \mathbb{R}^{p \times p}$.

Для формирования закона управления введем оценки матриц $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ – матрицы $\hat{\mathbf{K}}_1, \hat{\mathbf{K}}_2$ соответственно, а также ошибки оценивания этих матриц $\tilde{\mathbf{K}}_1 = \hat{\mathbf{K}}_1 - \mathbf{K}_1$ и $\tilde{\mathbf{K}}_2 = \hat{\mathbf{K}}_2 - \mathbf{K}_2$. Тогда закон адаптивного робастного управления примет вид

$$\mathbf{u}(t) = -\hat{\mathbf{K}}_1 \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{K}}_2 \mathbf{r}(t),$$

с алгоритмами настройки вида

$$\dot{\hat{\mathbf{K}}}_1 = \gamma_1 (\mathbf{B}_m^T \mathbf{P} \mathbf{e}(t) \mathbf{x}(t)^T - \sigma_1 \hat{\mathbf{K}}_1);$$

$$\dot{\hat{\mathbf{K}}}_2 = \gamma_2 (\mathbf{B}_m^T \mathbf{P} \mathbf{e}(t) \mathbf{r}(t)^T - \sigma_2 \hat{\mathbf{K}}_2),$$

где $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – симметричная положительно определенная матрица; γ_i, σ_i – положительные числа ($i = 1, 2$).

Динамика ошибки описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= (\mathbf{A}_m - \mathbf{K}_e) \mathbf{e}(t) - \mathbf{B}_m \mathbf{\Lambda} \times \\ &\times [\tilde{\mathbf{K}}_1 \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{K}}_2 \mathbf{r}(t)] + \mathbf{d}(t). \end{aligned}$$

Если $\mathbf{d}(t)$ – согласованное возмущение, то его можно представить в виде $\mathbf{d}(t) = \mathbf{B} \mathbf{d}_1(t) = \mathbf{B}_m \mathbf{\Lambda} \mathbf{d}_1(t)$, где $\mathbf{d}_1(t)$ – согласованное возмущение. Тогда $\mathbf{e}(t)$ стремится к окрестности нуля за конечное время.

Используя аппарат ЛМН, находим матрицы $\mathbf{K}_e$ и $\mathbf{P}$, решив ЛМН следующего вида:

$$[\alpha_2 \mathbf{P} + \mathbf{A}_m^T \mathbf{P} + \mathbf{M}^T + \mathbf{P} \mathbf{A}_m + \mathbf{M} + 2\mathbf{E}_n] < 0,$$

где $\alpha_2 > 0$ – параметр синтеза; $\mathbf{M} = -\mathbf{P} \mathbf{K}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{E}_n$ – n -мерная единичная матрица.

Это неравенство можно решить с помощью MatLab/Simulink, его решение – пара $(\mathbf{P}, \mathbf{M})$. Затем вычисляется $\mathbf{K}_e = -\mathbf{P}^{-1} \mathbf{M}$.

Рассмотрим объект шестого порядка, описывающий генераторную часть беспилотного измерителя. Пусть вектор переменных состояния $\mathbf{x} = [\omega_{\text{ш}} \quad m_{\text{у.ш}} \quad \omega_{\text{ст}} \quad m_{\text{у.тр}} \quad \omega_{\text{тг}} \quad M_{\text{торм}}]^T$. Тогда модель системы в векторной форме, составленную в силу уравнений (1)–(11):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{d}; \\ \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{\text{ш}} \\ \dot{m}_{\text{у.ш}} \\ \dot{\omega}_{\text{ст}} \\ \dot{m}_{\text{у.тр}} \\ \dot{\omega}_{\text{тг}} \\ \dot{M}_{\text{торм}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -J_{\text{ш}}^{-1} & 0 & 0 \\ p_{\text{ш}} & 0 & -p_{\text{ш}} & 0 \\ 0 & J_{\text{ст}}^{-1} & 0 & -J_{\text{ст}}^{-1} \\ 0 & 0 & p_{\text{тр}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\text{тг}}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\text{ш}} \\ m_{\text{у.ш}} \\ \omega_{\text{ст}} \\ m_{\text{у.тр}} \\ \omega_{\text{тг}} \\ M_{\text{торм}} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -p_{\text{тр}} \\ 0 \\ L_{\text{я}}^{-1} k_m k_e \end{bmatrix} u_S^y + \begin{bmatrix} J_{\text{ш}}^{-1} R_{\text{ш}} F_{\text{норм}} \mu(S) \\ 0 \\ J_{\text{ст}}^{-1} f_1 \\ 0 \\ J_{\text{тг}}^{-1} f_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Ранг матрицы управляемости – полный, а значит, система управляема, и можно синтезировать адаптивное робастное управление с модифицированной эталонной моделью. Для построения модифицированной эталонной модели линеаризуем матрицы объекта с номинальными параметрами:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}(t);$$

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & -J_{\text{ш}}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{\text{ш}} & 0 & -p_{\text{ш}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{\text{ст}}^{-1} & 0 & -J_{\text{ст}}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{\text{тр}} & 0 & -p_{\text{тр}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\text{тг}}^{-1} & 0 & -J_{\text{тг}}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{\text{я}}^{-1} k_m k_e & -L_{\text{я}}^{-1} R_{\Sigma}^0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -L_{\text{я}}^{-1} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0$ – матрицы линеаризованного объекта с номинальными параметрами; R_{Σ}^0 – номинальное сопротивление бортовой сети беспилотного измерителя.

В качестве желаемого выбран полином Ньютона $D^*(\lambda) = (\lambda + \omega_0)^n$, где $n = 6$; λ – корень характеристического полинома со среднегеометрическим корнем $\omega_0 = 25$. В развернутом виде получаем

$$D^*(\lambda) = \lambda^6 + 6\omega_0 \lambda^5 + 15\omega_0^2 \lambda^4 + 20\omega_0^3 \lambda^3 + 15\omega_0^4 \lambda^2 + 6\omega_0^5 \lambda + \omega_0^6.$$

По приведенным параметрам получены вектор обратных связей по состоянию $\mathbf{K}_1$ и нормирующий параметр k_0 .

Модифицированная эталонная модель объекта

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) + \mathbf{K}_e \mathbf{e}(t),$$

где $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}_0 + \mathbf{B}_0 \mathbf{K}_1$; $\mathbf{B}_m = k_0 \mathbf{B}_0$,

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} 0 & -0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 \\ -0.154 & 0.03 & 0.33 & 49.97 & 156.24 & -50 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -156.42 \end{bmatrix};$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.55 & -0.002 & -0.0002 & -0.0141 & -0.0581 & 0.0188 \\ -0.002 & 1.5533 & 0.002 & 0.0021 & 0.0089 & -0.0029 \\ -0.0002 & 0.002 & 1.5537 & 0.0376 & 0.1223 & -0.0391 \\ -0.0141 & 0.0021 & 0.0376 & 5.0643 & 14.4154 & -4.8381 \\ -0.0581 & 0.0089 & 0.1223 & 14.4154 & 60.5415 & -19.4266 \\ 0.0188 & -0.0029 & -0.0391 & -4.8381 & -19.4266 & 7.9182 \end{bmatrix};$$

$$K_e = \begin{bmatrix} 60.7876 & 0.1083 & 0.0014 & 0.0097 & 0.0431 & -0.0175 \\ 0.1083 & 60.7915 & -0.1083 & 0.0002 & -0.0072 & 0.0070 \\ 0.0013 & -0.1083 & 60.7895 & -0.4216 & 0.0007 & -0.0352 \\ 0.0126 & 0 & -0.438 & 56.7519 & -13.2098 & 12.0501 \\ 0.0525 & -0.007 & -0.0288 & -11.0223 & 5.9998 & 17.5557 \\ -0.0119 & 0.0055 & -0.0281 & 8.7856 & 8.1686 & 63.033 \end{bmatrix},$$

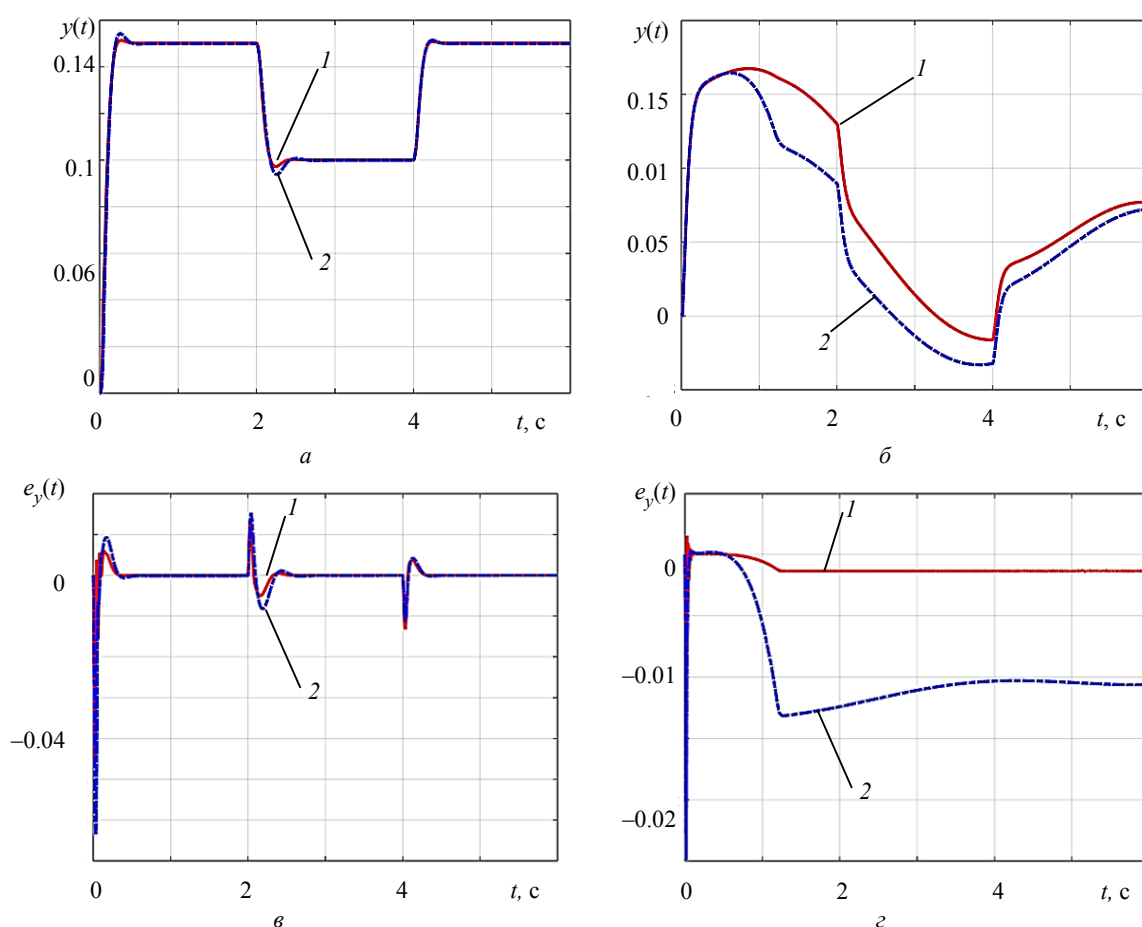


Рис. 2. Переходный процесс скольжения ИК при номинальных значениях параметров объекта (линия 1) и при вариации значений параметров объекта (линия 2): а – график скольжения ИК без действия возмущений; б – график скольжения ИК при воздействии несогласованных возмущений; в – график ошибки без действия возмущений; г – график ошибки при действии несогласованных возмущений

Fig. 2. The transient process at nominal values of the object's parameters (line 1) and at variation of the object's parameter values (line 2): а – output variable graph without perturbation; б – output variable graph under the influence of inconsistent perturbations; в – error graph without perturbation; г – error graph under the action of inconsistent perturbations

где $r(t)$ – заданное скольжение измерительного колеса в виде сигнала прямоугольной формы со смещением 0.1, амплитудой 0.05 и частотой 0.25 Гц.

В синтезе использованы следующие параметры алгоритмов настройки: $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$; $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.01$; $\alpha_2 = 10$. Линейные матричные неравен-

ства решены средствами пакета CVX в среде MatLab.

На рис. 2 показаны результаты моделирования системы с синтезированным управлением. Выходной переменной $y(t)$ служит скольжение ИК, ошибка скольжения $e_y(t) = y(t) - S^0$, где S^0 – заданное скольжение.

Система остается эффективной в отсутствие возмущений и при действии согласованных возмущений, но воздействие несогласованных возмущений на объект управления приводит к тому, что система становится неуправляемой, поскольку переходный процесс переменных состояния эталонной модели искажается добавленной модификацией. Для сохранения эффективности системы с несогласованными возмущениями рассмотрим алгоритм адаптивного робастного управления в скользящих режимах с эталонной моделью.

Алгоритм адаптивного робастного управления в скользящих режимах с эталонной моделью. Рассмотрим эталонную модель объекта (13) при $\mathbf{K}_e = 0$:

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t). \quad (15)$$

Перепишем уравнение объекта с учетом (15):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) + \mathbf{B}_m \Lambda \times \\ \times [\mathbf{u}_0(t) + \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_2 \mathbf{r}(t)] + \mathbf{d}(t),$$

где $\mathbf{u}_0(t)$ – адаптивное робастное управление; $\mathbf{u}_s(t)$ – адаптивное робастное управление в скользящих режимах.

Закон настройки параметров описывается следующими уравнениями [13]:

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{u}_s(t); \\ \mathbf{u}_0(t) = -\hat{\mathbf{K}}_1 \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{K}}_2 \mathbf{r}(t); \\ \mathbf{u}_s(t) = -(\mathbf{B}_m^T \mathbf{G} \mathbf{B}_m)^{-1} \times \\ \times [\mathbf{B}_m^T \mathbf{G} \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) + (\hat{\delta} + \varepsilon) \text{sign}(\mathbf{s}(t)) + k_0 \mathbf{s}(t)]; \\ \begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{K}}}_1 = \gamma_1 (\mathbf{B}_m^T \mathbf{G} \mathbf{B}_m \mathbf{s}(t) \mathbf{x}(t)^T - \sigma_1 \hat{\mathbf{K}}_1); \\ \dot{\hat{\mathbf{K}}}_2 = \gamma_2 (\mathbf{B}_m^T \mathbf{G} \mathbf{B}_m \mathbf{s}(t) \mathbf{r}(t)^T - \sigma_2 \hat{\mathbf{K}}_2); \\ \dot{\hat{\delta}} = \gamma_3 (\mathbf{s}(t)^T \text{sign}(\mathbf{s}(t)) - \sigma_3 \hat{\delta}), \end{cases} \end{cases}$$

где $k_0, \varepsilon > 0$ – параметры синтеза, пропорциональные скорости сходимости $\mathbf{s}(t)$, $\mathbf{s}(t) = \mathbf{B}_m^T \mathbf{G} \mathbf{e}(t)$; $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – симметричная положительно определенная матрица.

Уравнение динамики ошибки:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \mathbf{B}_m \Lambda [\tilde{\mathbf{K}}_1 \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{K}}_2 \mathbf{r}(t)] + \\ + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_s(t) + \xi(t),$$

где $\xi(t)$ – суммарное возмущение.

Для нахождения матрицы $\mathbf{G}$ примем $\mathbf{N} = \mathbf{G}^{-1}$ и решим ЛМН:

$$\begin{bmatrix} \beta_3 \mathbf{N} + \mathbf{N} \mathbf{A}_m^T + \mathbf{H}^T \mathbf{B}_m^T + \mathbf{A}_m \mathbf{N} + \mathbf{B}_m \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N} & -\mu \mathbf{E}_n \end{bmatrix} < 0,$$

где $\beta_3 > 0$ – параметр, пропорциональный скорости схождения ошибки $\mathbf{e}(t)$; μ – любое положительное число; $\mathbf{E}_n$ – n -мерная единичная матрица; $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ – постоянная матрица.

Используемый алгоритм адаптивного робастного управления позволяет решать задачу компенсации влияния внешних согласованных и несогласованных возмущений, что показано на рис. 3.

При моделировании использованы следующие параметры управления:

$$\varepsilon = k_0 = 10^{-3}; \quad \gamma_i = 10; \quad \sigma_i = 10^{-4}; \quad i = \overline{1,3};$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} 0 & -0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0.01 & 50 & 156.24 & -50 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -156.25 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 3.8 \cdot 10^5 & -2.8 \cdot 10^5 & 9 \cdot 10^4 & -1.05 \cdot 10^4 \\ -2.8 \cdot 10^5 & 2.25 \cdot 10^5 & -7.9 \cdot 10^4 & 9.8 \cdot 10^3 \\ 9 \cdot 10^4 & -7.9 \cdot 10^4 & 3 \cdot 10^4 & -4 \cdot 10^3 \\ -1.05 \cdot 10^4 & 9.8 \cdot 10^3 & -4 \cdot 10^3 & 581 \\ 6.7 & -6.6 & 2.8 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & -0.2 & 0.04 \\ 6.7 & -0.5 & & \\ -6.6 & 0.5 & & \\ 2.8 & -0.2 & & \\ -0.5 & 0.04 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \end{bmatrix},$$

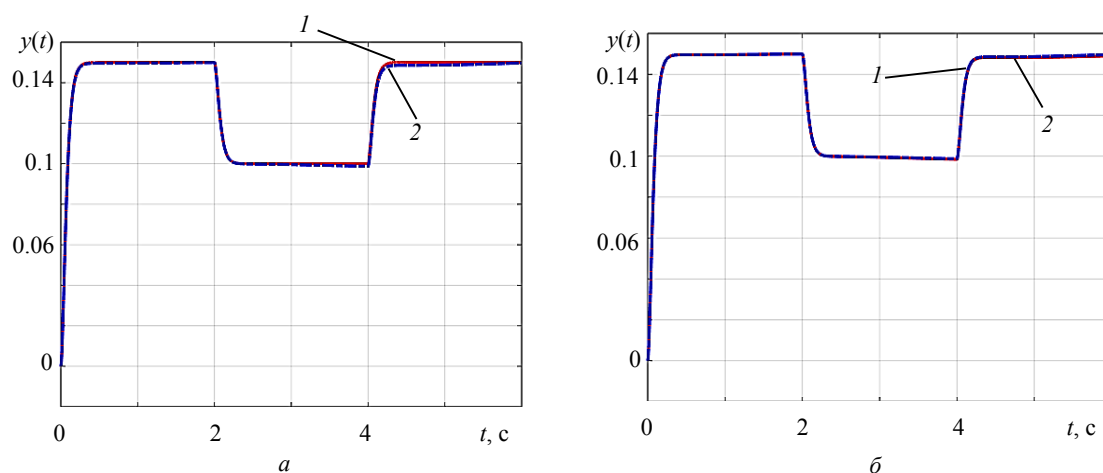


Рис. 3. Переходный процесс скольжения ИК ($y(t)$) при номинальных значениях параметров объекта (линия 1) и при вариации значений параметров объекта (линия 2): а – график скольжения ИК без действия возмущений; б – график скольжения ИК при воздействии несогласованных возмущений

Fig. 3. The transient process at nominal values of the object's parameters (line 1) and at variation of the object's parameter values (line 2): а – output variable graph without perturbation; б – output variable graph under the influence of inconsistent perturbations

$r(t)$ – заданное скольжение ИК в виде сигнала прямоугольной формы со смещением 0.1, амплитудой 0.05 и частотой 0.25 Гц.

Система поддерживает заданное скольжение и остается управляемой при действии несогласованных возмущений, что позволяет внедрить ее в рассматриваемый объект управления с целью проведения полунатурных испытаний.

Заключение. В статье показана работа нелинейной системы управления торможением измерительного колеса беспилотного измерителя коэффициента сцепления с электродвижением в условиях действия внешних возмущений, согласованных или несогласованных с управляющими сигналами.

Метод с модифицированной эталонной моделью прост и понятен в синтезе, однако использование вектора ошибки в эталонной модели ограничивает его применение при действии несогласованного возмущения, которое в свою очередь позволяет подавить алгоритм адаптивного робастного управления в скользящих режимах с эталонной моделью.

Проведено сравнительное моделирование различных структур алгоритмов для управления нелинейной системой торможения измерительного колеса. Полученные результаты демонстрируют работоспособность рассмотренного метода.

Список литературы

1. Pritchard J. I. An overview of landing gear dynamics // J. of Aircraft. 1999. Т. 38. P. 130–137 doi: 10.2514/2.2744.
2. On correlation between the airport runway friction coefficient measurement results and the real-life aircraft take-off and landing braking characteristics / V. V. Putov, A. V. Putov, V. N. Sheludko, V. P. Kazakov, A. D. Stotckaia, M. M. Kopichev, K. V. Ignatiev // 2015 XVIII Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM). St. Petersburg, Russia: IEEE, 2015. P. 119–121. doi: 10.1109/SCM.2015.7190429.
3. Adaptive NN control of a class of nonlinear systems with asymmetric saturation actuators / J. Ma, S. S. Ge, Z. Zheng, D. Hu // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Syst. 2015. Vol. 26, no. 7. P. 1532–1538. doi: 10.1109/TNNLS.2014.2344019.
4. Polycarpou M., Farrell J., Sharma M. Online approximation control of uncertain nonlinear systems: Issues with control input saturation // Proc. of 2003 Am. Control Conf. Denver, CO, USA: IEEE, 2003. P. 543–548. doi: 10.1109/ACC.2003.1239073.
5. A robust adaptive model predictive control framework for nonlinear uncertain systems / J. Köhler, P. Kötting, R. Soloperto, F. Allgöwer, M. Müller // Intern. J. of Robust and Nonlinear Control. 2021. Т. 31, no. 18. P. 8725–8749. doi: 10.1002/rnc.5147.
6. Golea N., Golea A., Kadjoudj M. Robust MRAC adaptive control of PMSM drive under general parameters uncertainties // 2006 IEEE Intern. Conf. on Industr. Technol. Mumbai, India: IEEE, 2007. P. 1533–1537. doi: 10.1109/ICIT.2006.372420.
7. A model reference adaptive control based speed controller for a surface-mounted permanent magnet synchronous motor drive / A. T. Nguyen, M. S. Rafaq, H. H. Choi, J.-W. Jung // IEEE Trans. on Industrial Electron. 2018. Vol. 65, no. 12. P. 9399–9409. doi: 10.1109/TIE.2018.2826480.

8. Ding J., Jiao X., Zhang J. Robust adaptive control for hybrid electric vehicles using sliding mode control // Proc. of the Institution of Mecha. Engineers. Part I: J. of Syst. and Control Engin 2024. Vol. 238, no. 2. P. 272–287. doi: 10.1177/09596518231188496.

9. Robust simple adaptive control of vehicle braking with electromechanical drive / V. V. Putov, V. N. Sheludko, B. R. Andrievsky, I. S. Zaitceva, D. K. Nguyen // AIP Conf. Proc. 8 Sept. 2025. Vol. 3117, no. 1. P. 020006. doi: 10.1063/5.0266777.

10. Stepanyan V., Krishnakumar K. M-MRAC for nonlinear systems with bounded disturbances // 50th IEEE Conf. on Decision and Control and Europ. Control Conf. Orlando, FL, USA: IEEE, 2011. P. 5419–5424. doi: 10.1109/CDC.2011.6161416.

11. Stepanyan V., Krishnakumar K. M-MRAC with normalization // 53rd IEEE Conf. on Decision and Control. Los Angeles, CA, USA: IEEE, 2014. P. 1289–1294. doi: 10.1109/CDC.2014.7039559.

12. Nguyen D. K., Putov V. V., Sheludko V. N. Modified algorithms of model reference adaptive robust control for nonlinear objects under uncertainty and unknown disturbances // LETI Trans. on Electr. Engin. & Comp. Sci. 2025. Vol. 18, no. 2. P. 90–100. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-2-90-100.

13. Khan M. J., Iqbal M. T. Simplified modeling of rectifier-coupled brushless DC generators // 2006 Intern. Conf. on Electr. and Comp. Engin. Dhaka, Bangladesh: IEEE, 2007. P. 349–352. doi: 10.1109/ICECE.2006.355643.

Информация об авторах

Музалевский Александр Раймонович – ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: muzal2010@yandex.ru

Нгуен Зуи Хань – аспирант, ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: khangnguyen.mta@gmail.com

Путов Виктор Владимирович – д-р техн. наук, профессор, зам. зав. кафедрой систем автоматического управления по развитию СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: vvputov@mail.ru

Друян Евгений Васильевич – канд. техн. наук, доцент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: druian@yandex.ru

Шелудько Виктор Николаевич – д-р техн. наук, профессор кафедры систем автоматического управления, ректор СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: vnsheludko@etu.ru

Вклад авторов:

Музалевский А. Р. – литературный обзор, структура математической модели, моделирование, графический материал.

Нгуен З. Х. – моделирование, верификация результатов.

Путов В. В. – общее руководство и рецензирование.

Друян Е. В. – структура математической модели.

Шелудько В. Н. – постановка задачи.

References

1. Pritchard J. I. An overview of landing gear dynamics // J. of Aircraft. 1999. T. 38. P. 130–137 doi: 10.2514/2.2744.

2. On correlation between the airport runway friction coefficient measurement results and the real-life aircraft take-off and landing braking characteristics / V. V. Putov, A. V. Putov, V. N. Sheludko, V. P. Kazakov, A. D. Stotckaia, M. M. Kopichev, K. V. Ignatiev // 2015 XVIII Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM). St. Petersburg, Russia: IEEE, 2015. P. 119–121. doi: 10.1109/SCM.2015.7190429.

3. Adaptive NN control of a class of nonlinear systems with asymmetric saturation actuators / J. Ma, S. S. Ge, Z. Zheng, D. Hu // IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Syst. 2015. Vol. 26, no. 7. P. 1532–1538. doi: 10.1109/TNNLS.2014.2344019.

4. Polycarpou M., Farrell J., Sharma M. Online approximation control of uncertain nonlinear systems: Issues with control input saturation // Proc. of 2003 Am. Control Conf. Denver, CO, USA: IEEE, 2003. P. 543–548. doi: 10.1109/ACC.2003.1239073.

5. A robust adaptive model predictive control framework for nonlinear uncertain systems / J. Köhler,

P. Kötting, R. Soloperto, F. Allgöwer, M. Müller // Intern. J. of Robust and Nonlinear Control. 2021. T. 31, no. 18. P. 8725–8749. doi: 10.1002/rnc.5147.

6. Golea N., Golea A., Kadjoudj M. Robust MRAC Adaptive Control of PMSM drive under General Parameters Uncertainties // 2006 IEEE Intern. Conf. on Industrial Technol. Mumbai, India: IEEE, 2007. P. 1533–1537. doi: 10.1109/ICIT.2006.372420.

7. A model reference adaptive control based speed controller for a surface-mounted permanent magnet synchronous motor drive / A. T. Nguyen, M. S. Rafiq, H. H. Choi, J. -W. Jung // IEEE Trans. on Industrial Electron. 2018. Vol. 65, no. 12. P. 9399–9409. doi: 10.1109/TIE.2018.2826480.

8. Ding J., Jiao X., Zhang J. Robust adaptive control for hybrid electric vehicles using sliding mode control // Proc. of the Institution of Mechan. Engineers. Part I: J. of Syst. and Control Engin. 2024. Vol. 238, no. 2. P. 272–287. doi: 10.1177/09596518231188496.

9. Robust simple adaptive control of vehicle braking with electromechanical drive / V. V. Putov, V. N. Sheludko, B. R. Andrievsky, I. S. Zaitceva, D. K. Nguyen // AIP Conf.

Proc. 8 Sept. 2025. Vol. 3117, no. 1. P. 020006. doi: 10.1063/5.0266777.

10. Stepanyan V., Krishnakumar K. M-MRAC for nonlinear systems with bounded disturbances // 50th IEEE Conf. on Decision and Control and Europ. Control Conf. Orlando, FL, USA: IEEE, 2011. P. 5419–5424. doi: 10.1109/CDC.2011.6161416.

11. Stepanyan V., Krishnakumar K. M-MRAC with normalization // 53rd IEEE Conf. on Decision and Control. Los Angeles, CA, USA: IEEE, 2014. P. 1289–1294. doi: 10.1109/CDC.2014.7039559.

12. Nguyen D. K., Putov V. V., Sheludko V. N. Modified algorithms of model reference adaptive robust control for nonlinear objects under uncertainty and unknown disturbances // LETI Trans. on Electr. Engin. & Comp. Sci. 2025. Vol. 18, no. 2. P. 90–100. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-2-90-100.

13. Khan M. J., Iqbal M. T. Simplified modeling of rectifier-coupled brushless DC generators // 2006 Intern. Conf. on Electr. and Comp. Engin. Dhaka, Bangladesh: IEEE, 2007. P. 349–352. doi: 10.1109/ICECE.2006.355643.

Information about the authors

Alexander R. Muzalevskii – Assistant of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: muzal2010@yandex.ru

Nguyen Duy Khanh – postgraduate student, Assistant of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: kahnnguyen.mta@gmail.com

Victor V. Putov – Dr Sci. (Eng.), Professor, Deputy Head of the Department of Automatic Control Systems for Development, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: vvpotov@mail.ru

Evgenii V. Druian – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: druian@yandex.ru

Victor N. Sheludko – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Automatic Control Systems, Rector of Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: vnsheludko@etu.ru

Author contribution statement:

Muzalevskii A. R. – literature review, mathematical model structure, simulation, graphic material.

Nguyen D. K. – simulation, results verification.

Putov V. V. – general guidance and review.

Druian E. V. – mathematical model structure.

Sheludko V. N. – problem statement

Статья поступила в редакцию 20.02.2026; принята к публикации после рецензирования 25.05.2026; опубликована онлайн 28.09.2026.

Submitted 20.02.2026; accepted 25.05.2026; published online 28.09.2026.