

## Моделирование электрического контактного соединения в составе электротехнического комплекса в среде MatLab/Simulink

Ю. И. Сепп, Н. М. Косьянов✉

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ [nikmaniwe@gmail.com](mailto:nikmaniwe@gmail.com)

**Аннотация.** Рассмотрен процесс моделирования электрического контактного соединения как элемента общей системы – электрической цепи, на основании полученных данных о параметрах, характеризующих состояние и качество электрического контактного соединения. Для моделирования и симуляции происходящих в системе процессов использовалась графическая среда программирования Simulink на основе MatLab («MathWorks, Inc.»). Цель настоящей статьи заключается в подтверждении расчетов влияния состояния электрического контактного соединения на показатели качества и эффективности всей электротехнической системы. Полученные результаты расчетов позволят оценить вклад исследуемых процессов в общее изменение состояния системы, а также смогут обосновать необходимую точность оборудования при его подборе для реализации лабораторного стенда с целью практического подтверждения результатов.

**Ключевые слова:** электродинамическое взаимодействие, моделирование, система диагностики, электрическое соединение, контактное соединение

**Для цитирования:** Сепп Ю. И., Косьянов Н. М. Моделирование электрического контактного соединения в составе электротехнического комплекса в среде MatLab/Simulink // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2023. Т. 16, № 7. С. 96–102. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-7-96-102.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

## Modeling of an Electrical Contact Connection as Part of an Electrotechnical System Using MatLab/Simulink Software

Y. I. Sepp, N. M. Kosyanov✉

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ [nikmaniwe@gmail.com](mailto:nikmaniwe@gmail.com)

**Abstract.** This paper studies the process of modeling an electrical contact connection as an element of a common system – an electrical circuit – based on the study results on the parameters characterizing the state and quality of the electrical contact connection. The Simulink graphical programming software based on MatLab (The MathWorks, Inc.) is used to model and simulate the processes occurring in the system. This article aims to confirm theoretical calculations on the effect of the state of an electrical contact connection on the quality and efficiency parameters of the entire electrical system. The results obtained will help, first, to evaluate the contribution of the processes under study to the overall change in the state of the system; secondly, to justify the necessary accuracy of equipment for the implementation of a laboratory stand in order to practically confirm the results.

**Keywords:** electrodynamic interaction, modeling, diagnostic system, electrical connection, contact connection

**For citation:** Sepp Y. I., Kosyanov N. M. Modeling of an Electrical Contact Connection as Part of an Electrotechnical System Using MatLab/Simulink Software // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2023. Vol. 16, no. 7. P. 96–102. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-7-96-102.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

**Введение.** Электрическое контактное соединение (ЭКС) – это место соединения проводников электрической цепи, предназначенное для проведения электрического тока. ЭКС применяется в различных областях – от подключения бытовой техники до крупных промышленных электроустановок. Будучи элементом электротехнических комплексов и систем, ЭКС находится под влиянием множества факторов, которые напрямую или косвенно влияют на его состояние и, следовательно, на эффективность всего комплекса. Разнообразие таких факторов служит одной из причин проблематики в области диагностики ЭКС. Известно, что протекание токов приводит к выделению джоулева тепла на соединениях и повышению температуры контактной области, причем температура контактной области ЭКС может на порядок превышать температуру области нормального протекания тока. Также на состояние ЭКС существенно влияет вибрация контакта, обусловленная электродинамическим взаимодействием токов. Помимо этого известно, что при прохождении переменного тока через находящееся под воздействием вибрации ЭКС в электрической цепи появляются дополнительные гармоники тока. Эффекты вышеперечисленных факторов проявляются в снижении размера площадки контакта (в том числе за счет изменения прижимного усилия), увеличении переходного контактного сопротивления и ухудшении качества электроэнергии.

Современные методы диагностики, как, например, тепловизионный контроль, рассматривают только единичные косвенные диагностические признаки, но не учитывают, что в условиях внешней вибрации все признаки оказываются связаны как между собой, так и с параметрами указанной вибрации, а следовательно, такие методы не позволяют получить данные о полном состоянии ЭКС.

Представленные в [1] результаты позволили получить замкнутую систему уравнений, представляющую собой диагностическую модель состояния и качества ЭКС, которые учитывают все факторы, влияющие на его изменение. Более того, в [1] был выделен единственный диагностический признак (параметр), зависящий исключительно от параметров структуры ЭКС и условий его эксплуатации. По изменениям значений выделенного параметра можно судить как о качестве вводимого в эксплуатацию ЭКС, так и о возникающих в процессе его эксплуатации дефектах структуры, а также о недопустимых эксплуатационных условиях.

**Постановка задачи.** В настоящей статье на основании ранее представленных соображений и полученной системы уравнений рассматривается разработка в среде MatLab/Simulink модели системы, имеющей ЭКС, для проведения анализа поведения системы и подтверждения полученных ранее теоретических результатов с целью обоснования реализации применения практической системы диагностики качества и состояния ЭКС.

**Разработка модели.** Рассмотрим структуру ЭКС так, как представлено на рис. 1. Здесь  $R_c$  – радиус проводника в области нормального протекания тока,  $L_c$  – продольный размер области стягивания ( $L_c \approx 3R_c/2$ ),  $r_c$  – эффективный радиус контактной площадки.

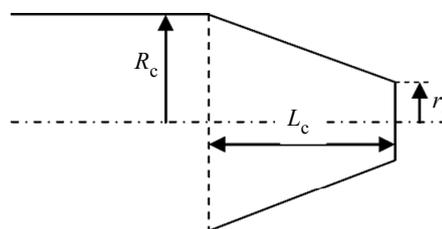


Рис. 1. Структура области стягивания в ЭКС  
Fig. 1. The structure of the contraction area in an electrical contact connection (ECC)

К основным параметрам, определяющим структуру ЭКС, относятся сжимающее усилие  $P$  и характеристика обработки поверхности  $\bar{r}_k$  (размер выступов), а также регламентируемая номинальная температура эксплуатации ЭКС  $T_0$ . Поскольку от значений этих параметров зависит функциональная характеристика эксплуатируемого изделия – переходное электрическое сопротивление стягивания, то их значения характеризуют как качество вступающего в эксплуатацию ЭКС, так и его пригодность к последующей эксплуатации. Размер контактного пятна  $a = r_c$  есть функция этих структурных параметров, а также указанного эксплуатационного параметра  $T_0$ , т. е.  $a = a(\bar{r}_k; P; T_0)$ . Поэтому в качестве эквивалента размерного параметра  $a$  рассматривается безразмерный параметр  $\gamma = a/R_c$ .

Используем полученные уравнения для моделирования процессов, протекающих в системе, имеющей ЭКС. Для составления модели необходимо определить исходные технические данные системы. Будем рассматривать наиболее распространенный тип проводника – медный кабель сечением  $4 \text{ мм}^2$ ; таким образом, радиус проводника

в области нормального протекания тока  $R_c = 1.1286 \text{ мм} = 0.001128 \text{ м}$ . Модуль упругости контактирующего материала  $E = 100\,000 \text{ МПа} = 10^{11} \text{ Па}$ , удельное электрическое сопротивление  $\rho = 1.72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Первоначальное сжимающее усилие  $P_0$  представлено постоянно увеличивающимся сигналом от 0.01 до 2 Н за период исследования – это необходимо для наглядного отображения влияния изменений прижимного усилия на состояние ЭКС.

Основной функциональной характеристикой ЭКС является переходное электрическое сопротивление стягивания, которое определяется согласно формуле

$$R_k = \frac{\rho}{2a}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – удельное электрическое сопротивление. Таким образом,  $R_k/R_n = C_R(T_0)/\gamma$ , где  $C_R(T_0)$  – постоянная, зависящая от материала контактирующих проводников, номинальной температуры  $T_0$  и модели деформирования;  $R_n = 1.5\rho/(\pi R_c)$  – переходное электрическое сопротивление аналогичного по длине участка области нормального протекания тока. Для упругого деформирования  $C_R(T_0) = \pi/3$ , а температурная зависимость вся скрыта в зависимости от  $T_0$  модулей упругости, входящих в определение  $\gamma$ . Согласно контактной теории Герца [2] в случае одноточечного контакта при учете только упругих деформаций характерный размер площадки определяется в соответствии со следующим уравнением:

$$a = \left( \frac{3R_c P}{2E} \right)^{1/3}, \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости контактирующего материала.

Пусть сжимающее контакт усилие  $P$  изменяется со временем по закону

$$P(t) = P_0 + \Delta P \cos(\omega_p t - \varphi_p). \quad (3)$$

Здесь  $\omega_p$  – частота колебаний;  $\varphi_p$  – начальная фаза возмущения;  $P_0$  – исходное прижимное усилие ЭКС;

$$\Delta P = 1.02 \cdot 10^{-8} I^2 \ln \frac{1}{\gamma}. \quad (4)$$

Примем  $\varphi_p = 0$ , а  $\omega_p = 2\omega_0$  (в случае электромагнитного происхождения вибрации, например в

коммутационной аппаратуре [3]), где  $\omega_0$  – частотная составляющая тока, проходящего через ЭКС при отсутствии вибрации. Тогда для (3) справедливо

$$P(t) = P_0 + \Delta P \cos 2\omega_0 t. \quad (5)$$

Блок для расчета действующего значения сжимающего контакт усилия основывается на уравнениях (4), (5). Выходными данными блока служат действующее значение сжимающего усилия  $P(t)$  и изменение этого усилия  $\Delta P$  в результате электродинамического взаимодействия токов в области сужения ЭКС. Для получения вышеупомянутых данных блок также содержит расчет основного структурного параметра  $\gamma$ , и, следовательно, размер контактного пятна  $a$  согласно уравнению (2), который изменяется в процессе в зависимости от выходных данных системы.

Считаем, что протекающий в цепи контакта процесс – квазистационарный, и что вблизи каждого момента времени связь между мгновенными значениями падения напряжения на контакте и мгновенным значением тока, протекающего через контакт, линейная, т. е.

$$U_{kj} \cos(\omega_j t - \varphi_{U_{kj}}) = R_k(t) I_j(t), \quad (6)$$

в которых  $j = 0, 1, 2, \dots, N$  соответствует порядковому номеру возникающих гармоник;  $U_{kj}$  – падение напряжения на контакте, соответствующее  $j$ -й гармонике протекающего тока;  $I_j t$  – ток, порождаемый в рассматриваемой системе соответственной  $j$ -й гармоникой падения напряжения на контакте;  $\varphi_{U_{kj}}$  – начальная фаза возмущения;  $\omega_j$  – частотная составляющая  $j$ -й гармоники. Блок для расчета действующего значения сжимающего контакт усилия содержит расчет такого падения напряжения на ЭКС с учетом мгновенных значений переходного сопротивления и тока, протекающего через контакт, в течение всего периода исследования.

Ток от источника следует представлять в виде

$$I(t) = \sum I_j \cos(\omega_j t - \varphi_{I_j}), \quad (7)$$

где  $\varphi_{I_j}$  – начальная фаза возмущения  $j$ -й гармоники. Раскладывая (7) в ряд Тейлора с учетом (6) для коэффициентов разложения и имея в виду малое значение отношения  $\Delta P/P_0$ , получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned}
 I_{00} &= \frac{U_{kj}}{C_k} P_0^\sigma \left[ 1 + \left( \frac{\Delta P}{P_0} \right)^2 \frac{1}{4} \sigma (1 - \sigma) \right]; \\
 I_{01} &= \frac{U_{kj}}{2C_k} P_0^\sigma \frac{\Delta P}{P_0} \left( \sigma - \frac{\Delta P}{P_0} \frac{1}{8} \sigma (1 - \sigma) (2 - \sigma) \right); \\
 I_{2m} &= \frac{U_{kj}}{2C_k} P_0^\sigma \frac{1}{2^{2m} 4} \left( \frac{\Delta P}{P_0} \right)^{2m} \times \\
 &\times \frac{\sigma (1 - \sigma)}{1 + 2m} \prod_{s=1}^{2m} \frac{|s + 1 - \sigma|}{s}; \\
 I_{2m+1} &= - \frac{U_{kj}}{2C_k} \frac{\sigma}{2^{2m} (2m + 2) 4} \times \\
 &\times \left( \frac{\Delta P}{P_0} \right)^{4m+2} (1 - \sigma) \prod_{s=1}^{2m+1} \frac{|s + 1 - \sigma|}{s},
 \end{aligned} \right\} (8)$$

где  $\bar{I}_0 = \frac{U_{kj}}{C_k} P_0^\sigma$  – амплитудное значение тока,

протекающего через контакт в отсутствие вибрации;  $\sigma$  – показатель, определяющий отклонения от упругой модели Герца (для рассматриваемой

системы  $\sigma \rightarrow 1/3$  [1]);  $C_k = \rho \left( \frac{E}{3R_c} \right)^\sigma$  – постоянная,

зависящая от материала и размера контактирующих проводников;  $m = 1, 2, 3, \dots, N$  определяет порядковый номер каждой дополнительной  $j$ -й гармоники, причем  $2m$  соответствует четным составляющим, где  $s = 1, 2, 3, \dots, 2m$ , а  $(2m + 1)$  – каждой нечетной, для которых  $s = 1, 2, 3, \dots, 2m + 1$ .

На основании представленной системы уравнений (8) реализован блок в виде расчетной модели. Данный блок учитывает появляющиеся дополнительные гармоники тока в процессе исследования и влияет на входное значение тока, протекающего через ЭКС. Таким образом, все выходные данные системы связаны с соответствующими входными данными обратной связью.

На рис. 2 представлен общий вид модели ЭКС. Модель спроектирована таким образом, чтобы наглядно показать изменения тока, протекающего в системе, имеющей ЭКС.

Модель позволяет задавать амплитудное значение тока  $\bar{I}_0$ , протекающего через ЭКС в отсутствие вибрации, в блоке «In  $I_0$ ». Система уравнений (8) реализована в виде расчетного блока «Contact Connection». Данный блок учитывает появляющиеся дополнительные гармоники тока в

процессе исследования и влияет на входное значение тока, протекающего через ЭКС. Выходными данными, позволяющими оценить текущее состояние ЭКС, служат прижимное контактное усилие  $P(t)$ , основной структурный параметр  $\gamma$ , возникающие дополнительные гармоники тока  $I_j$  в процентном соотношении относительно  $I_0$ , падение напряжения  $U_k$  на ЭКС. Все мгновенные значения вышеперечисленных параметров за период исследования фиксируются на общем графике в блоке «CC data».

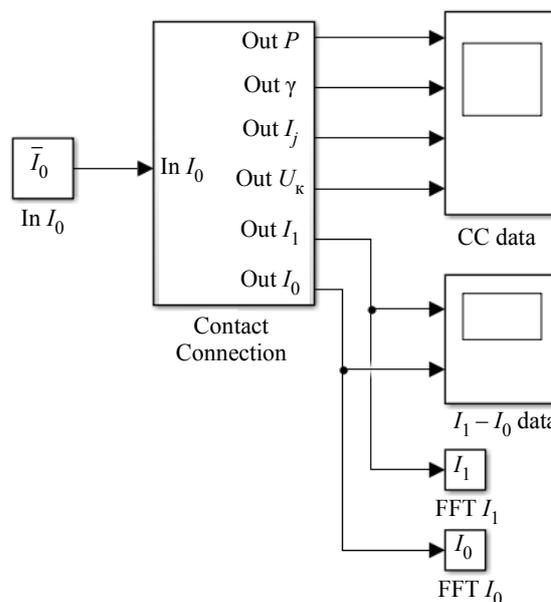


Рис. 2. Общий вид модели  
Fig. 2. General view of the model

Чтобы провести дополнительное исследование с помощью преобразования Фурье FFT, отдельный график блока « $I_1 - I_0$  data» выводятся значения тока  $I_0$ , протекающего через ЭКС в отсутствие вибрации, и значения тока  $I_1$  с учетом возникающих гармоник. Анализ тока  $I_0$  выполняется по результатам данных, регистрируемых в блоке «FFT  $I_0$ »; для тока  $I_1$ , соответственно, изменения фиксируются в блоке «FFT  $I_1$ ».

**Анализ разработанной модели.** Предположим, что в системе, содержащей ЭКС, амплитудное значение тока составляет  $I_0 = 10$  А с частотой 50 Гц; в таком случае, период сигнала составит 0.02 с. Будем рассматривать поведение модели на промежутке 0.2 с, т. е. 10 периодов сигнала тока, при этом прижимное усилие  $P_0$  составляет 0.01 Н, а с момента 0.06 с постепенно увеличивается до значения 2 Н.

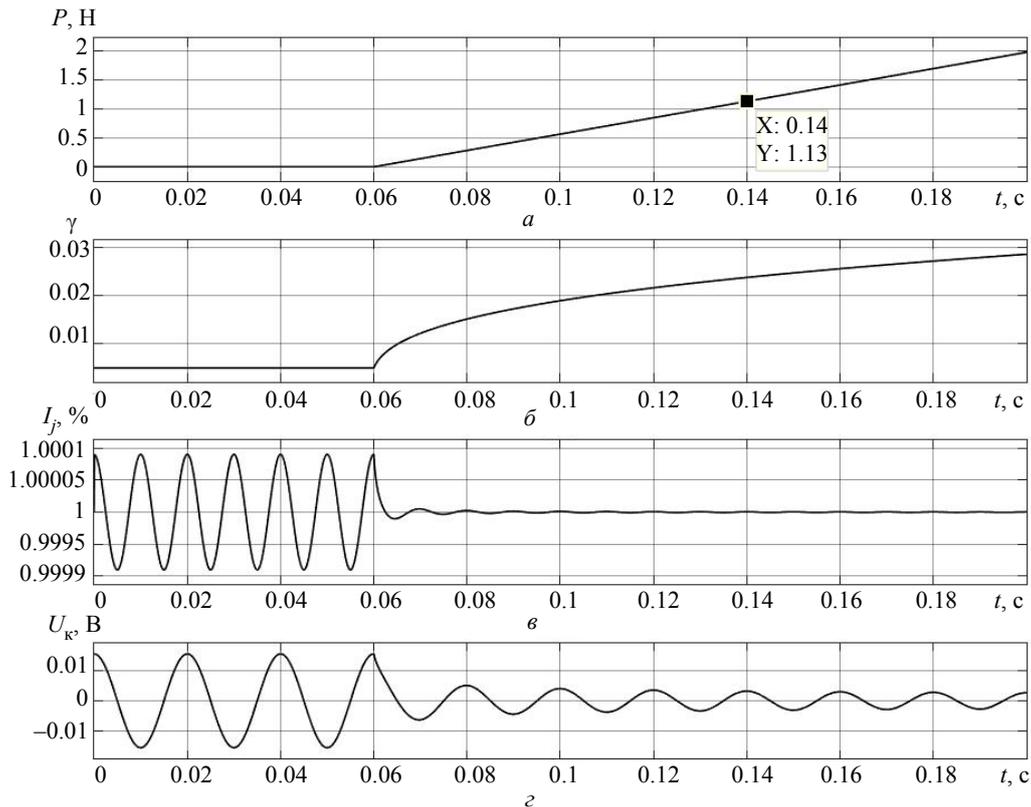


Рис. 3. Результат блока «CC data»:  $a$  – график изменения прижимного усилия,  $b$  – график изменения основного структурного параметра,  $c$  – график изменения суммарного вклада дополнительных гармоник,  $d$  – график изменения падения напряжения на контакте

Fig. 3. The result of the «CC data» block:  $a$  – clamping force change graph,  $b$  – main structural parameter change graph,  $c$  – total contribution of additional harmonics graph,  $d$  – contact voltage drop change graph

Из графиков (рис. 3) видно, что в период исследования до 0.06 с амплитудное значение падения напряжения  $U_k$  на ЭКС составляет 0.0155 В, а суммарный вклад дополнительных гармоник  $I_j$  достигает 1.0001 % от амплитудного значения тока, протекающего через ЭКС в отсутствие вибрации. Стоит заметить, что подобные изменения гармонического состава тока также характеризуют изменение прижимного усилия  $\Delta P$  в результате электродинамического взаимодействия токов в области сужения ЭКС.

Легко заметить, что при увеличении прижимного усилия  $P(t)$  до 1.13 Н система достигает минимальных установившихся значений по колебаниям дополнительных гармоник тока, так как переходная функция не отличается более, чем на 1 %.

В таком случае амплитудное значение падения напряжения  $U_k$  на ЭКС уменьшается до 2.8 мВ, а суммарный вклад дополнительных гармоник  $I_j$  до 1.0000004 % от амплитудного значения тока  $I_0$ . Таким образом, для конкретной исследуемой системы и проводника можно сделать вывод, что более эффективное и качественное

функционирование ЭКС может быть достигнуто при значении структурного параметра  $\gamma < 0.0237$ . Именно поэтому  $\gamma$  – основной параметр контакта, позволяющий оценить общее состояние ЭКС.

Результаты расчета тока по модели, изображенной на рис. 2, представлены на рис. 4, где  $I_1$  – ток, протекающий через ЭКС под действием вибрации, а  $I_0$  – ток, протекающий через контакт в отсутствии вибрации.

Полученные графики представляют собой аналог, который можно получить на реальном стенде с помощью осциллографа, и легко заметить, что верхний и нижний графики визуально не имеют различий. Подобные выводы, которые встречаются на практике, представляют собой упущение в рамках проведения процедур по оптимизации и повышению эффективности электротехнических комплексов и систем. Именно поэтому для получения точных данных требуется проведение дополнительного спектрального анализа этих сигналов с помощью встроенного в модель алгоритма быстрого преобразования Фурье (FFT).

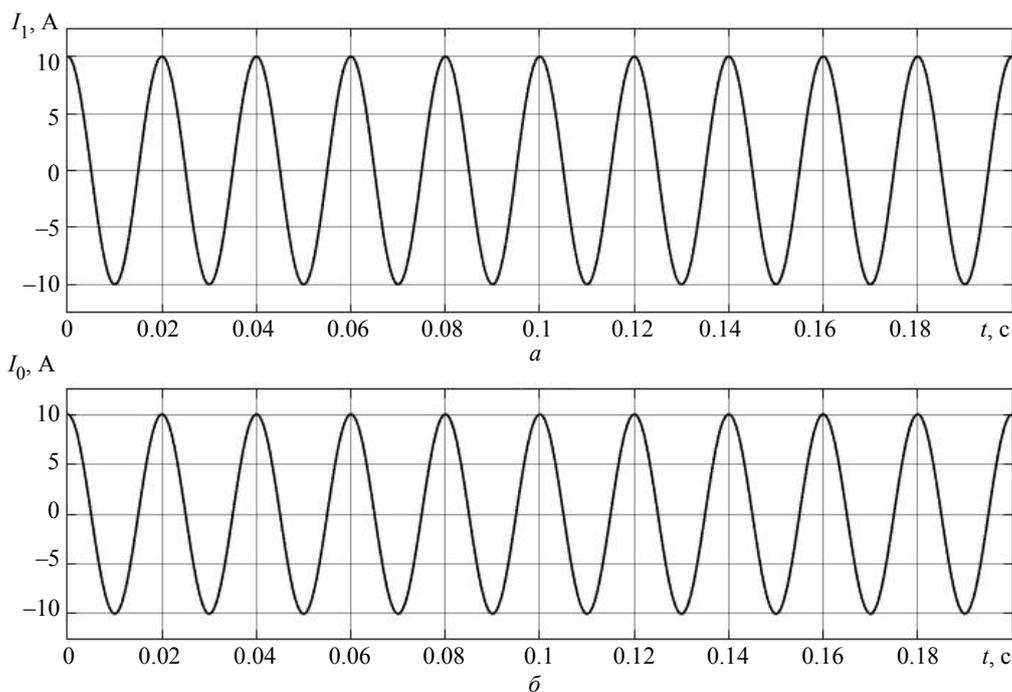


Рис. 4. Результат блока « $I_1 - I_0$  data», графики изменения тока, протекающего через контакты:  $a$  – под действием вибрации,  $b$  – в отсутствие вибрации

Fig. 4. « $I_1 - I_0$  data» block results, graphs of the change in the current flowing through the contacts:  $a$  – under vibration,  $b$  – without vibration

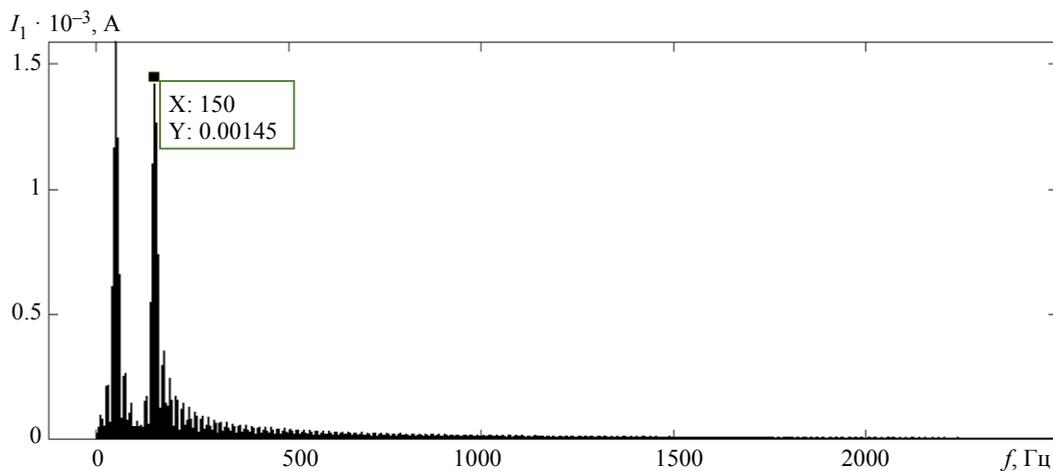


Рис. 5. Анализ тока  $I_1$  на всем периоде исследования

Fig. 5. Analysis of the current  $I_1$  over the entire study period

Анализ тока, протекающего через ЭКС в отсутствие вибрации, проводится для одного периода сигнала  $I_0$  с 0.02 до 0.04 с. Анализ показывает, что первая, она же и единственная, гармоника спектра очевидно соответствует частоте синусоидального сигнала 50 Гц. Анализ тока  $I_1$  на том же периоде исследования при  $P_0 = 0.01$  Н показывает появление дополнительной гармоники тока на частоте 150 Гц в соотношении 0.004521 % от суммарного вклада тока, протекающего через ЭКС. Появление дополнительной гармоники обосновано электродинамическим взаимодей-

ствием тока в области стягивания контакта и, как следствие, вибрацией ЭКС. При рассмотрении анализа тока  $I_1$  на периоде установившегося сигнала с 0.16 до 0.18 с при изменяющемся значении  $P_0$  от 1.41 до 1.69 Н заметно появление целого спектра дополнительных гармоник с наивысшей порядковой гармоникой на частоте 2650 Гц. Тем не менее, при установившемся процессе по току общий вклад дополнительных гармоник тока ниже, чем при значении структурного параметра и  $\gamma < 0.0237$ . Анализ тока  $I_1$  (рис. 5) проводится на всем периоде исследования сигнала.

Результаты демонстрируют, что видимая частотная область спектрального распределения тока достигает 2500 Гц, причем остаточные гармоники, расположенные в области  $10^{-6}$  % от общего вклада, достигают 5000 Гц.

**Выводы.** Полученные данные обосновывают наличие вибрационного шума в области практического применения ЭКС, а именно слышимых вибрационных колебаний в высокочастотном диапазоне. Это подтверждает теоретические расчеты изменения гармонического состава тока, протекающего через контактное соединение в

результате электродинамического взаимодействия токов в области сужения ЭКС. Следовательно, правильно выставленный параметр конструктивного сжатия позволяет минимизировать падение качества ЭКС в рамках эксплуатации, а также снизить негативное влияние вибрационного шума на всю систему, включающую ЭКС.

Выводы, сделанные на основании моделирования, могут быть использованы при подборе точности оборудования для реализации лабораторного стенда с целью практического подтверждения результатов.

---

#### Список литературы

1. Sepp Yu. I., Kosyanov N. M. The state of an electrical contact connection as a diagnostic object // 2021 Intern. Conf. on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&QM&IS). Yaroslavl, RF. 2021. P. 331–334. doi: 10.1109/ITQMIS53292.2021.9642749.

2. Чихос Х. Системный анализ в трибонике / пер. с англ. С. А. Харламова. М.: Мир, 1982. 351 с.

3. Yang S. J., Ellison A. J. Machinery noise measurement. Oxford, England: Clarendon Press, 1985. 165 s.

---

#### Информация об авторах

**Сепп Юрий Иосифович** – канд. техн. наук, доцент кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».  
E-mail: yus@ieee.org

**Косьянов Никита Михайлович** – аспирант кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».  
E-mail: nikmaniwe@gmail.com

---

#### References

1. Sepp Yu. I., Kosyanov N. M. The state of an electrical contact connection as a diagnostic object // 2021 Intern. Conf. on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&QM&IS). Yaroslavl, RF. 2021. P. 331–334. doi: 10.1109/ITQMIS53292.2021.9642749.

2. Chihos H. Sistemnyj analiz v tribonike / per. s angl. S. A. Harlamova. M.: Mir, 1982. 351 s. (In Russ.).

3. Yang S. J., Ellison A. J. Machinery noise measurement. Oxford, England: Clarendon Press, 1985. 165 p.

---

#### Information about the authors

**Yury I. Sepp** – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Robotics and Automation of Production Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.  
E-mail: yus@ieee.org

**Nikita M. Kosyanov** – postgraduate student of the Department of Robotics and Automation of Production Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.  
E-mail: nikmaniwe@gmail.com

Статья поступила в редакцию 11.05.2023; принята к публикации после рецензирования 23.05.2023; опубликована онлайн 25.09.2023.

Submitted 11.05.2023; accepted 23.05.2023; published online 25.09.2023.

---