

Моделирование микроспутниковой системы управления «Парасоль» на основе линейного квадратичного регулятора

Медфранк Мба Дит Обианг[✉], В. К. Орлов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина),
Санкт-Петербург, Россия

[✉] medfranckobiangmba@gmail.com

Аннотация. Модель системы управления микроспутником «Парасоль» направлена на повышение устойчивости и производительности работы малых спутников на низкой околоземной орбите. В данной работе представлена структура моделирования, основанная на методологии линейного квадратичного регулятора (LQR) широко признанной оптимальной стратегии управления. Подход LQR особенно подходит для систем, требующих точного управления с минимальными затратами энергии, что делает его идеальным для микроспутников, работающих в условиях строгих ограничений по мощности. Моделирование с использованием среды MatLab/Simulink включает в себя динамические модели ориентации и орбитальной механики микроспутника, что позволяет оценить эффективность контроллера LQR в поддержании желаемой ориентации и траектории. В этом исследовании подробно описана математическая модель положения «зонтика», включая представление в пространстве состояний, определение функции стоимости и расчет усиления обратной связи. Реализован контроллер линейного квадратичного регулятора в модели с обратной связью в MatLab/Simulink. Предоставлены данные по ориентации в контексте сценария микроспутника парасоль и его географические координаты. Результаты моделирования демонстрируют эффективность реализованного контроллера линейного квадратичного регулятора в стабилизации положения «зонтик».

Ключевые слова: линейный квадратичный регулятор, парасольный микроспутник, MatLab/Simulink, моделирование, космический аппарат

Для цитирования: Мба Дит Обианг Медфранк, Орлов В. К. Моделирование микроспутниковой системы управления «Парасоль» на основе линейного квадратичного регулятора // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 6. С. 42–53. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-6-42-53.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Simulation of a PARASOL Microsatellite Control System Model Based on the Linear Quadratic Regulator

Medfranck Mba Dit Obiang[✉], V. K. Orlov

Saint Petersburg State Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

[✉] medfranckobiangmba@gmail.com

Abstract. The Parasol microsatellite control system model aims to enhance the stability and performance of small satellite operations in low Earth orbit. This paper presents a simulation framework based on the Linear Quadratic Regulator (LQR) methodology, which is a widely recognized optimal control strategy. The LQR ap-

proach is particularly suited for systems requiring precise control with minimal energy expenditure, making it ideal for microsatellites that operate under strict power constraints. The simulation using the MatLab/Simulink environment incorporates dynamic models of the microsatellite's attitude and orbital mechanics, allowing for an assessment of the LQR controller's effectiveness in maintaining desired orientation and trajectory. In this study, we first of all detailed the mathematical model of the Parasol's position, including state-space representation, cost function definition, and feedback gain computation. Then we implemented the Linear Quadratic Regulator controller in a closed-loop model in MatLab/Simulink. After we provided attitude control data in the context of the Parasol microsatellite scenario and his geographic coordinates. Finally, the simulation results demonstrate the effectiveness of the implemented Linear Quadratic Regulator controller in stabilizing Parasol's position.

Keywords: linear quadratic regulator, parasol microsatellite, MatLab/Simulink, simulation, spacecraft

For citation: Mba Dit Obiang Medfranck, Orlov V. K., Simulation of a PARASOL Microsatellite Control System Model Based on the Linear Quadratic Regulator // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 6. P. 42–53. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-6-42-53.

Conflict of interests. The authors declare no conflicts of interests.

Введение. Микроспутник «Парасоль», жизненно важный инструмент для наблюдения за Землей с акцентом на атмосферные исследования, в значительной степени полагается на свою систему управления для точного сбора данных. Этот спутник, предназначенный для измерения поляризации и анизотропии отражения для атмосферных наук в сочетании с наблюдениями с лидара, нуждается в точной ориентации и стабильности на своей орбите, чтобы обеспечить качество и согласованность своих измерений. Любое отклонение от запланированной траектории или нежелательные вибрации могут существенно повлиять на точность работы приборов, особенно чувствительного лидара. Здесь важнейшую роль играет система управления спутником [1].

Одним из мощных методов, используемых для управления динамическими системами – такими, как «Парасоль», служит линейный квадратичный регулятор (Linear Quadratic Regulator, LQR). Он предлагает оптимальную стратегию управления за счет минимизации функции стоимости, которая уравнивает производительность спутника (насколько точно он отслеживает желаемую траекторию и минимизирует помехи) и усилие управления (количество топлива, потребляемого двигателями). Этот баланс имеет решающее значение для долгосрочных миссий, например «Парасоль», где топливная эффективность имеет первостепенное значение. Алгоритм LQR вычисляет оптимальную матрицу усиления, которая определяет, как входы управления (срабатывание двигателя) должны реагировать на отклонения от желаемого состояния (положение, скорость и ориентация) [2].

Помимо базовой LQR, современные системы управления спутниками часто включают в себя более совершенные методы. Например, адаптив-

ный LQR может регулировать усиление управления в режиме реального времени в зависимости от изменяющихся условий окружающей среды – сопротивление атмосферы, давление солнечного излучения и др. Такая адаптируемость повышает надежность и эффективность системы управления, особенно в условиях непредсказуемых помех. Еще одним важным фактором служит отказоустойчивость. В случае неисправности подруливающего устройства система управления должна иметь возможность перенастроить себя и сохранить устойчивость с помощью оставшихся приводов. Это часто включает в себя такие методы, как обнаружение неисправностей и изоляция с последующей реконфигурацией контроллера LQR. Кроме того, современные системы управления спутниками часто включают фильтрацию Калмана для точной оценки состояния спутника. Поскольку измерения с датчиков всегда подвержены шуму и неточностям, фильтрация Калмана помогает получить более точную оценку фактического положения, скорости и ориентации спутника, что имеет важное значение для эффективного управления. Наконец, сложный аспект управления таким спутником, как «Парасоль», заключается в приведении конкретных требований к его научным приборам. Система управления должна обеспечивать чрезвычайно стабильную точность наведения для получения высококачественных данных, особенно для лидарного прибора, который требует очень специфического выравнивания по заданным атмосферным характеристикам. Это часто обуславливает необходимость использования реактивных колес в сочетании с двигателями для более точного управления и минимизации джиттера.

Разработка математической модели системы на базе космического аппарата «Парасоль». Система ориентации микроспутника «Парасоль» основана на сложной математической модели, использующей линейный квадратичный регулятор для точного маневрирования. LQR – мощный метод оптимального управления, хорошо подходящий для сложных систем, требующих высокой производительности и точности. Это особенно важно в военных или разведывательных приложениях, где точное наведение и стабильность имеют важное значение для максимального разрешения изображения и минимизации сопутствующего ущерба во время маневров. Проектирование эффективного LQR-контроллера для «Парасоли» зависит от тщательно сформулированной математической модели и выбора соответствующих конструктивных параметров, которые напрямую влияют на производительность контроллера. Центральное место в проектировании LQR занимает определение показателей эффективности, инкапсулированных в квадратичную функцию стоимости. Эта функция математически выражает компромисс между достижением желаемых значений состояния и усилиями по контролю, необходимыми для достижения этих значений. Функция затрат эффективно уравнивает стремление к точному управлению (минимальному отклонению от целевого состояния) с ограничениями системы – расходом топлива, ограничениями привода или доступностью мощности. В контексте «зонтика» переменные состояния, включенные в эту функцию стоимости, вероятно, охватывают ориентацию спутника, представленную углами крена, тангажа и рысканья, а также соответствующие угловые скорости. В зависимости от конкретных целей миссии положение и скорость спутника также могут быть включены в вектор состояния. Весовые коэффициенты в функции стоимости – важнейшие параметры проекта. Эти весовые коэффициенты определяют относительную важность, придаваемую минимизации ошибок состояния по сравнению с минимизацией усилий по контролю. Например, большее значение ошибки ориентации будет иметь приоритет для достижения желаемой точности наведения, потенциально – за счет увеличения расхода топлива. И наоборот, акцент на минимизации управляющих усилий сэкономит ресурсы, но может привести к большему времени отклика или менее точному управлению ориентацией. Точная настройка этих весовых коэффициентов

имеет решающее значение для оптимизации работы контроллера в соответствии с конкретными требованиями миссии. Кроме того, расчет LQR для должен учитывать внешние возмущения – давление солнечной радиации, атмосферное сопротивление, гравитационные изменения и др. Эти возмущения могут существенно повлиять на ориентацию спутника и орбитальные параметры, что требует надежной конструкции контроллера для поддержания стабильности и производительности отслеживания. Структура LQR позволяет включать подобные возмущения в модель, позволяя контроллеру предвидеть и компенсировать их последствия. Эта надежность жизненно важна для обеспечения успешного выполнения миссии «Парасоль», особенно в контексте наблюдения за Землей, где точность наведения имеет первостепенное значение. Наконец, точное моделирование тензора инерции спутника и динамики привода имеет решающее значение для эффективности контроллера LQR. Неточности в этих параметрах модели могут привести к ухудшению производительности и нестабильности. Таким образом, тщательная идентификация системы и оценка параметров служат важными этапами в процессе проектирования. Эффективность контроллера LQR основана на предпосылке о том, что динамика системы линейна, что представляет обоснованное предположение для незначительных возмущений, окружающих стабильные условия работы. Тем не менее, по мере того, как отклонения становятся больше, эффекты нелинейностей могут сильно влиять на производительность, что требует использования более сложных методов, например планирования усиления или методов нелинейного управления. Стоимостная функция J , связанная с контроллером LQR, может быть представлена следующим образом:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt,$$

где \mathbf{x} – вектор состояния; \mathbf{u} – входное управление; \mathbf{Q} – симметричная положительная полуопределенная матрица, которая наказывает отклонения от желаемых состояний; \mathbf{R} – симметричная положительная определенная матрица, которая «наказывает» за чрезмерное усилие управления.

Для малых углов можно аппроксимировать эти уравнения вблизи стандартного условия. Это сокращение приводит к представлению в пространстве состояний, пригодному для проектирования LQR:

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

где $x = [p; q; r; \theta_x; \theta_y; \theta_z]$ – угловые скорости, $p; q; r; \theta_x; \theta_y; \theta_z$ – углы Эйлера; A – матрица состояния и B – матрица управления [2].

Таким образом, реализация контроллера LQR для системы «Парасоль» требует точной линейной модели ее динамики. Эта модель должна подробно отражать поведение системы для обеспечения оптимальной производительности контроллера. Чтобы проанализировать динамику ориентации микроспутника «Парасоль», начнем с уравнений Эйлера для движения твердого тела, которые описывают, как твердое тело вращается в трехмерном пространстве. Приведенное уравнение выглядит следующим образом:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -I\omega^2 + M,$$

где I – матрица инерции; ω – вектор угловой скорости; M – внешние крутящие моменты, действующие на спутник.

Этапы разработки проекта контроллера LQR для спутника «Парасоль»:

1. Создание представления системы в пространстве состояний. Для этого необходимо определить матрицу состояния A и матрицу управления B , а также выбрать соответствующие весовые матрицы Q и R . P – решение, которое необходимо определить.

2. Определить решение математического уравнения, известного как непрерывное алгебраическое уравнение Риккати [2]:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0,$$

где P – неизвестная симметричная матрица размером $n \times n$; R – симметричная положительно определенная матрица штрафов за управление размером $m \times m$.

3. Вычисление матрицы: оптимальная матрица усиления с обратной связью может быть выражена [3] как $K_{LQR} = R^{-1}B^{-1}P$.

4. Реализация закона управления обратной связью, входные данные управления могут быть выражены следующим образом:

$$u = -K_{LQR}x,$$

где u – управляющее воздействие (управляющий сигнал), формируемое регулятором.

Микроспутник «Парасоль» использует систему ориентации, в которой LQR – основной компонент для поддержания и корректировки его

ориентации в пространстве. Структурная схема процесса моделирования контроллера LQR представлена на рис. 1 [4].



Рис. 1. Структурная схема процесса моделирования

Fig. 1. Block Diagram of the simulation process

Моделирование в MatLab/Simulink линейного квадратичного регулятора.

1. Опорный входной каскад – критически важный компонент системы ориентации микроспутника. Он служит для четкого определения траектории ориентации цели, по которой спутник должен следовать на протяжении всей своей миссии. Эта траектория может включать в себя определенные углы Эйлера, а именно крен, тангаж и рысканье, которые должны быть достигнуты в различные моменты времени. Точно так же для задач связи антенны спутника должны точно совпадать с наземными станциями или другими спутниками, чтобы обеспечить надежную передачу данных. Четко определенный опорный вход не только направляет управление ориентацией микроспутника, но и способствует общему успеху его миссии, согласуясь с конкретными оперативными целями.

2. Оценка состояния: поскольку полное знание фактического состояния спутника (ориентация и угловые скорости) часто недоступно, необходим оценщик состояния. Обычно для этого используется фильтр Калмана, мощный алгоритм, который объединяет зашумленные данные датчиков (например, от звездных датчиков, датчиков солнца, магнитометров) для получения оптимальной оценки состояния спутника. Точность оценки состояния напрямую влияет на произво-

дительность контроллера LQR. Настройка параметров фильтра Калмана имеет решающее значение для обеспечения баланса между шумоподавлением и отзывчивостью.

3. Проектирование контроллера LQR. Включает в себя проектирование самого контроллера LQR. Для этого необходимо определить состояние системы и матрицы управления (A , B , Q , R), которые отражают динамику спутника и желаемые эксплуатационные характеристики. Весовые матрицы Q и R играют решающую роль в балансировке управляющих усилий и отклонения состояния от эталона. Правильный выбор Q и R часто представляет итеративный процесс, потенциально включающий методы оптимизации для достижения оптимального баланса между стабильностью и быстродействием. Здесь также должны быть учтены ограничения для крутящего момента привода.

4. Внедрение динамической модели. В симуляцию включается высокоточная динамическая модель микроспутника Demeter. Эта модель должна учитывать свойства инерции (тензор инерции), внешние возмущения (например, крутящий момент градиента силы тяжести, аэродинамическое сопротивление, давление солнечного излучения) и характеристики привода (например, пределы насыщения, динамика). Точность этой модели имеет жизненно важное значение для реалистичности и надежности результатов моделирования. Для повышения точности могут быть использованы передовые методы моделирования, например анализ методом конечных элементов.

5. Анализ выходных данных (ориентации). В заключительный этап входит анализ моделируемой ориентации микроспутника. Это включает в себя оценку таких показателей, как время установления, выброс, ошибка стационарного состояния и устойчивость к возмущениям. Для анализа часто используются визуализации профиля ориентации спутника.

Завершая последний шаг, можно заметить, что эти результаты предоставляют ценную информацию о производительности контроллера и могут потребовать итеративных улучшений конструкции контроллера LQR и/или динамической модели спутника. На рис. 2 представлена структурная схема оптимального контроллера линейного квадратичного регулятора для микроспутниковой системы.

C – матрица, которая может определять структуру системы или использоваться для связи между состоянием системы и выходом; y – выходной сигнал системы, который измеряется или

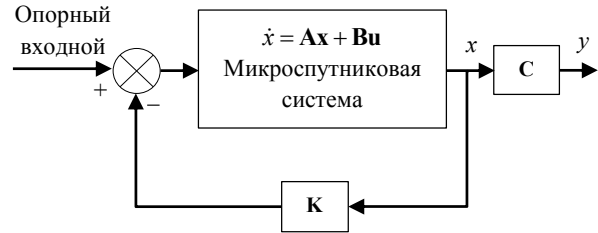


Рис. 2. Структурная схема оптимального контроллера линейного квадратичного регулятора для микроспутниковой системы

Fig. 2. Block diagram of Linear Quadratic Regulator optimal controller for the microsatellite system

анализируется; K – матрица оптимального усиления, определяющая закон управления в виде обратной связи по состоянию.

Проектирование. Основные параметры спутника «Парасоль», использованного в моделировании, приведены в таблице. Среди них такие важные аспекты, как масса спутника, которая существенно влияет на его орбитальное поведение и уязвимость к гравитационным воздействиям. Кроме того, момент инерции, тензор, который подробно описывает, как распределяется масса относительно его центра тяжести, имеет жизненно важное значение для нашего анализа. Представленные орбитальные характеристики, вероятно, охватывают большую полуось, эксцентриситет, наклон, прямое восхождение восходящего узла и аргумент перигея. Вместе эти факторы точно очерчивают траекторию «Парасоля» вокруг Земли, определяя его высоту, геометрию его орбиты (будь то круговая или эллиптическая) и его ориентацию по отношению к экваториальной плоскости Земли.

Параметры микроспутника «Парасоль» в моделировании
Parameters for Microsatellite in the simulation

Параметр	Значения
Масса спутника, кг	120
Ширина сателлита, м	0.5
Высота спутника, м	0.8
Глубина спутника, м	0.3
Матрица инерции спутника	$I_x = 7.3$ $I_y = 3.4$ $I_z = 8.9$
Угловая скорость орбиты, ...°/с	$\omega_x = 0$ $\omega_y = 0$ $\omega_z = 0.00334$
Угол крена, ϕ , ...°	-1.57
Угол тангажа, θ , ...°	0
Угол рысканья, ψ , ...°	0
Большая полуось	$7083e^3$
Эксцентрисичность	0.01
Склонность	98.2
Прямое восхождение восходящего узла	100
Аргумент периаписа	90
Истинная аномалия	57.9

В задачах моделирования движения спутника (как его орбитального движения, так и вращения вокруг своей оси) модель часто записывается в пространстве состояний, а матрицы **A** и **B** полученные в ходе моделирования в MatLab, определяют «скелет» поведения системы:

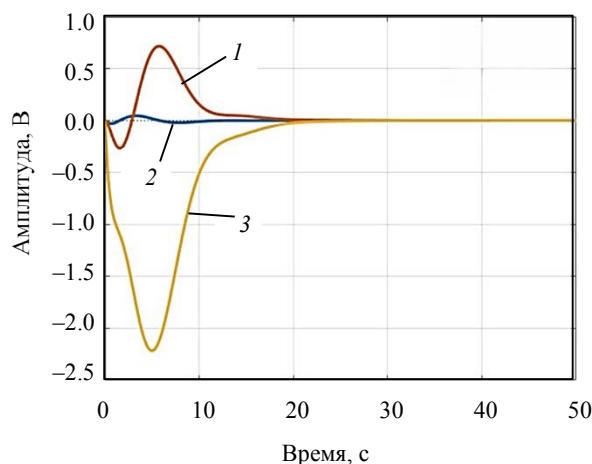
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2192 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.3820 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1370 \\ 0 \\ -0.1124 \end{bmatrix}.$$

Матрицы **A** и **B**, представляют собой модель пространства состояний системы, где **A** – матрица состояния и **B** – матрица управления.

Матрица **A** описывает внутреннюю динамику системы, развитие ориентации с течением времени без какого-либо внешнего воздействия. Она включает в себя такие элементы, как инерция, гравитационные моменты и аэродинамические воздействия, если это применимо. Матрица **B** представляет собой матрицу управления, показывающую, как входные данные управления влияют на состояние системы.

После создания матриц взвешивания в контексте LQR анализируем, как корректировки этих матриц, в частности **Q** (которая представляет взвешивание состояния) и **R** (входное взвешивание), влияют на производительность результирующей системы управления. **Q**-матрица оценивает стоимость отклонений от заданного пути состояния, в то время как **R**-матрица накладывает штраф на размер управляющих воздействий. Исследуя эти манипуляции, нужно понять их влияние на поведение системы управления. Это исследование имеет решающее значение для оптимизации производительности системы для достижения желаемых результатов при одновременном управлении компромиссом между точностью состояния и затратами на ввод. По сути, взаимодействие между **Q**- и **R**-матрицами играет значительную роль в формировании стратегии управления и эффективности реакции системы на отклонения от заданной траектории. На рис. 3–5 показана начальная реакция на ступенчатое изменение значений матриц **Q** и **R** [5].

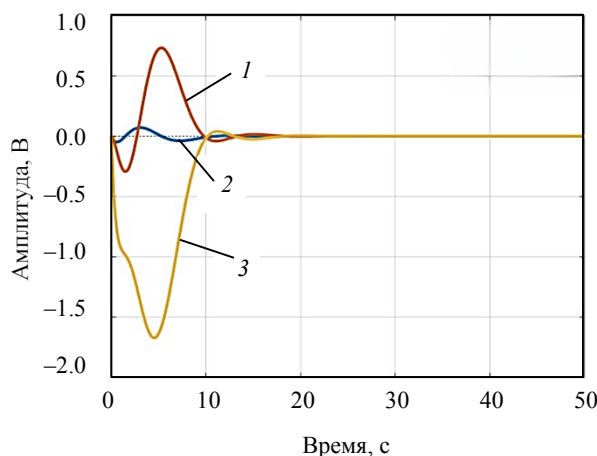
Проведение экспериментов с добротностью при сохранении **R** неизменным показывает, что увеличение компонентов **Q** повышает производительность отслеживания, хотя это также может привести к более существенным управляющим сигналам (рис. 5).



1 – тантаж; 2 – крен; 3 – рыскание

Рис. 3. Начальная ступенчатая реакция с $\mathbf{Q} = \text{diag}([1,1,1,1])$ и $\mathbf{R} = ([1])$

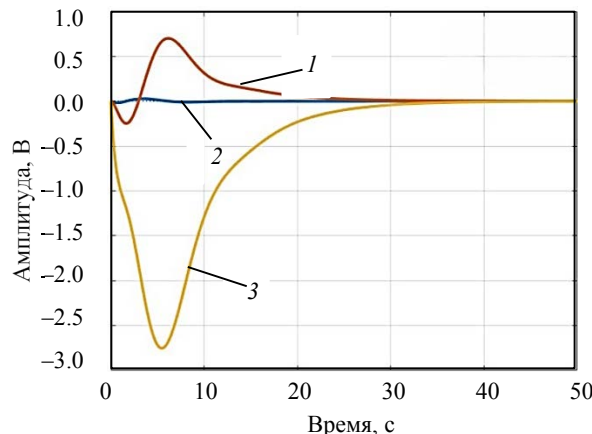
Fig. 3. Initial Step Response with $\mathbf{Q} = \text{diag}([1,1,1,1])$ and $\mathbf{R} = ([1])$



1 – тантаж; 2 – крен; 3 – рыскание

Рис. 4. Ступенчатая характеристика с $\mathbf{Q} = \text{diag}([3,3,3,3])$ и $\mathbf{R} = ([1])$

Fig. 4. Step Response with $\mathbf{Q} = \text{diag}([3,3,3,3])$ and $\mathbf{R} = ([1])$



1 – тантаж; 2 – крен; 3 – рыскание

Рис. 5. Ступенчатая реакция с $\mathbf{Q} = \text{diag}([1,1,1,1])$ и $\mathbf{R} = ([3])$

Fig. 5. Initial Step Response with $\mathbf{Q} = \text{diag}([1,1,1,1])$ and $\mathbf{R} = ([3])$

Корректировка \mathbf{R} при сохранении \mathbf{Q} без изменений показывает, что уменьшение компонентов \mathbf{R} позволяет выполнять более смелые действия по управлению для улучшения отслеживания. Тем не менее, это сопряжено с компромиссом между потенциально более высоким потреблением энергии или большим износом приводов.

Следующий шаг включает в себя определение матрицы коэффициента усиления \mathbf{K}_{LQR} . Эта матрица играет жизненно важную роль в выполнении оптимального управления в системе ориентации микроспутника «Парасоль». Вычисление усиления LQR достигается обращением к алгебраическому уравнению Риккати. Это уравнение обычно представляется следующим образом:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} - \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{Q} = 0,$$

где \mathbf{S} – решение алгебраического уравнения Риккати.

Выигрыш \mathbf{K} служит решением уравнения Риккати (\mathbf{S}), вместе с собственными значениями системы замкнутого цикла, представленными как $\mathbf{E} = \text{eig}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$. Матрицы получены из программного обеспечения среды MatLab следующим образом:

$$\mathbf{K} = [1 \quad 8.5272 \quad -15.8724 \quad -5.7092];$$

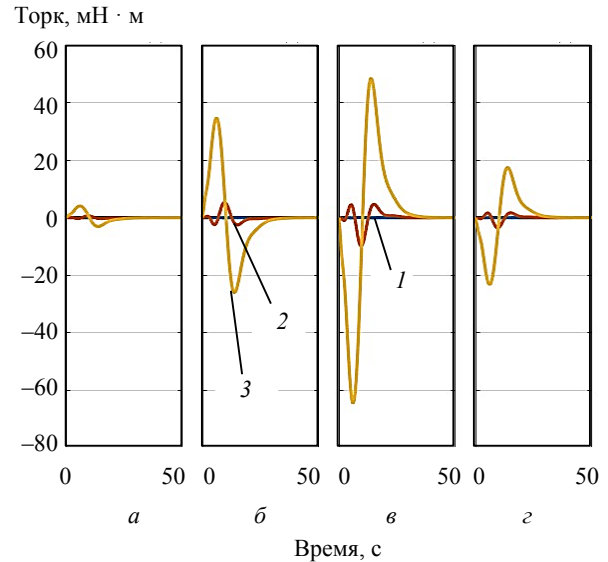
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 5.8636 & 13.0189 & -5.7092 & 6.9724 \\ 13.0189 & 111.2826 & -102.911 & 59.7811 \\ -5.7092 & -102.911 & 163.5032 & 15.7977 \\ 6.9724 & 59.7811 & 15.7977 & 123.6961 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -0.3058 + 0.0i \\ -0.3764 + 0.6744i \\ -0.3764 - 0.6744i \\ -0.7511 + 0.0i \end{bmatrix},$$

где i – обозначает мнимую единицу.

Модель Simulink моделирует динамику положения спутника, показывая, как различные крутящие моменты влияют на его вращение. Эта модель, построенная с использованием взаимосвязанных блоков, представляющих математические операции, интеграторы (необходимые для решения дифференциальных уравнений, управляющих вращательным движением) и инструменты визуализации, выводит графики, отображающие составляющие угловой скорости спутника (ω_x , ω_y , ω_z) во времени. Эти графики дают решающее представление об индивидуальном и комбинированном влиянии различных крутящих моментов на вращение спутника вокруг его фиксированных

осей X , Y и Z . Модель включает в себя несколько ключевых компонентов крутящего момента, каждый из которых играет определенную роль во вращательном поведении спутника: гравитационный градиентный момент, аэродинамический момент, момент давления солнечного излучения и магнитный момент, а также любые управляющие моменты от двигателей или реактивных колес [6].



1 – торк по оси X ; 2 – торк по оси Y ; 3 – торк по оси Z

Рис. 6. Крутящий момент на корпусе микроспутника «Парасоль»

Fig. 6. Torque on the Parasol microsatellite body

Почти постоянный крутящий момент, наблюдаемый по оси x , указывает на сложный механизм управления. Это может быть активная система, непрерывно противодействующая внешним возмущениям, которые в противном случае изменили бы крутящий момент по оси x .

Осцилляционные паттерны, наблюдаемые в компонентах крутящего момента Y и Z на графиках рис. 6, демонстрируют наличие периодических возмущений, действующих на спутник. В частности, наблюдается циклическое увеличение и уменьшение (в интервале от -10 до 10 $\text{мН} \cdot \text{м}$) крутящего момента y между рис. 6, a и z . С другой стороны, можно видеть увеличение и уменьшение крутящего момента z на рис. 6, b и усиленное уменьшение, а затем увеличение того же крутящего момента на рис. 6, $в$, и те же схемы сохранились на рис. 6, $г$, но с меньшими пропорциями. Такое поведение указывает на внешние силы, которые не только различаются по значению, но и потенциально взаимодействуют с активной системой управления, работающей на поддержание стабильности спутника.

Следующий этап исследования включал моделирование замкнутого отклика микроспутника «Парасоль», визуализацию его положения и скорости в ключевых осях X и Y . Этот шаг позволяет анализировать и совершенствовать систему управления спутником. Авторы стремились добиться точного и стабильного контроля над траекторией спутника, гарантируя, что он сможет удерживать желаемую орбиту и выполнять намеченную миссию, это показано на рис. 7 [7].

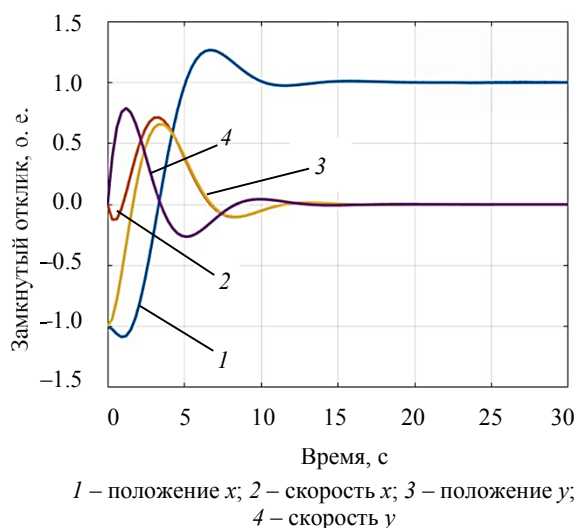


Рис. 7. Замкнутый отклик микроспутника «Парасоль»
Fig. 7. Closed-loop response of Parasol microsatellite

Наша следующая цель включает в себя анализ стабильности и частотной характеристики микроспутника «Парасоль» с помощью графика Найквиста. Вместо представления одного графика, анализ Найквиста для «зонтика» разбит на четыре отдельных графика на рис. 8, a – $г$ [8].

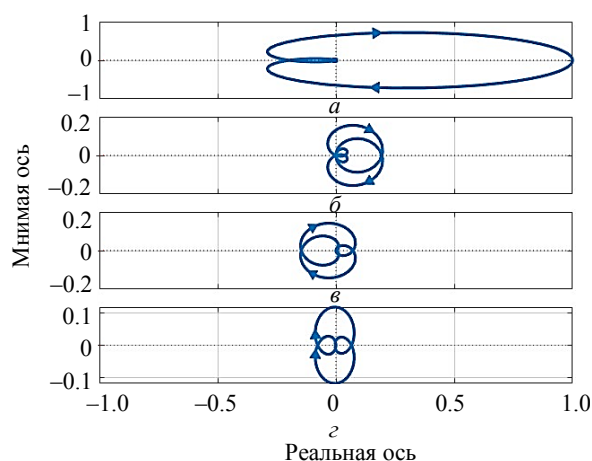


Рис. 8. График Найквиста для микроспутника «Парасоль» с контроллером LQR: a – поведение системы; b – получение ответа; v – заметное изменение; z – стабилизация системы

Fig. 8. Nyquist plot of Microsatellite Parasol with LQR controller: a – system behavior; b – receiving a response; v – noticeable change; z – system stabilization

Рис. 8, a – исходный график, иллюстрирует поведение системы, начиная с точки $(0,0)$. Его траектория напоминает одиночный однонаправленный круг, что указывает на прямую и стабильную реакцию на более низких частотах. Диаметр круга отражает значение усиления системы на этих частотах, что говорит о том, что система стремится к стабильному выходу в соответствии с правильно функционирующей петлей обратной связи.

В противоположность этому, рис. 8, b показывает более сложный ответ. Хотя он также начинается с $(0,0)$, путь теперь демонстрирует две разные петли. Уменьшенный размер этих петель по сравнению с рис. 8, a подразумевает уменьшение усиления системы на более высоких частотах, потенциально намекая на эффект фильтра нижних частот или естественное затухание высокочастотных сигналов в системе управления спутником.

Рис. 8, v , показывает заметное изменение. Отклик спутника формирует устойчивую, согласованную, взаимосвязанную двухпетлевую траекторию, начинающуюся опять же с $(0,0)$. Почти идеальная круглая форма петель указывает на хорошо демпфированную систему с относительно стабильным усилением во всем показанном диапазоне частот.

Рис. 8, z демонстрирует реакцию, аналогичную реакции рис. 8, v , сохраняя стабильность и почти круговую траекторию. Тем не менее, область, ограниченная петлями в рис. 8, z , значительно меньше, что предполагает дальнейшее снижение усиления на более высоких частотах, что указывает на растущее затухание высокочастотного шума или помех.

Результат. Система ориентации микроспутника «Парасоль» прошла всесторонние эксплуатационные испытания с использованием симуляций MatLab/Simulink. Эти симуляции были не просто поверхностной проверкой, а скорее тщательным исследованием, предназначенным для прогнозирования поведения системы в самых разных условиях эксплуатации и орбитальных возмущениях. Визуализация была выполнена с помощью Aerospace Blockset, специального набора инструментов MatLab, который облегчает динамическое изображение действий спутника. Записи моделирования эффективно проиллюстрировали траекторию движения спутника, точно отражая его ожидаемые движения в инерциальной системе отсчета, центрированной по Земле, как показано на рис. 9 и 10 [9].

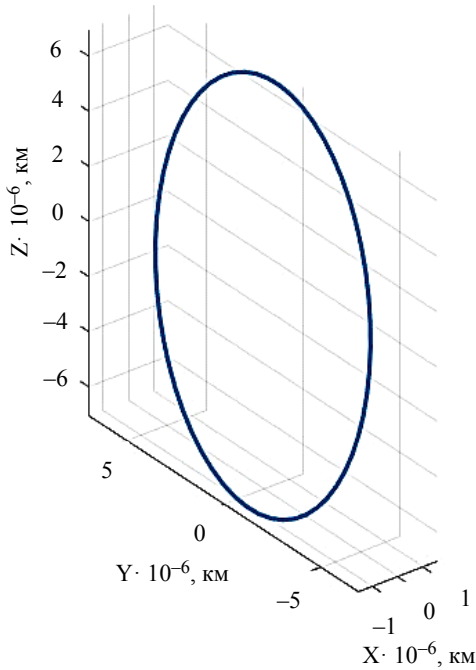


Рис. 9. Траектория микроспутника «Парасоль» в динамической инерциальной системе координат

Fig. 9. Trajectory of the Parasol microsatellite in Dynamic coordinate inertial

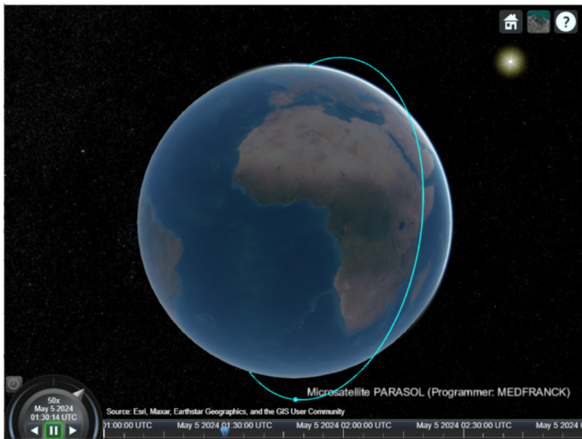


Рис. 10. Просмотрщик сценариев микроспутника «Парасоль»
Fig. 10. Microsatellite Parasol scenario viewer

Программа визуализации траекторий микроспутника.

```
% Очистить рабочее пространство
clear; clc; close all;
% Задать параметры спутника Парасоль
h = 0.8; % Height of satellite (m)
w = 0.5; % Width of satellite (m)
d = 0.3; % Depth of satellite (m)
x1 = [1;0;0;0]; % equilibrium states of the system
x2 = [0;1;0;0]; % equilibrium states of the system
x3 = [0;0;1;0]; % equilibrium states of the system
c1 = [0 0 0 1]; % The corresponding output
c2 = [0 0 1 0]; % The corresponding output
c3 = [0 1 0 0]; % The corresponding output
```

```
Ixx = (1/12)*m*(h^2+d^2); % Moment of inertia around axis X
Iyy = (1/12)*m*(w^2+d^2); % Moment of inertia around axis Y
Izz = (1/12)*m*(h^2+w^2); % Moment of inertia around axis Z
sem = 7083e3; % semiMajorAxis in meters
ecc = 0.01; % small eccentricity
inclination = 98.2; % inclination in degrees
RAAN = 100; % RAAN
ARGOPPERIAPSIS = 90;% ARGOPPERIAPSIS in degrees
TrueAnomaly = 57.9; % TrueAnomaly in degrees
% Параметры сценария спутника
startTime = datetime('2024-05-05 01:00:00','TimeZone','UTC');
% startTime = datetime('2024-05-05 04:00:00','TimeZone','UTC');
stopTime = startTime + hours(2);
sampleTime = 1;
% Представление пространства состояний
A = [0 1 0 0;0 0 -Izz/Ixx 0;0 0 0 1;0 Iyy/Izz 0 0]; % System dynamics
B = [0;1/Ixx;0;-1/Izz]; % Output dynamics
C = eye(4); % Input Dynamics
D = zeros(4,1); % Feedthrough
% Определить матрицы весов для LQR
Q = diag([1,1,1,1]); % State weighting matrix
R = diag([1]); % Input weighting matrix
% Вычислить матрицу усиления LQR, K_LQR
K_LQR = lqr(A,B,Q,R);
% Определить крен, тангаж и рыскание системы
Roll = ss(A-B*K_LQR,B(:,1)*K_LQR(1,:)*x1,c1,0);
Pitch = ss(A-B*K_LQR,B(:,1)*K_LQR(1,:)*x2,c2,0);
Yaw = ss(A-B*K_LQR,B(:,1)*K_LQR(1,:)*x3,c3,0);
% Матрица A замкнутой системы
A_cl = A-B*K_LQR;
closed_loop_sys = ss(A_cl,B,C,D);
% Вычислить момент силы на корпусе спутника
Torque1=(K_LQR*(Roll^2)); % Rotational force on the Roll
Torque2 = (K_LQR*(Pitch^2)); % Rotational force on the Pitch
Torque3 = (K_LQR*(Yaw^2)); % Rotational force on the Roll
% Параметры моделирования
tFinal = 30;
t = linspace(0,tFinal,100);
% Step input
u_step = ones(size(t));
% Моделирование отклика с помощью функции lsim
initial_conditions = [-1;0;-1;0] % Initial conditions for states
[y,t,x] =lsim(closed_loop_sys,u_step,t,initial_conditions);
% Сценарий спутника
```

```
scenario = satelliteScenario(
startTime,stopTime,sampleTime);
parasolSatellite = satellite(
scenario,sem,ecc,inclination,RAAN,ARGOPF,
RIAPSIS,TrueAnomaly,'Name','Microsatellite Parasol (Programmer: MEDFRANCK)');
play(scenario);
```

Анализ орбитальной траектории микроспутника «Парасоль», первоначально описанного с использованием инерциальной системы координат Earth-Centered Inertial (ECI), имеет важное значение для достижения точного управления ориентацией. Рамка ECI зафиксирована относительно звезд, обеспечивая стабильную привязку для расчетов по небесной механике. Однако для таких практических применений, как связь с наземной станцией и наблюдение за Землей, ориентация и положение спутника должны быть поняты в рамках географической системы координат (GCS). GCS привязан к вращающейся Земле и использует широту, долготу и высоту для определения местоположения (рис. 11) [10].

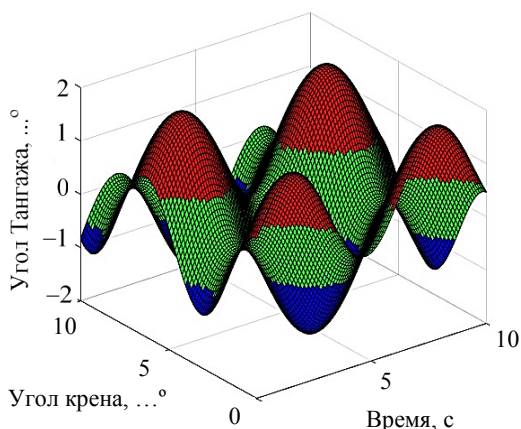


Рис. 11. Данные управления ориентацией микроспутника «Парасоль»

Fig. 11. Parasol microsatellite attitude control data

Преобразование в географическую систему координат имеет решающее значение по нескольким причинам. Во-первых, он обеспечивает бесшовную интеграцию между данными дистанционного зондирования и наземными наблюдениями, что позволяет эффективно коррелировать измерения, полученные со спутника «Парасоль», и соответствующие наземные особенности и явления. Во-вторых, точное знание положения в географической системе координат имеет важное значение для оптимизации наведения научных приборов на борту спутника. Такая оптимизация необходима для максимального повышения качества собираемых данных, поскольку она гаранти-

рует, что измерения точно совпадают с намеченными целями на Земле. Иллюстрацию можно увидеть на рис. 12 [10].

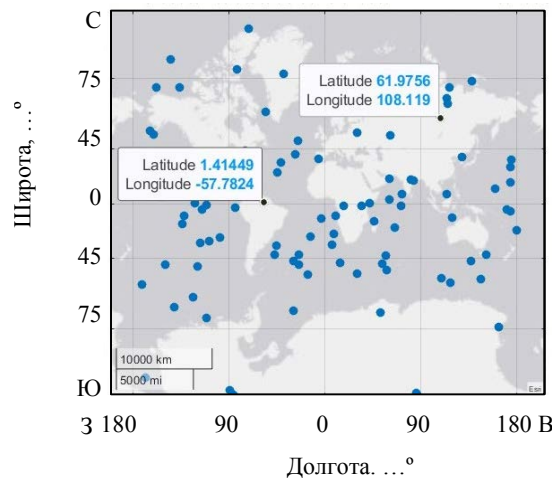


Рис. 12. Данные управления ориентацией микроспутника «Парасоль» в географических координатах

Fig. 12. Parasol microsatellite attitude control data in geographic coordinates

Географические координаты 61.9756 Ш и 108.119 ВД, указанные в симуляции, соответствуют местоположению в Республике Саха (Якутия), расположенной в Дальневосточном федеральном округе Российской Федерации. А широта 1.41449 и долгота -57.7824 соответствуют местоположению в северной части Южной Америки на суверенной территории Бразилии, а именно в штате Пара, недалеко от границы с Гайаной и Суринамом.

Программа для визуализации данных управления положением в географических координатах

```
% Генерация примерных данных
time = linspace(0, 10, 100); % Time vector
pitch = sin(time)*0; % Simulated pitch values
roll = cos(time)*(-90); % Simulated roll values
yaw = (time / 10)*0; % Simulated yaw values
% Создание сетки для построения графиков при необходимости
[X, Y] = meshgrid(time, time);
Z = sin(X) + cos(Y); % Example surface based on pitch and roll
colormap(jet); % Apply 'jet' colormap to the figure
s = surf(X, Y, Z); % Create surface plot
xlabel('Время (с)');
ylabel('Угол крена (градусы)');
zlabel('Угол тангажа (градусы)'); % Label for Z-axis
% Установка границ цвета для улучшения визуализации
caxis([-2 2]); % Adjust according to your data range
```

```
colorbar; % Display color bar for reference
% Определение пользовательской цветовой кар-
ты (опционально)
customColors = [0 0 1; 0 1 0; 1 0 0];
colormap(customColors); % Apply custom colormap
latitudes = rand(100,1) * 180 - 90; % Random lati-
tudes between -90 and +90 degrees
longitudes = rand(100,1) * 360 - 180; % Random
longitudes between -180 and +180 degrees
figure;
geoscatplot(latitudes, longitudes,[],"filled"); % Scatter
plot with color based on Z values
colorbar; % Show color scale corresponding to Z
values
colormap(jet); % Use jet colormap again or any other
preferred one.
```

Заключение. Результаты моделирования наглядно демонстрируют эффективность реализованного линейно-квадратичного контроллера в стабилизации положения микроспутника парасоль. Помимо обеспечения быстрой и надежной

стабилизации от внешних возмущений, контроллер также обеспечивает точное управление ориентацией, гарантируя тем самым оптимальное поддержание траектории и ориентации, необходимое для научных наблюдательных миссий.

Показано, что система управления, представленная в статье, демонстрирует хорошую адаптивность к динамическим изменениям спутника, что имеет решающее значение для эксплуатационных ограничений микроспутников. Следует отметить простоту реализации контроллера в цифровой среде, что облегчает его интеграцию во встроены архитектуры.

Подход, основанный на квадратично-линейном управлении, служит надежным и эффективным решением для управления позиционированием и ориентацией микроспутников, открывая путь для будущих разработок, включая адаптивные или надежные стратегии для работы в более сложных пространственных условиях.

Список литературы

1. Polarized reflectances of natural surfaces: Spaceborne measurements and analytical modeling / F. Maignan, F.-M. Bréon, E. Fédèle, M. Bouvier // *Remote Sensing J.* Vol. 113, no. 3. P. 2642–2650. doi: 10.1016/j.rse.2009.07.022.
2. Augusto F., Lorenzo N. The generalized discrete algebraic Riccati equation in linear-quadratic optimal control // *J. Automatica.* 2013. Vol. 49, no. 2. P. 471–478. doi: 10.1016/j.automatica.2012.11.006.
3. Nurdan B., Metin Salamci U. Determination of optimal feedback gain matrix for a class of nonlinear systems // 15th Intern. Carpathian Control Conf. (ICCC 2014). Velke Karlovice, Czech Republic: 2014. P. 46–51. doi: 10.1109/CarpathianCC.2014.6843567.
4. Gembong Edhi S., Wijaya K., Amroy Casro L. Linear Quadratic Regulator Controller (LQR) for AR. Drone's safe landing // IEEE ICSJET. Lombok, Indonesia, 2019. P. 228–233. doi: 10.1109/SJET48054.2019.8986078.
5. Saldaña Enderica C. A., Llata J. R., Torre-Ferrero C. Optimization of Q and R matrices with genetic algorithms to reduce oscillations in a rotary flexible link system // *Robotics J.* 2024. Vol. 13, no. 6. P. 84. doi: 10.3390/robotics13060084.
6. Ibrahim S. A., Yamaguchi E. Comparison of solar radiation torque and power generation of deployable solar panel configurations on nanosatellites // *Aerospace J.* Vol. 6, no. 5. P. 50. doi: 10.3390/aerospace6050050.
7. Zhang Y., Chen Z. A Closed-loop control allocation method for satellite precision pointing // Intern. Conf. on Industrial Inform. Beijing, China: IEEE, 2012. P. 1108–1112. doi: 10.1109/INDIN.2012.6301164.
8. Low Earth Orbit Satellite Attitude Stabilization using linear quadratic regulator / E. U. Enejor, F. M. Dahunsi, K. F. Akingbade, I. O. Nelson // *Eur. J. Eng. Comp. Sci.* Vol. 7, no. 3. P. 505–512. doi: 10.24018/ejce.2023.7.3.505.
9. Raw data simulation of spaceborne synthetic aperture radar with accurate range model / L. Haisheng, A. Junshe, J. Xiujie, L. Meiyang // *Sensing J.* Vol. 15, no. 11. P. 2705. doi: 10.3390/rs15112705.
10. Geographically-informed modeling and analysis of platform attitude jitter in GF-7 sub-meter stereo mapping satellite / H. Xia, X. Tang, F. Mo, J. Xie, X. Li // *Sensors J.* Vol. 23, no. 14. P. 6316. doi: 10.3390/s231406316.

Информация об авторах

Мба Дит Обианг Медфранк – аспирант кафедры радиотехнических систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ». E-mail: medfranckobiangmba@gmail.com

Владимир Константинович Орлов – канд. технич. наук, профессор, зам. зав. кафедрой радиотехнических систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ». E-mail: vkorlov@etu.ru

References

1. Polarized reflectances of natural surfaces: Spaceborne measurements and analytical modeling / F. Maignan, F.-M. Bréon, E. Fedèle, M. Bouvier // *Remote Sensing J.* Vol. 113, no. 3. P. 2642–2650. doi: 10.1016/j.rse.2009.07.022.
2. Augusto F., Lorenzo N. The generalized discrete algebraic Riccati equation in linear-quadratic optimal control // *J. Automatica.* 2013. Vol. 49, no. 2. P. 471–478. doi: 10.1016/j.automatica.2012.11.006.
3. Nurdan B., Metin Salamci U. Determination of optimal feedback gain matrix for a class of nonlinear systems // 15th Intern. Carpathian Control Conf. (ICCC 2014). Velke Karlovice, Czech Republic: 2014. P. 46–51. doi: 10.1109/CarpathianCC.2014.6843567.
4. Gembong Edhi S., Wijaya K., Amroy Casro L. Linear Quadratic Regulator Controller (LQR) for AR. Drone's safe landing // *IEEE ICSJET.* Lombok, Indonesia, 2019. P. 228–233. doi: 10.1109/SIET48054.2019.8986078.
5. Saldaña Enderica C. A., Llata J. R., Torre-Ferrero C. Optimization of Q and R matrices with genetic algorithms to reduce oscillations in a rotary flexible link system // *Robotics J.* 2024. Vol. 13, no. 6. P. 84. doi: 10.3390/robotics13060084.
6. Ibrahim S. A., Yamaguchi E. Comparison of solar radiation torque and power generation of deployable solar panel configurations on nanosatellites // *Aerospace J.* Vol. 6, no. 5. P. 50. doi: 10.3390/aerospace6050050.
7. Zhang Y., Chen Z. A Closed-loop control allocation method for satellite precision pointing // *Intern. Conf. on Industrial Inform.* Beijing, China: IEEE, 2012. P. 1108–1112. doi: 10.1109/INDIN.2012.6301164.
8. Low Earth Orbit Satellite Attitude Stabilization using linear quadratic regulator / E. U. Enejor, F. M. Dahunsi, K. F. Akingbade, I. O. Nelson // *Eur. J. Eng. Comp. Sci.* Vol. 7, no. 3. P. 505–512. doi: 10.24018/ejece.2023.7.3.505.
9. Raw data simulation of spaceborne synthetic aperture radar with accurate range model / L. Haisheng, A. Junshe, J. Xiujie, L. Meiyang // *Sensing J.* Vol. 15, no. 11. P. 2705. doi: 10.3390/rs15112705.
10. Geographically-informed modeling and analysis of platform attitude jitter in GF-7 sub-meter stereo mapping satellite / H. Xia, X. Tang, F. Mo, J. Xie, X. Li // *Sensors J.* Vol. 23, no. 14. P. 6316. doi: 10.3390/ijgi13110413.

Information about the authors

Mba Dit Obiang Medfranck – postgraduate student at the Department of Radio Engineering Systems at the Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: medfranckobiangmba@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0009-8387-6545>

Vladimir K. Orlov – Cand. Sci. (Eng.), Professor, Deputy Head of the Department of Radio Engineering Systems at the Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: vkorlov@etu.ru

Статья поступила в редакцию 20.02.2026; принята к публикации после рецензирования 20.04.2026; опубликована онлайн 29.06.2026.

Submitted 20.02.2026; accepted 20.04.2026; published online 29.06.2026.