

УДК 62-83 + 681.513.3

М. П. Белов, Н. В. Лань

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Разработка дискретного оптимального квадратичного управления электроприводом наведения оптико-механических комплексов

Рассматривается система дискретного оптимального квадратичного управления электроприводом наведения оптико-механических комплексов с целью подавления упругих свойств в механической части и компенсации отрицательного влияния внешних возмущающих воздействий. Описывается способ построения дискретной векторно-матричной модели электропривода оптико-механических комплексов, представленного в виде двухмассовой системы с упругими связями. Представлен математический подход к синтезу системы дискретного оптимального квадратичного управления с обратной связью переменных состояния объекта на базе решения алгебраического уравнения Риккати. При проектировании оптимальной системы управления для восстановления неизменяемых координат вектора переменных состояния используется наблюдатель на основе фильтра Калмана. Результаты моделирования выполнены в среде MATLAB/Simulink с целью оценки работоспособности линейно-квадратичного регулятора по заданным собственным числам замкнутой системы при различных значениях весовых матриц регулирования.

Оптико-механический комплекс, дискретное оптимальное квадратичное управление, двухмассовая система, наблюдатель, фильтр Калмана

Система управления электроприводами (СУЭП) наведения оптико-механических комплексов (ОМК) при слежении за заданной точкой осуществляется опорно-поворотным устройством, содержащим приводные двигатели, преобразователи и механические конструкции. Создание таких СУЭП относится к сложным задачам современного приборостроения, требующим высококачественного наведения. К особенностям систем электроприводов наведения ОКМ относятся наличие зазора, нелинейных упругих свойств механических конструкций, значительных моментов трения в движущихся частях конструкции, ветровых и динамических нагрузок, из-за которых могут возникать автоколебания в переходном процессе системы, приводящие к полной нестабильности работы систем управления. Слежение ОКМ отличается пониженным запасом устойчивости и быстротечностью процесса систем управления. В условиях разнообразных нелинейных возмущений обеспечить стабилизацию и управляемость движения ОКМ в раз-

личных режимах удается при автоматическом управлении. Современным подходом к решению задач управления электроприводами ОКМ считается дискретное оптимальное квадратичное управление (Discrete Linear Quadratic Regulator – DLQR-управление).

Построение математического описания объекта управления (ОУ). При математическом описании электропривода наведения ОКМ по азимутальной оси можно считать их электромеханическую часть в виде двухмассовой упругой системы с сосредоточенными параметрами, конструкция которой схематически представлена на рис. 1.

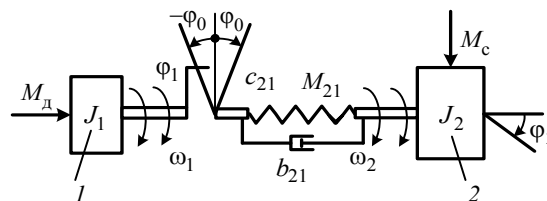


Рис. 1

Двухмассовая система состоит из двух сосредоточенных инерционных масс, соединенных безынерционным упругим валом. Упругая связь характеризуется коэффициентами жесткости и демпфирования. На рис. 1 показаны: I – момент инерции первой массы J_1 (суммарный момент инерции ротора двигателя, вала оси и внутренних колец подшипников); 2 – момент инерции второй массы J_2 (трубы телескопа); c_{21} – коэффициент жесткости; b_{21} – коэффициент демпфирования вала; $\varphi_1, \omega_1, \varphi_2, \omega_2$ – угловые положения и скорости первой и второй масс соответственно; φ_0 – зазор в кинематике редуктора; M_{21} – момент упругой связи между массами; M_{f1}, M_{f2} – моменты трения движения в подшипниках первой и второй масс; M_c – внешний возмущающий момент, действующий на вторую массу (например, момент ветровой нагрузки). К массе 1 приложен электромагнитный момент двигателя M_d . Согласно закону Ньютона, вращающий момент равен противодействующему моменту двигателя.

Структурная схема линейризованной системы наведения электропривода ОМК с учетом жесткости конструкции представлена на рис. 2 [1].

Для математического описания объекта используется уравнение Лагранжа второго рода [2], записанное в виде

$$M \ddot{\varphi} + B \dot{\varphi} + C \varphi = F, \quad (1)$$

где M, B, C – матрицы моментов инерций, демпфирования, жесткостей соответственно; φ – угол поворота; F – матрица внешних воздействий.

Предположим, что зазор в механической передаче не учитывается из-за его малого значения. На основе (1) можно записать систему уравнений равновесия моментов электропривода наведения ОМК азимутального радиотелескопа в виде

$$\begin{cases} M_d - M_{21} - b_{21}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - M_{f1} = J_1 \ddot{\varphi}_1; \\ M_{21} = c_{21}(\varphi_1 - \varphi_2); \\ M_{21} + b_{21}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - M_{f2} - M_c = J_2 \ddot{\varphi}_2; \\ M_d = \frac{\beta_3}{T_3 s + 1}(u_{p.c} - \dot{\varphi}_1), \end{cases}$$

где $u_{p.c}$ – управляющее воздействие регулятора скорости на вход ОУ; β_3 – жесткость линейризованной механической характеристики двигателя; T_3 – электрическая постоянная времени фазной обмотки двигателя; $s = d/dt$ – преобразование Лапласа. При этом систему дифференциальных уравнений ОУ можно переписать в виде

$$\begin{cases} \frac{dM_d}{dt} = -\frac{1}{T_3} M_d - \frac{\beta_3}{T_3} \omega_1 + \frac{\beta_3}{T_3} u_{p.c}; \\ J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_d - M_{21} - b_{21}(\omega_1 - \omega_2) - M_{f1}; \\ \frac{dM_{21}}{dt} = c_{21}(\omega_1 - \omega_2); \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{21} + b_{21}(\omega_1 - \omega_2) - M_{f2} - M_c. \end{cases}$$

Стандартная форма линейного векторно-матричного описания объекта в непрерывном времени имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_c \mathbf{x}(t) + B_c \mathbf{u}(t) + B_m \mathbf{M}_c; \\ \mathbf{y}(t) = C_c \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(t) = [M_d \ \omega_1 \ M_{21} \ \omega_2]^T$ – вектор состояния системы;

$$A_c = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_3} & -\frac{\beta_3}{T_3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1} & -\frac{b_{21}}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & \frac{b_{21}}{J_1} \\ 0 & c_{21} & 0 & -c_{21} \\ 0 & \frac{b_{21}}{J_2} & \frac{1}{J_2} & -\frac{b_{21}}{J_2} \end{bmatrix}$$

– матрица состояния ОУ;

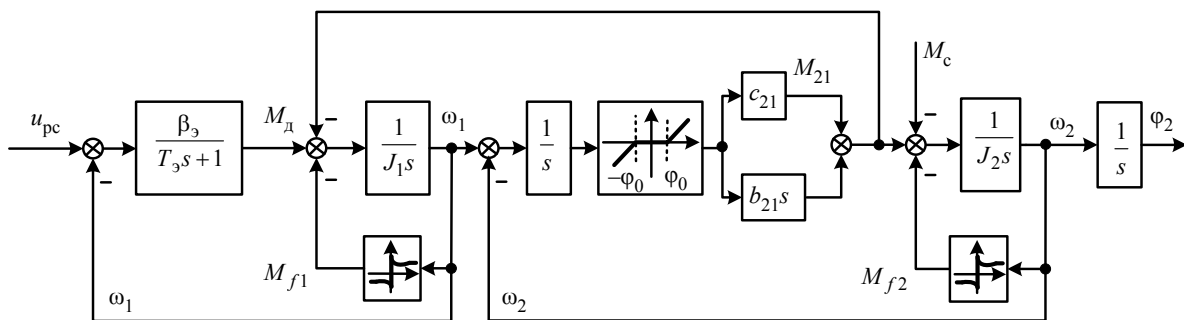


Рис. 2

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \end{bmatrix}$$

– матрица входа по возмущению;

$$B_c = \begin{bmatrix} \frac{\beta_3}{T_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
 – матрица входа по управлению;

$M_c = [M_{f1} \ M_{f2} \ M_c]^T$ – вектор возмущающих воздействий; $C_c = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$ – матрица выхода (уставки датчика скорости первой массы); $\mathbf{u}(t) = u_{p.c}$ – вектор управляющего воздействия; $\mathbf{y}(t) = \omega_1$ – вектор выхода.

Синтез системы DLQR-управления. При исследовании цифрового управления необходимо перевести модель объекта управления к дискретной модели [3]. Системы дискретного линейного оптимального управления в цифровом управлении представляют большой интерес.

Рассмотрим решение задачи синтеза DLQR-регулятора в дискретном времени. Будем считать, что модель электропривода ОМК, описываемая системой уравнений (2), линейная, а в дискретном векторно-матричном виде она примет вид

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k); \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \quad (3)$$

где $A = e^{A_c T}$, $B = \int_0^T e^{A_c \tau} B_c d\tau$, $C = C_c$ – дискрет-

ные матрицы коэффициентов системы, управления входа, наблюдения выхода соответственно; T – период дискретизации; $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{y}(k)$ – векторы состояния в дискретном времени, дискретного управляющего воздействия, выхода.

Рассмотрим задачу построения закона DLQR-управления для системы (3) в форме линейной обратной связи по состоянию ОУ:

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) = -(k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4), \quad (4)$$

где $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$ – вектор коэффициентов DLQR-управления.

После подстановки (4) в (3) замкнутая система управления примет вид

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = (A - BK)\mathbf{x}(k); \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k). \end{cases} \quad (5)$$

При этом характеристические числа матрицы замкнутой системы $A - BK$ могут быть произвольно расположены на комплексной плоскости посредством соответствующе полученного вектора \mathbf{K} , если система (5) полностью управляемая. Если система (5) стабилизируемая, то \mathbf{K} можно выбрать так, чтобы замкнутая система стала устойчивой [4].

За критерий качества работы системы управления принимается функционал качества ОУ в виде квадратичной формы

$$J(k) = 0.5 \sum_{k=1}^n \mathbf{x}(k)^T Q_r \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k)^T R_r \mathbf{u}(k), \quad (6)$$

где $Q_r \geq 0$, $R_r > 0$ – весовые диагональные матрицы переменных состояния ОУ и управляющих воздействий регулирования.

Классический метод оптимизации функционала качества (6) основан на решении алгебраического уравнения Риккати [4]:

$$A^T P_r + P_r A - P_r B R_r^{-1} B^T P_r + Q_r = 0. \quad (7)$$

При этом вектор коэффициентов обратных связей \mathbf{K} определяется в соответствии с выражением

$$\mathbf{K} = R_r^{-1} B^T P_r,$$

где P_r – положительно определенное решение алгебраического уравнения Риккати (7).

Минимальное значение функционала качества ОУ (6) равно

$$J_{\min}(k) = \mathbf{x}_0^T P_r \mathbf{x}_0.$$

В среде MATLAB/Simulink вектора \mathbf{K} вычисляется с помощью команды

$$\mathbf{K} = \text{dlqr}(A, B, Q_r, R_r).$$

Для анализа устойчивости замкнутой системы (5) обозначают корни уравнения

$$\det \begin{bmatrix} \lambda I - A & -B R_r^{-1} B^T \\ -Q_r & \lambda I + A^T \end{bmatrix} = 0,$$

где I – единичная матрица, которые по модулю строго меньше, чем 1. Тогда λ_i ($i=1, \dots, 4$) пред-

ставляет собой собственные числа замкнутого оптимального регулятора, работающего в установившемся режиме. Эти результаты будут использоваться в дальнейшем при анализе поведения характеристических чисел замкнутой системы ОМК.

Наблюдатель Калмана для оценки состояния и внешнего возмущения. При применении систем управления с оптимальным квадратичным регулятором требуется информация о переменных состояния ОУ. Но в практическом применении, как в системе управления электроприводом ОМК, трудно измерить скорость нагрузки ω_2 и момент упругой связи между массами M_{21} . Кроме того, для обеспечения точного оценивания вектора переменных состояния при наличии внешнего возмущения M_c , действующего на объект, необходимо, чтобы оно было идентифицировано. При этом наблюдатель, спроектированный для расширенного объекта, дополненного уравнениями внешнего возмущающего воздействия, представляет собой вектор координат расширенной системы.

В данной статье рассмотрим наблюдатель состояния на основе фильтра Калмана (Kalman Filter) [5]. Векторно-матричная модель наблюдающего устройства при наличии шумов системы и измерений для синтеза алгоритма фильтра Калмана имеет вид

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_p(k+1) = A_p \hat{\mathbf{x}}_p(k) + L_p (\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_p(k)) + \\ + B_p \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k); \\ \hat{\mathbf{y}}_p(k) = C_p \hat{\mathbf{x}}_p(k) + \mathbf{v}(k), \end{cases}$$

где

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_3} & -\frac{\beta_3}{T_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1} & -\frac{b_{21}}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & \frac{b_{21}}{J_1} & 0 \\ 0 & c_{21} & 0 & -c_{21} & 0 \\ 0 & \frac{b_{21}}{J_2} & \frac{1}{J_2} & -\frac{b_{21}}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

– матрица состояния расширенной системы; $\hat{\mathbf{x}}_p(k) = [\hat{M}_d \quad \hat{\omega}_1 \quad \hat{M}_{21} \quad \hat{\omega}_2 \quad \hat{M}_c]^T$ – вектор оценки переменных состояния расширенной

системы; $L_p = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4 \quad l_5]$ – матрица коэффициентов наблюдателя Калмана; $B_p = \begin{bmatrix} \beta_3 \\ T_3 \end{bmatrix}$, $C_p = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ – матрицы входа и выхода расширенной системы; $\mathbf{w}(k)$ – вектор шумов типа «белого шума» состояния системы с матрицей ковариации Q_p ; $\mathbf{v}(k)$ – вектор шумов типа «белого шума» измерений, с матрицей ковариации R_p .

Задача наблюдателя Калмана состоит в том, чтобы найти оценку вектора переменных состояния $\hat{\mathbf{x}}(k)$, которая минимизирует среднеквадратичную ошибку (СКО):

$$E \left\{ [\mathbf{x}_p(k) - \hat{\mathbf{x}}_p(k)] M [\mathbf{x}_p(k) - \hat{\mathbf{x}}_p(k)]^T \right\} \rightarrow \min,$$

где M – симметричная положительно определенная матрица.

Наблюдатель Калмана работает по принципу прогноз–коррекция. Предположим, что получена оценка вектора состояния ОУ $\hat{\mathbf{x}}_p(k-1)$ в момент времени $(k-1)$ и необходимо получить оценку в текущий момент k . Для этого построим прогноз оценки $\hat{\mathbf{x}}_p^-(k)$, базируясь на $\hat{\mathbf{x}}_p(k-1)$, и далее корректируем оценку в момент времени k на основе прогноза и измерений, получив текущую оценку вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_p^+(k)$. В этом случае $\hat{\mathbf{x}}_p^-(k)$ называется оценкой априори, $\hat{\mathbf{x}}_p^+(k)$ – оценкой апостериори.

Для алгоритма фильтра Калмана процесс прогноза выполняется по формулам

$$\hat{\mathbf{x}}_p^-(k) = A_p \hat{\mathbf{x}}_p(k-1) + B_p \mathbf{u}(k);$$

$$\mathbf{P}_p^-(k) = A_p \mathbf{P}_p(k-1) A_p^T + Q_p,$$

где $\mathbf{P}_p^-(k)$ – априорная оценка матрицы ковариации ошибки.

Матрица коэффициентов наблюдателя Калмана имеет вид:

$$L_p = \mathbf{P}_p^-(k) C_p^T [C_p \mathbf{P}_p^-(k) C_p^T + R_p]^{-1}.$$

Если вектор выхода системы $\mathbf{y}_p(k)$ измерен, то уравнения процесса коррекции могут быть записаны по формулам

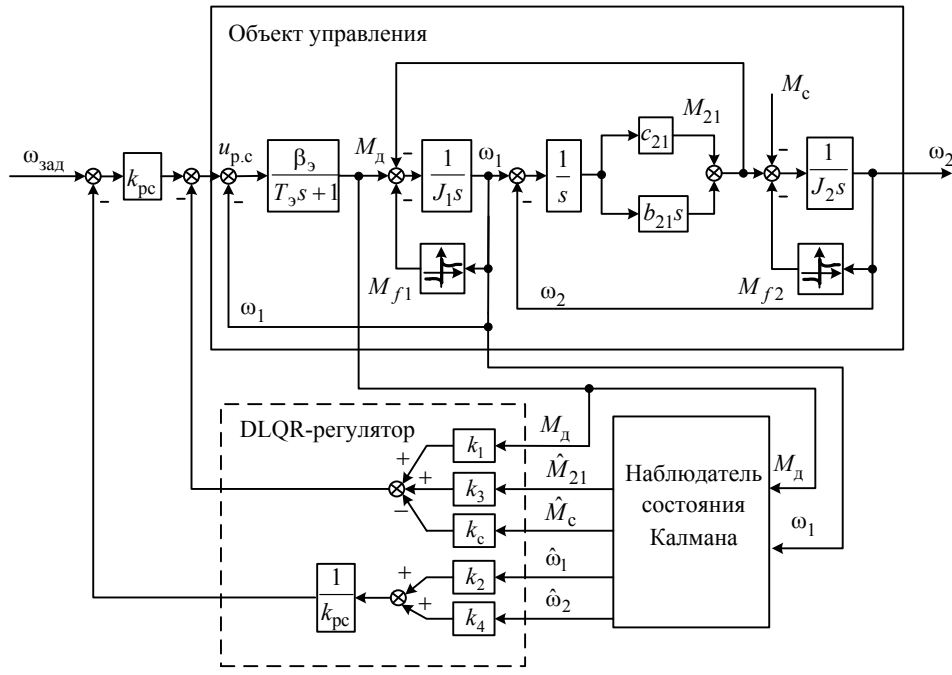


Рис. 3

$$\hat{\mathbf{x}}_p^+(k) = \hat{\mathbf{x}}_p^-(k) + L_p \left[\mathbf{y}_p(k) - C_p \hat{\mathbf{x}}_p^-(k) \right];$$

$$\mathbf{P}_p^+(k) = \left[I - L_p C_p(k) \right] \mathbf{P}_p^-(k),$$

где $\mathbf{P}_p^+(k)$ – апостериорная оценка матрицы ковариации ошибки; I – единичная матрица.

При этом вектор оценки переменных состояния имеет вид

$$\begin{cases} \hat{M}_d(k) = M_d(k-1) + l_1 [\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k-1)]; \\ \hat{\omega}_1(k) = \omega_1(k-1) + l_2 [\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k-1)]; \\ \hat{M}_{21}(k) = \hat{M}_{21}(k-1) + l_3 [\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k-1)]; \\ \hat{\omega}_2(k) = \hat{\omega}_2(k-1) + l_4 [\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k-1)]; \\ \hat{M}_c(k) = \hat{M}_c(k-1) + l_5 [\omega_1(k) - \hat{\omega}_1(k-1)]. \end{cases}$$

Таблица 1

Параметр	Обозначение	Значение
Момент инерции первой массы, кг·м ²	J_1	0.05
Момент инерции второй массы, кг·м ²	J_2	0.1
Коэффициент жесткости, Н·м/рад	c_{12}	45
Коэффициенты внутреннего трения, Н·м·с/рад	b_{12}	0.05
Период дискретности, с	T_s	0.001
Коэффициент механической характеристики двигателя	$\beta_э$	20
Электрическая постоянная времени фазной обмотки двигателя, с	$T_э$	$5 \cdot 10^{-4}$

Результаты компьютерного моделирования.

В данной статье рассмотрена программа в среде MATLAB/Simulink для моделирования линейной системы управления электроприводом наведения ОМК типа «Сажень-Т» [6]. Структурная схема моделирования системы DLQR-управления электроприводом ОМК в контуре скорости представлена на рис. 3.

Как показано на рисунке, наблюдатель состояния Калмана управляется моментом двигателя с выделением ошибки по скорости двигателя. На рисунке обозначены: $\omega_{зад}$ – задающая скорость на входе регулятора скорости; $k_{p,c} = k_2 + k_4$ – коэффициент регулятора скорости в прямой цепи; $k_c = 1/\beta_э$ – выбранный коэффициент компенсации внешнего возмущения \hat{M}_c . Основные параметры объекта управления для компьютерного моделирования приведены в табл. 1. Для исследования влияний параметров DLQR-регулятора на качество переходных процессов скорости объекта управления воспользуемся различными задающими значениями весовых матриц Q_r и R_r . Результаты расчета коэффициентов вектора $\mathbf{K} = [k_1, k_2, k_3, k_4]$ DLQR-регулятора и собственных чисел λ_i ($i = 1, \dots, 4$) замкнутой системы представлены в табл. 2.

Таблица 2

Вариант	$Q_r = \text{diag} \begin{pmatrix} q_1, q_2, \\ q_3, q_4 \end{pmatrix}$	$R_r = \text{diag} (r_1)$	k_1, k_2, k_3, k_4	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$
<i>a</i>	$\text{diag} (1e-4, 0.01, 0.01, 0.01)$	$\text{diag} (5)$	0.0001...0.0501 0.0164...0.0503	$0.3719 + 0.0000i$ $0.9876 + 0.0000i$ $0.9986 + 0.0082i$ $0.9986 - 0.0082i$
<i>b</i>	$\text{diag} (1e-4, 0.01, 0.01, 0.01)$	$\text{diag} (1)$	0.0006...0.1656 0.0572...0.1660	$0.3664 + 0.0000i$ $0.9882 + 0.0000i$ $0.9975 + 0.0081i$ $0.9975 - 0.0081i$
<i>в</i>	$\text{diag} (1e-4, 0.01, 5, 0.001)$	$\text{diag} (10)$	0.0004...0.4305 0.1642...0.4340	$0.3726 + 0.0000i$ $0.9942 + 0.0078i$ $0.9942 - 0.0078i$ $0.9910 + 0.0000i$

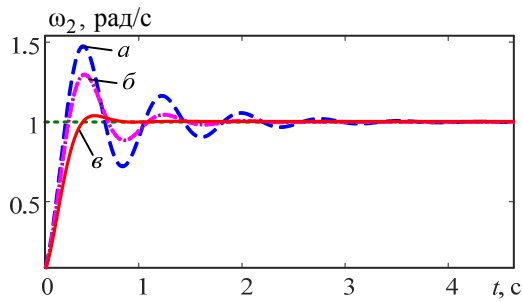


Рис. 4

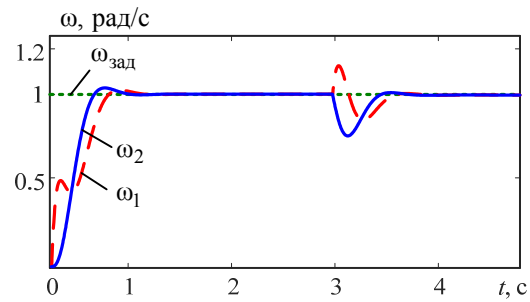


Рис. 5

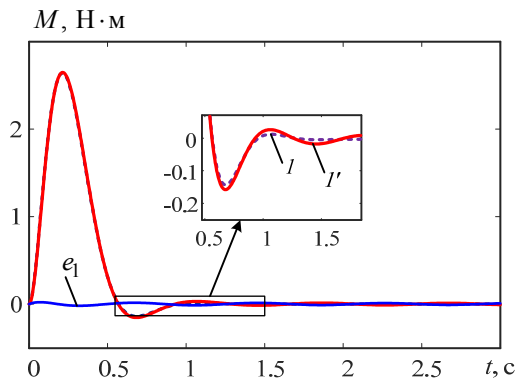


Рис. 6

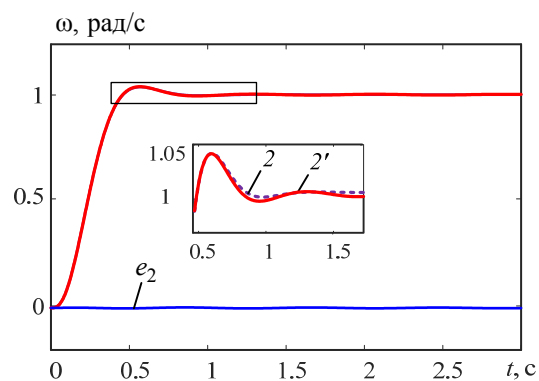


Рис. 7

На рис. 4 показаны переходные характеристики скорости второй массы ω_2 , соответствующие вариантам в табл. 2. В этом случае задающая скорость $\omega_{зад} = 1$ рад/с.

В соответствии с параметрами табл. 2 и графиков на рис. 4 видно, что вариант *в* обеспечивает оптимальные динамические характеристики, наименьшее значение перерегулирования и плавность движения исполнительного органа (второй массы).

Результат моделирования системы DLQR-управления при воздействии внешнего возмущающего момента $M_c = 10$ Н · м на вторую массу в момент $t = 3$ с представлен на рис. 5.

Для расчета коэффициентов наблюдателя состояния Калмана со структурой, представленной

на рис. 3, выбирались значения весовых матриц: $Q_p = \text{diag} [0.01]_{5 \times 5}$, $R_p = 0.2$. Тогда получим значение вектора коэффициентов наблюдателя: $L_p = [1746 \ 149.9 \ 214 \ 112 \ 235]$. Результаты моделирования работы наблюдателя состояния Калмана представлены на рис. 6 – моменты упругой связи между первой и второй массами и ошибка их идентификации (обозначения: $l - M_{21}$; $l' - \hat{M}_{21}$; $e_1 = M_{21} - \hat{M}_{21}$); на рис. 7 – угловые скорости второй массы и ошибка их идентификации (обозначения: $2 - \omega_2$; $2' - \hat{\omega}_2$; $e_2 = \omega_2 - \hat{\omega}_2$). Результаты, представленные на

рис. 6, 7, показали, что наблюдатель состояния ОУ, построенный на основе дискретного фильтра Калмана, является хорошим методом восстановления неизмеряемых переменных состояния в системе управления электроприводами ОМК.

Было представлено математическое описание электропривода ОМК в виде двухмассовой системы. Проанализированы общий подход к синтезу DLQR-регулятора и наблюдателя состояния

Калмана. Результаты исследования показали, что система дискретного оптимального квадратичного управления обеспечит высокое качество управления электроприводом ОМК при наличии упругих свойств и под воздействием внешних возмущений. Данный метод с оптимальным решением может применяться к широкому классу динамических объектов управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб.: Энергоатомиздат, 1992.
2. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами. Л.: Энергоиздат, 1982.
3. Данилов А. Д., Головнев В. Н. Цифровые системы управления / ВЛГА. Воронеж, 2007.
4. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. СПб.: Питер, 2005.
5. Haykin S. Kalman filtering and neural networks. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.
6. Квантово-оптическая система «Сажень-Т». URL: <https://www.kik-sssr.ru/Sazhen-T.htm> (дата обращения 09.04.2020).

M. P. Belov, N. V. Lanh
Saint Petersburg Electrotechnical University

DEVELOPMENT OF DISCRETE OPTIMAL QUADRATIC CONTROL OF THE GUIDANCE OF THE OPTICAL-MECHANICAL COMPLEXES

considered in order to suppress the elastic properties in the mechanical part and compensate for the negative influence of external disturbing influences. A method is described for constructing a discrete vector-matrix model of an electric drive of optical-mechanical complexes, presented in the form of a two-mass system with elastic bonds. A mathematical approach is presented to the synthesis of a discrete optimal quadratic control system with feedback of the state variables of an object based on the solution of the Riccati algebraic equation. When designing an optimal control system, an observer based on the Kalman filter is used to restore the non-measurable coordinates of the state variable vector. The simulation results were performed in the MATLAB/Simulink environment to evaluate the operability of a linear-quadratic controller using given eigenvalues of a closed system for various values of control weighting matrices.

Optical-mechanical complex, discrete optimal quadratic control, two-mass system, observer, Kalman filter
