

Адаптивный робастный бэкстеппинг в скользящем режиме для нелинейного электромеханического объекта в условиях параметрической неопределенности и неизвестных внешних возмущений

Е. В. Илатовская✉, З. Х. Нгуен, В. В. Путов, Д. М. Филатов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ evilatovskaia@etu.ru

Аннотация. Рассматриваются вопросы повышения качества и быстродействия управления движением сложных подвижных электромеханических объектов в условиях параметрической неопределенности и неизвестных внешних возмущений. Строится нелинейная математическая модель объекта, позволяющая организовывать всестороннее исследование режимов адаптивных робастных нелинейных систем. Сложности, связанные с нарушением согласования, частично преодолеваются с применением метода бэкстеппинга (backstepping), усиленного возможностями, доставляемыми методом скользящего режима с целью компенсации внешних возмущений. Эффективность предлагаемого комбинирования методов бэкстеппинга и скользящего режима подтверждается использованием программного обеспечения MatLab Simulink.

Ключевые слова: адаптивный робастный бэкстеппинг, скользящие режимы, метод функций Ляпунова, параметрическая неопределенность, неизвестные внешние возмущения

Для цитирования: Адаптивный робастный бэкстеппинг в скользящем режиме для нелинейного электромеханического объекта в условиях параметрической неопределенности и неизвестных внешних возмущений / Е. В. Илатовская, З. Х. Нгуен, В. В. Путов, Д. М. Филатов // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 5. С. 65–73. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-5-65-73.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Adaptive Robust Backstepping in a Sliding Mode for a Nonlinear Electromechanical Object in Conditions of Parametric Uncertainty and Unknown External Disturbances

Е. В. Ilatovskaya✉, Duy Khanh Nguyen, V. V. Putov, D. M. Filatov

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ evilatovskaia@etu.ru

Abstract. The paper considers the issues of improving the quality and speed of motion control of complex moving electromechanical plants in conditions of parametric uncertainty and unknown external disturbances. A nonlinear mathematical model of the plant is being designed, which makes it possible to organize comprehensive studies of the modes of adaptive robust nonlinear systems. The difficulties associated with the violation of coordination are partially removed using the backstepping method, enhanced by the capabilities provided by the sliding mode method, which is used to compensate for external disturbances. The effectiveness of the proposed combination of backstepping and sliding mode methods is confirmed by the use of MatLab Simulink software.

Keywords: adaptive robust backstepping, sliding mode, Lyapunov function, parametric uncertainty, unknown external disturbances

For citation: Adaptive Robust Backstepping in a Sliding Mode for a Nonlinear Electromechanical Object in Conditions of Parametric Uncertainty and Unknown External Disturbances / E. V. Ilatovskaya, Duy Khanh Nguyen, V. V. Putov, D. M. Filatov // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 5. P. 65–73. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-5-65-73.

Conflict of interests. The authors declare no conflicts of interests.

Введение. Задачи управления сложными нелинейными электромеханическими объектами в условиях параметрической неопределенности и неизвестных внешних возмущений остаются актуальными в современной теории управления.

Зачастую для компенсации параметрической неопределенности используют адаптивный бэкстеппинг [1]. Для систем невысокого порядка устойчивость в этом способе легко обеспечивается при нахождении функции Ляпунова на каждом шаге, из нее же можно найти закон адаптации параметров. Однако с внешними возмущениями в своем классическом виде метод бэкстеппинга не справляется в отличие от управления в скользящих режимах, который обладает робастностью к воздействиям [2], но приводит к большим колебаниям системы управления и неприменим для несогласованных систем.

Для преодоления ограничений каждого из методов исследователи их комбинируют. В публикациях [3], [4] адаптивный бэкстеппинг в скользящих режимах используют для управления положением и ориентацией объектов. В [5]–[6] подход применили для следования по сложным, не постоянным траекториям, в [7] система управления приводится в исполнение восьмью актуаторами.

В некоторых работах продемонстрировано модифицированное управление с дробным [8], интегральным [9] и глобальным [10] скользящими режимами. Есть исследования, в которых адаптация к неизвестным параметрам осуществляется с помощью наблюдателя [11] или Radial Basis Function сети (RBF-сети) [12]. Идея объединить два этих метода для управления движением сложного объекта в условиях неопределенных параметров и неизвестных внешних возмущений заимствована из [13].

В данной статье исследуется адаптивный бэкстеппинг в скользящем режиме для решения задачи управления движением электромеханического объекта при неизвестных внешних возмущениях. Для математической модели объекта, представленной в векторно-матричном виде, синтезируется комбинированный закон управления, адаптивная робастная устойчивость которого доказывается с помощью метода функций Ляпуно-

ва. Эффективность предложенного подхода исследуется при помощи математического моделирования в среде MatLab Simulink.

Математическая модель электромеханического объекта [14]. Введем следующие обозначения: R^n – вещественное пространство с размерностью n ; $\xi = [x \ y \ z]^T \in R^3$ – вектор координат центра масс электромеханического объекта в земной системе координат; $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in R^3$ – вектор углов ориентации электромеханического объекта в системе координат Эйлера: угол крена ϕ , угол тангажа θ и угол рыскания ψ ; m – масса объекта; $I = [I_x \ I_y \ I_z]$ – момент инерции объекта; $d_{f\xi} = [d_x \ d_y \ d_z]$ и $d_{f\eta} = [d_\phi \ d_\theta \ d_\psi]$ – коэффициенты аэродинамических сил и моментов сопротивления; $d_\xi = [F_{ox} \ F_{oy} \ F_{oz}]^T$, $d_\eta = [M_{o\phi} \ M_{o\theta} \ M_{o\psi}]^T$ – неизвестные векторы возмущений; g – ускорение свободного падения.

Тогда

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{u_4}{m} - \frac{d_x}{m} \dot{x} |\dot{x}| + F_{ox}; \\ \ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{u_4}{m} - \frac{d_y}{m} \dot{y} |\dot{y}| + F_{oy}; \\ \ddot{z} = -g + \cos \phi \cos \theta \frac{u_4}{m} - \frac{d_z}{m} \dot{z} |\dot{z}| + F_{oz}; \\ \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) + \frac{u_1}{I_x} - \frac{d_\phi}{I_x} \dot{\phi} |\dot{\phi}| + M_{o\phi}; \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{u_2}{I_y} - \frac{d_\theta}{I_y} \dot{\theta} |\dot{\theta}| + M_{o\theta}; \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{u_3}{I_z} - \frac{d_\psi}{I_z} \dot{\psi} |\dot{\psi}| + M_{o\psi}. \end{cases}$$

Здесь

$$\begin{aligned} u_1 &= bl(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2 - \omega_5^2 + \omega_6^2 + \omega_7^2 + \omega_8^2); \\ u_2 &= bl(-\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2 + \omega_5^2 + \omega_6^2 + \omega_7^2 - \omega_8^2); \\ u_3 &= d(-\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 - \omega_5^2 - \omega_6^2 + \omega_7^2 + \omega_8^2); \\ u_4 &= b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 + \omega_5^2 + \omega_6^2 + \omega_7^2 + \omega_8^2), \end{aligned}$$

где l – длина луча октокоптера; d и b – аэродинамические коэффициенты сил тяги и крутящего момента; ω_i – скорость вращения i -го винта ($i = 1, 2, \dots, 8$).

Пусть

$$\begin{cases} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_4 = u_x; \\ (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) u_4 = u_y; \\ \cos \phi \cos \theta u_4 = u_z. \end{cases}$$

Тогда

$$\mathbf{u}_\xi = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T; \quad \mathbf{u}_\eta = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T.$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} &= \frac{1}{m_0} + \Delta_m; \quad \frac{1}{I_x} = \frac{1}{I_{x0}} + \Delta_{I_x}; \\ \frac{1}{I_y} &= \frac{1}{I_{y0}} + \Delta_{I_y}; \quad \frac{1}{I_z} = \frac{1}{I_{z0}} + \Delta_{I_z}, \end{aligned}$$

где $m_0, I_{x0}, I_{y0}, I_{z0}$ – известные номинальные значения параметров объекта; $\Delta_m, \Delta_{I_x}, \Delta_{I_y}, \Delta_{I_z}$ – неизвестные постоянные отклонения от номинальных параметров.

Исходная система в векторном представлении

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \mathbf{W}_\xi + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi; \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{B}_{\eta 0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \mathbf{W}_\eta + \mathbf{d}_\eta, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{G} = [0 \quad 0 \quad -g]^T$; $\mathbf{B}_{\xi 0} = \text{diag}\left(\frac{1}{m_0}, \frac{1}{m_0}, \frac{1}{m_0}\right)$;

$\mathbf{B}_{\eta 0} = \text{diag}\left(\frac{1}{I_{x0}}, \frac{1}{I_{y0}}, \frac{1}{I_{z0}}\right)$ – известные постоянные матрицы;

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_\xi &= \begin{bmatrix} \Delta_m & \frac{d_x}{m} & \Delta_m & \frac{d_y}{m} & \Delta_m & \frac{d_z}{m} \end{bmatrix}^T; \\ \mathbf{W}_\eta &= \begin{bmatrix} \Delta_{I_x} & \frac{I_y - I_z}{I_x} & \frac{d_\phi}{I_x} & \Delta_{I_y} & \frac{I_z - I_x}{I_y} & \\ \frac{d_\theta}{I_y} & \Delta_{I_z} & \frac{I_x - I_y}{I_z} & \frac{d_\psi}{I_z} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

– векторы неизвестных постоянных параметров объекта,

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_\xi &= \begin{bmatrix} u_x & -|\dot{x}|x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_y & -|\dot{y}|y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_z & -|\dot{z}|z \end{bmatrix}; \\ \mathbf{f}_\eta &= \begin{bmatrix} u_1 & \dot{\theta}\psi & -|\dot{\phi}|\dot{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_2 & \dot{\phi}\psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -|\dot{\theta}|\dot{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_3 & \dot{\phi}\dot{\theta} & -|\dot{\psi}|\dot{\psi} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

– матрицы с известными элементами-функциями.

Адаптивный бэкстепинг в скользящих режимах.

1. Рассмотрим первое уравнение системы (1).

Пусть $\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\xi}$, тогда

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2; \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \mathbf{W}_\xi + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi. \end{aligned}$$

Шаг 1. Ошибка $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1d}$.

Функция Ляпунова и ее производная

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1;$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) = \\ &= \mathbf{e}_1^T (\mathbf{e}_2 + \mathbf{x}_{2d} - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) = -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2, \end{aligned}$$

где $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2d}$; $\mathbf{x}_{2d} = -c_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{x}}_{1d}$.

Часть $\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2$ скомпенсируем на шаге 2.

Шаг 2. Ошибка $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2d}$, функция скольжения $\boldsymbol{\sigma} = k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, функция Ляпунова

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\mathbf{W}}_\xi^T \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma},$$

где $\tilde{\mathbf{W}}_\xi = \mathbf{W}_\xi - \hat{\mathbf{W}}_\xi$ – ошибка оценки неизвестных постоянных параметров объекта, $\hat{\mathbf{W}}_\xi$ – оценка неизвестных постоянных параметров объекта.

Производная функции Ляпунова

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_\xi^T \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \\ &= -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2^T (\dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{2d}) - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_\xi^T \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \\ &+ \boldsymbol{\sigma}^T (k_1 \dot{\mathbf{e}}_1 + \dot{\mathbf{e}}_2) = -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{x}}_{2d} - \\ &- \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_\xi^T \tilde{\mathbf{W}}_\xi + k_1 \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\mathbf{e}}_1 + \boldsymbol{\sigma}^T (\dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{2d}) = \\ &= -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + (\mathbf{e}_2^T + \boldsymbol{\sigma}^T) (\mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \\ &+ \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi) - \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\mathbf{x}}_{2d} - \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{x}}_{2d} - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_\xi^T \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \\ &+ k_1 \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\mathbf{e}}_1 = -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + (\mathbf{e}_2^T \mathbf{f}_\xi + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{f}_\xi - \\ &- \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_\xi^T) \tilde{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi + \\ &+ c_1 \dot{\mathbf{x}}_1 - c_1 \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) + \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + \\ &+ \mathbf{d}_\xi + (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \dot{\mathbf{x}}_{1d}). \end{aligned}$$

Закон адаптации параметров имеет вид

$$\mathbf{e}_2^T \mathbf{f}_\xi + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{f}_\xi - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\mathbf{W}}_\xi^T = 0 \Rightarrow \dot{\mathbf{W}}_\xi^T = \gamma_1 (\mathbf{e}_2^T + \boldsymbol{\sigma}^T) \mathbf{f}_\xi.$$

Тогда получается

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{e}_1 + \mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \\ & + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi + c_1 \dot{\mathbf{x}}_1 - c_1 \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}) + \\ & + \boldsymbol{\sigma}^T [\mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + \mathbf{d}_\xi + (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - \\ & - (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}]. \end{aligned}$$

При синтезе закона управления можно исключить \mathbf{d}_ξ – неизвестный вектор возмущений, поэтому выбираем

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 + \mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + c_1 \dot{\mathbf{x}}_1 - \\ - c_1 \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d} = -c_2 \mathbf{e}_2 - k_2 \text{sign } \mathbf{e}_2; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + \mathbf{G} + (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - \\ - (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d} = -c_3 \boldsymbol{\sigma} - k_3 \text{sign } \boldsymbol{\sigma}. \end{aligned} \quad (3)$$

Сложив обе части уравнений (2) и (3), получаем

$$\begin{aligned} 2\mathbf{B}_{\xi 0} \mathbf{u}_\xi + 2\mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + 2\mathbf{G} + (2c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - \\ - (2c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - 2\ddot{\mathbf{x}}_{1d} + \mathbf{e}_1 + c_2 \mathbf{e}_2 + \\ + k_2 \text{sign } \mathbf{e}_2 + c_3 \boldsymbol{\sigma} + k_3 \text{sign } \boldsymbol{\sigma} = 0. \end{aligned}$$

Из этого уравнения можно найти \mathbf{u}_ξ как

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\xi = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \mathbf{B}_{\xi 0}^{-1} \times [2\mathbf{f}_\xi \hat{\mathbf{W}}_\xi + 2\mathbf{G} + \\ + (2c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - (2c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - 2\ddot{\mathbf{x}}_{1d} + \\ + \mathbf{e}_1 + c_2 \mathbf{e}_2 + k_2 \text{sign } \mathbf{e}_2 + c_3 \boldsymbol{\sigma} + k_3 \text{sign } \boldsymbol{\sigma}]. \end{aligned}$$

Поскольку $\mathbf{B}_{\xi 0} = \text{diag}\left(\frac{1}{m_0}, \frac{1}{m_0}, \frac{1}{m_0}\right)$ – известная матрица, то $\mathbf{B}_{\xi 0}^{-1} = \text{diag}(m_0, m_0, m_0)$.

Тогда \dot{V}_2 имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{d}_\xi - c_2 \mathbf{e}_2 - k_2 \text{sign } \mathbf{e}_2) + \\ & + \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{d}_\xi - c_3 \boldsymbol{\sigma} - k_3 \text{sign } \boldsymbol{\sigma}) \leq \\ & \leq -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - c_2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 - c_3 \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + \\ & + (\mathbf{e}_2^T \mathbf{d}_\xi - k_2 \|\mathbf{e}_2\|) + (\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{d}_\xi - k_3 \|\boldsymbol{\sigma}\|). \end{aligned}$$

$\dot{V}_2 \leq 0$, если выбрать k_2 и k_3 так, чтобы $\|\mathbf{d}_\xi\| \leq k_2$; $\|\mathbf{d}_\xi\| \leq k_3$; тогда $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \boldsymbol{\sigma} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Определим желаемые переменные ϕ_d, θ_d и управление u_4 по формулам

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{S_1}{u_z}\right);$$

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{S_2}{\sqrt{u_z^2 + S_1^2}}\right);$$

$$u_4 = \frac{u_z}{\cos \theta_d \cos \phi_d};$$

$$S_1 = u_x \cos \psi + u_y \sin \psi;$$

$$S_2 = u_x \sin \psi - u_y \cos \psi,$$

где x_d, y_d, z_d, ψ_d – желаемые переменные, заданные разработчиком.

2. Далее рассмотрим второе уравнение системы

(1). Аналогично \mathbf{u}_ξ найдем $\mathbf{u}_\eta = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ и адаптивный закон настройки неизвестных параметров $\hat{\mathbf{W}}_\eta$.

Пусть $\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\eta}$, тогда

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 = \dot{\boldsymbol{\eta}};$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{B}_\eta \mathbf{0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \mathbf{W}_\eta + \mathbf{d}_\eta.$$

Шаг 1. Ошибка $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1d}$.

Функция Ляпунова и ее производная

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1;$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) = \\ = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{e}_2 + \mathbf{x}_{2d} - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) = \\ = -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2, \end{aligned}$$

где $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2d}$; $\mathbf{x}_{2d} = -c_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{x}}_{1d}$.

Часть $\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2$ скомпенсируем на 2 шаге.

Шаг 2. Ошибка $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{2d}$, функция скольжения $\boldsymbol{\sigma} = k_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, функция Ляпунова

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\mathbf{W}}_\eta^T \tilde{\mathbf{W}}_\eta + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma},$$

где $\tilde{\mathbf{W}}_\eta = \mathbf{W}_\eta - \hat{\mathbf{W}}_\eta$ – ошибка оценки неизвестных постоянных параметров объекта; $\hat{\mathbf{W}}_\eta$ – оценка неизвестных постоянных параметров объекта;

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + \left(\mathbf{e}_2^T \mathbf{f}_\eta + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{f}_\eta - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_\eta^T \right) \tilde{\mathbf{W}}_\eta + \\ & + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{B}_\eta \mathbf{0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \hat{\mathbf{W}}_\eta + \mathbf{d}_\eta + c_1 \dot{\mathbf{x}}_1 - c_1 \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}) + \\ & + \boldsymbol{\sigma}^T [\mathbf{B}_\eta \mathbf{0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \hat{\mathbf{W}}_\eta + \mathbf{d}_\eta + (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - \\ & - (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}]. \end{aligned}$$

Закон адаптации параметров

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_\eta^T = \gamma_2 (\mathbf{e}_2^T + \boldsymbol{\sigma}^T) \mathbf{f}_\eta.$$

Тогда получается

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{e}_1 + \mathbf{B}_{\eta 0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \hat{\mathbf{W}}_\eta + \mathbf{d}_\eta + \\ & + c_1 \dot{\mathbf{x}}_1 - c_1 \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}) + \\ & + \boldsymbol{\sigma}^T [\mathbf{B}_{\eta 0} \mathbf{u}_\eta + \mathbf{f}_\eta \hat{\mathbf{W}}_\eta + \mathbf{d}_\eta + \\ & + (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_1 - (c_1 + k_1) \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \ddot{\mathbf{x}}_{1d}]. \end{aligned}$$

Закон управления

$$\mathbf{u}_\eta = -\frac{1}{2} \mathbf{B}_{\eta 0}^{-1} \times [2 \mathbf{f}_\eta \hat{\mathbf{W}}_\eta + (2c_4 + k_4) \dot{\mathbf{x}}_1 - (2c_4 + k_4) \times \dot{\mathbf{x}}_{1d} - 2\ddot{\mathbf{x}}_{1d} + \mathbf{e}_1 + c_5 \mathbf{e}_2 + k_5 \text{sign } \mathbf{e}_2 + c_6 \boldsymbol{\sigma} + k_6 \text{sign } \boldsymbol{\sigma}].$$

Поскольку $\mathbf{B}_{\eta 0} = \text{diag} \left(\frac{1}{I_{x0}}, \frac{1}{I_{y0}}, \frac{1}{I_{z0}} \right)$ – известная матрица, то $\mathbf{B}_{\eta 0}^{-1} = \text{diag}(I_{x0}, I_{y0}, I_{z0})$.

Тогда \dot{V}_2 имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_4 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{d}_\eta - c_5 \mathbf{e}_2 - k_5 \text{sign } \mathbf{e}_2) + \\ & + \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{d}_\eta - c_6 \boldsymbol{\sigma} - k_6 \text{sign } \boldsymbol{\sigma}) \leq -c_4 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - c_5 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 - \\ & - c_6 \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + (\mathbf{e}_2^T \mathbf{d}_\eta - k_5 \|\mathbf{e}_2\|) + (\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{d}_\eta - k_6 \|\boldsymbol{\sigma}\|). \end{aligned}$$

$\dot{V}_2 \leq 0$, если выбрать k_5 и k_6 так, чтобы $\|\mathbf{d}_\eta\| \leq k_5$; $\|\boldsymbol{\sigma}\| \leq k_6$, тогда $e_1, e_2, \sigma \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Моделирование. Исследование разработанной системы управления проводилось в приложении MatLab Simulink с solver ode1 (Euler) и fixed-step size $1e^{-4}$.

Параметры объекта:

$$\begin{aligned} m = & 8.2, \mathbf{I} = [0.22 \quad 0.22 \quad 0.44], g = 9.81, \\ \mathbf{d}_{f\xi} = & [0.0242 \quad 0.0316 \quad 0.0546], \\ \mathbf{d}_{f\eta} = & [0.01 \quad 0.0105 \quad 0.0121]. \end{aligned}$$

Модель возмущений:

$$\begin{cases} F_{ox} = 0.2 \sin(0.2t) + 0.3; \\ F_{oy} = 0.2 \cos(0.4t) - 0.3; \\ F_{oz} = -0.2 \sin(0.2t) - 0.3; \\ M_{o\phi} = 0.2 \sin(0.5t) + 0.3; \\ M_{o\theta} = 0.5 \sin(0.3t) + 0.1; \\ M_{o\psi} = -0.4 \sin(0.2t) - 0.4. \end{cases}$$

Желаемые параметры: $x_d = 1, y_d = 1, z_d = 1, \psi_d = 1$.

Замечание 1. Желаемые переменные пропускали через три апериодических звена 1-го порядка. Для координат были выбраны постоянные времени [0.25 0.1 0.1], для углов крена и тангажа – [0.001 0.001 0.001], для рысканья – [0.1 0.1 0.1].

Коэффициенты управления:

$$\begin{aligned} c_1 = & 2.5; c_2 = 2.5; c_3 = 2.5; \\ k_1 = & 10; k_2 = 2; k_3 = 2; \gamma_1 = 1e-3; \\ c_4 = & 250; c_5 = 250; c_6 = 250; \\ k_4 = & 100; k_5 = 100; k_6 = 100; \gamma_2 = 1e-3. \end{aligned}$$

Замечание 2. Управление пропускали через апериодическое звено 1-го порядка с постоянной времени 0.001 для расчета матриц с известными элементами-функциями.

Исследование проводилось при увеличении массы объекта в 2 раза и при наличии внешних возмущений.

На рис. 1–4 приведены графики переходных процессов при управлении адаптивным бэкстепингом в скользящем режиме (*сплошные линии*) и без него (*штриховые линии*).

Можно заметить, что при номинальных параметрах объекта и без учета внешних возмущений скользящий режим не возбуждается, поэтому графики практически совпадают друг с другом. При наличии внешних возмущений скользящий режим помогает справиться со статической ошибкой в линейных координатах по осям x и y . При изменении параметров объекта в переходных процессах по углам ϕ и θ появился «дребезг» при обоих управлениях, но в случае классического адаптивного бэкстепинга добавилось еще и перерегулирование по осям x, y, z .

В условиях изменения параметров в 2 раза и наличия внешних возмущений адаптивный бэкстепинг в скользящем режиме успешно справился с задачей поддержания желаемого положения за 2 с, при этом процесс можно охарактеризовать как монотонный. По сравнению с ним у простого адаптивного бэкстепинга появляются колебания по осям x и y с амплитудой до 20 %, а по оси z колебания были с амплитудой до 6 % и очень большое время регулирования до 57 с.

Заключение. В рамках проведенного исследования решена задача синтеза новой адаптивной робастной системы управления для сложного электромеханического объекта в условиях параметрической неопределенности и неизвестных внешних возмущений.

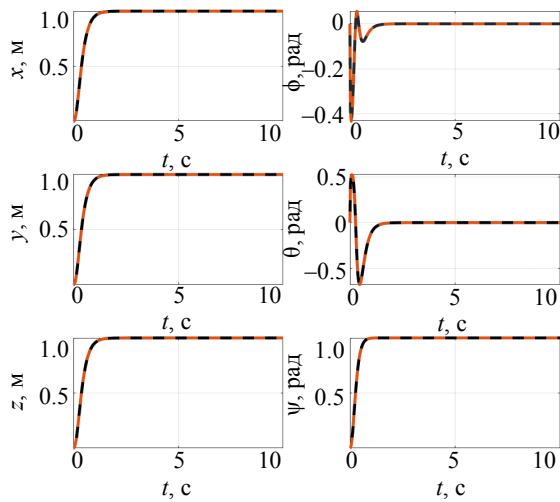


Рис. 1. Переходные процессы при номинальных значениях параметров, без внешних возмущений
Fig. 1. Transient processes at nominal parameter values, without external disturbances

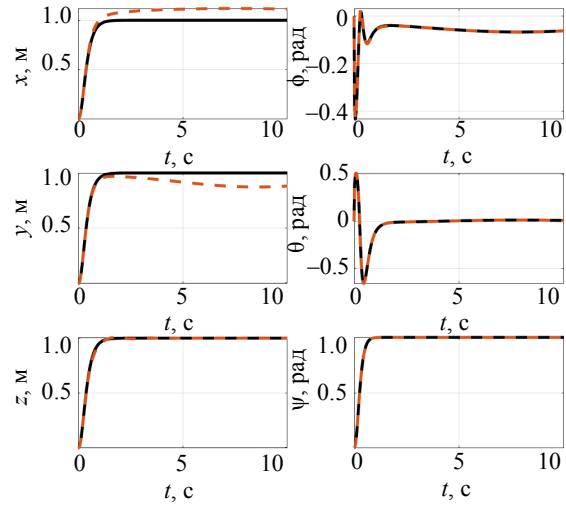


Рис. 2. Переходные процессы при номинальных значениях параметров, с внешними возмущениями
Fig. 2. Transient processes at nominal parameter values, with external disturbances

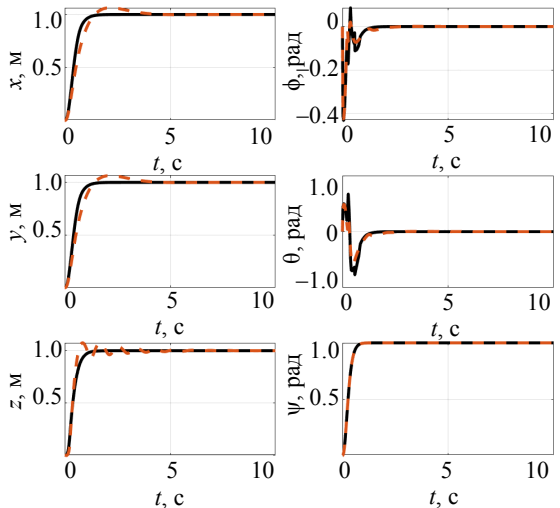


Рис. 3. Переходные процессы при ненормальных значениях параметров, без внешних возмущений
Fig. 3. Transient processes at not nominal parameter values, without external disturbances

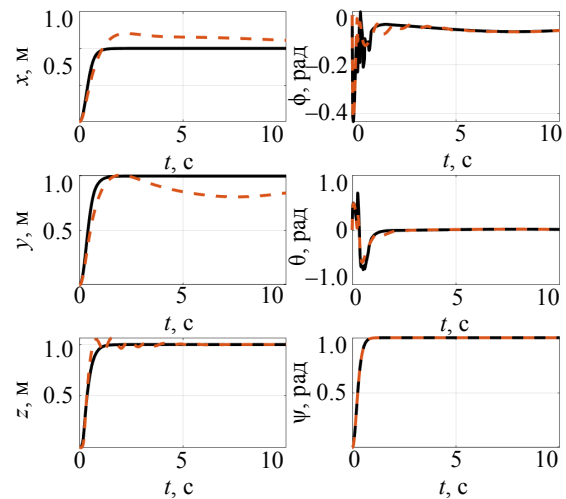


Рис. 4. Переходные процессы при ненормальных значениях параметров, с внешними возмущениями
Fig. 4. Transient processes at not nominal parameter values, with external disturbances

На основе нелинейной математической модели объекта разработан адаптивный бэкстеппинг в скользящем режиме, который обеспечивает компенсацию как параметрических неопределенностей (за счет адаптации), так и внешних возмущений (благодаря введению скользящих поверхностей и управлению в скользящих режимах). Адаптивная робастная устойчивость замкнутой системы (с учетом скользящих режимов) доказывается экспоненциальной сходимостью к инвари-

антному множеству, построенному методом функций Ляпунова [15]. Численное моделирование в MatLab Simulink наглядно продемонстрировало, что предложенный комбинированный алгоритм адаптивный бэкстеппинг в скользящем режиме превосходит адаптивный бэкстеппинг по точности отслеживания заданной траектории, времени регулирования и другим динамическим показателям при значительных изменениях параметров объекта и внешних возмущениях.

Список литературы

1. Илатовская Е. В., Путов В. В., Нгуен З. Х. Адаптивный бэкстеппинг для объекта с подвешенным грузом четвертого порядка // Сб. мат. Всерос. науч.-

техн. конф. мол. уч. «Автоматизированные системы управления и информационные технологии (АСУИТ)». Пермь: Изд-во ПермНИПУ, 2025. Т. III. С. 180–186.

2. Robust hierarchical sliding mode control of a complex nonlinear electromechanical object under uncertainty and unknown external disturbances / D. K. Nguyen, V. N. Sheludko, V. V. Putov, T. L. Rusaeva // XXVIII Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM'2025). Sankt-Peterburg, Russia: IEEE, 2025. P. 58–61. doi: 10.1109/SCM66446.2025.11060083.

3. Adaptive backstepping sliding mode controller design based on «H» type quadrotor / L. Zhang, J. Wu, S. Liu, Ch. Wang, A. Li // 2017 36th Chinese Control Conf. (CCC). Dalian, China: IEEE, 2017. P. 3824–3828. doi: 10.23919/ChiCC.2017.8027955.

4. Abderrahmane K., Abdellah M., Kouadri B. Sliding mode control based on adaptive backstepping approach for a quadrotor unmanned aerial vehicle // Przegląd Elektrotechniczny. 2012. Vol. 88, no. 6. P. 188–193.

5. Trajectory tracking of quadrotor unmanned aerial vehicle based on adaptive backstepping sliding mode control / J. Li, Ch. Zhang, B. Li, J. Zhang // 2024 36th Chinese Control and Decision Conf. (CCDC). Xi'an, China: IEEE, 2024. P. 3619–3624. doi: 10.1109/CCDC62350.2024.10587465.

6. Nonlinear disturbance observer-based sliding backstepping hovering control of a quadrotor / N. Wang, Q. Deng, H. Zhao, J. Yin, Z. Zheng // 2018 Chinese Control and Decision Conf. (CCDC). Shenyang, China: IEEE, 2018. P. 3274–3279. doi: 10.1109/CCDC.2018.8407689.

7. Adaptive backstepping sliding mode control of coaxial octorotor unmanned aerial vehicle / R. Ali, Yu. Peng, M. T. Iqbal, R. Ul Amin, O. Zahid, O. I. Khan // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 27526–27534. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2901366.

8. Adaptive backstepping fractional-order global sliding mode control for quadrotor aircraft / J. Peng, X. Shi,

X. Liu, R. Qing, H. Li // Proc. 2024 China Automation Congress (CAC). Qingdao, China: IEEE, 2024. P. 2716–2721.

9. Adaptive backstepping integral sliding mode control of multirotor UAV system used for smart agriculture / Yu. Shi, S. Ijaz, Z. He, Zh. Xu, U. Javaid, Yu. Xia // 2024 IEEE Intern. Conf. on Syst., Man, and Cybernetics (SMC). Kuching, Malaysia: IEEE, 2024. P. 303–308. doi: 10.1109/SMC54092.2024.10831925.

10. Mofid O., Mobayen S. Adaptive finite-time backstepping global sliding mode tracker of quad-rotor UAVs under model uncertainty, wind perturbation, and input saturation // IEEE Trans. on Aerospace and Electron. Syst. 2022. Vol. 58, no. 1. P. 140–151. doi: 10.1109/TAES.2021.3098168.

11. Zhu Ch., Song Y. Backstepping sliding mode control for quadrotor UAV based on adaptive observer // 2023 IEEE 13th Intern. Conf. on Electron. Inform. and Emergency Commun. (ICEIEC). Beijing, China: IEEE, 2023. P. 207–212. doi: 10.1109/ICEIEC58029.2023.10200625.

12. Shen W., Li Z. Backstepping sliding mode RBF network adaptive control for quadrotor UAV // 2019 Chinese Automation Congress (CAC). Hangzhou, China: IEEE, 2019. P. 4086–4091. doi: 10.1109/CAC48633.2019.8996354.

13. Kumar V. V. A., Beebi M. L. Adaptive backstepping sliding mode control for roll channel of launch vehicle // Intern. J. of Aeronautical Sci. & Aerospace Research (IJASAR). 2015. Vol. 2, no. 5. P. 58–64. doi: 10.19070/2470-4415-150007.

14. Adir V. G., Stoica A. M., Whidborne J. Modelling and control of a star-shaped octorotor // Appl. Mechan. and Materials. 2013. Vol. 325–326. P. 994–998. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.325-326.994.

15. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

Информация об авторах

Илатовская Екатерина Вадимовна – аспирант, ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: evilatovskaia@etu.ru

Нгуен Зуи Хань – аспирант, ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

Путов Виктор Владимирович – д-р техн. наук, профессор, зам. зав. кафедрой систем автоматического управления по развитию СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: vvputov@mail.ru

Филатов Денис Михайлович – канд. техн. наук, доцент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: dmfilatov@etu.ru

Вклад авторов:

Илатовская Е. В. – разработка алгоритма, анализ робастной устойчивости.

Нгуен З. Х. – проведение имитационных экспериментов, настройка коэффициентов регулятора.

Путов В. В. – научное руководство, постановка задачи.

Филатов Д. М. – обзор научных источников.

References

1. Ilatovskaja E. V., Putov V. V., Nguen Z. X. Adaptive backstepping dlja obekta s podveshennym gruzom chetvertogo porjadka // Sb. mat. Vseros. nauch.-texn. konf. mol. uch. «Avtomatizirovannye sistemy upravlenija i informacionnye tehnologii (ASUIT)». Perm: Izd-vo PermNIPU, 2025. T. III. S. 180–186. (In Russ.).
2. Robust hierarchical sliding mode control of a complex nonlinear electromechanical object under uncertainty and unknown external disturbances / D. K. Nguyen, V. N. Sheludko, V. V. Putov, T. L. Rusyaeva // XXVIII Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM'2025). Sankt-Peterburg, Russia: IEEE, 2025. P. 58–61. doi: 10.1109/SCM66446.2025.11060083.
3. Adaptive backstepping sliding mode controller design based on «H» type quadrotor / L. Zhang, J. Wu, S. Liu, Ch. Wang, A. Li // 2017 36th Chinese Control Conf. (CCC). Dalian, China: IEEE, 2017. P. 3824–3828. doi: 10.23919/ChiCC.2017.8027955.
4. Abderrahmane K., Abdellah M., Kouadri B. Sliding mode control based on adaptive backstepping approach for a quadrotor unmanned aerial vehicle // Przegląd Elektrotechniczny. 2012. Vol. 88, no. 6. P. 188–193.
5. Trajectory tracking of quadrotor unmanned aerial vehicle based on adaptive backstepping sliding mode control / J. Li, Ch. Zhang, B. Li, J. Zhang // 2024 36th Chinese Control and Decision Conf. (CCDC). Xi'an, China: IEEE, 2024. P. 3619–3624. doi: 10.1109/CCDC62350.2024.10587465.
6. Nonlinear disturbance observer-based sliding backstepping hovering control of a quadrotor / N. Wang, Q. Deng, H. Zhao, J. Yin, Z. Zheng // 2018 Chinese Control and Decision Conf. (CCDC). Shenyang, China: IEEE, 2018. P. 3274–3279. doi: 10.1109/CCDC.2018.8407689.
7. Adaptive backstepping sliding mode control of coaxial octorotor unmanned aerial vehicle / R. Ali, Yu. Peng, M. T. Iqbal, R. Ul Amin, O. Zahid, O. I. Khan // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 27526–27534. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2901366.
8. Adaptive backstepping fractional-order global sliding mode control for quadrotor aircraft / J. Peng, X. Shi, X. Liu, R. Qing, H. Li // Proc. 2024 China Automation Congress (CAC). Qingdao, China: IEEE, 2024. P. 2716–2721.
9. Adaptive backstepping integral sliding mode control of multirotor UAV system used for smart agriculture / Yu. Shi, S. Ijaz, Z. He, Zh. Xu, U. Javaid, Yu. Xia // 2024 IEEE Intern. Conf. on Syst., Man, and Cybernetics (SMC). Kuching, Malaysia: IEEE, 2024. P. 303–308. doi: 10.1109/SMC54092.2024.10831925.
10. Mofid O., Mobayen S. Adaptive finite-time backstepping global sliding mode tracker of quad-rotor UAVs under model uncertainty, wind perturbation, and input saturation // IEEE Trans. on Aerospace and Electron. Syst. 2022. Vol. 58, no. 1. P. 140–151. doi: 10.1109/TAES.2021.3098168.
11. Zhu Ch., Song Y. Backstepping sliding mode control for quadrotor UAV based on adaptive observer // 2023 IEEE 13th Intern. Conf. on Electron. Inform. and Emergency Commun. (ICEIEC). Beijing, China: IEEE, 2023. P. 207–212. doi: 10.1109/ICEIEC58029.2023.10200625.
12. Shen W., Li Z. Backstepping sliding mode RBF network adaptive control for quadrotor UAV // 2019 Chinese Automation Congress (CAC). Hangzhou, China: IEEE, 2019. P. 4086–4091. doi: 10.1109/CAC48633.2019.8996354.
13. Kumar VV A., Beebi M L. Adaptive backstepping sliding mode control for roll channel of launch vehicle // Intern. J. of Aeronautical Sci. & Aerospace Research (IJASAR). 2015. Vol. 2, no. 5. P. 58–64. doi: 10.19070/2470-4415-150007.
14. Adir V. G., Stoica A. M., Whidborne J. Modelling and control of a star-shaped octorotor // Appl. Mechanics and Materials. 2013. Vol. 325–326. P. 994–998. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.325-326.994.
15. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamiceskimi sistemami. SPb.: Nauka, 2000. 549 s. (In Russ.).

Information about the authors

Ekaterina V. Ilatovskaya – postgraduate student, Assistant of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: evilatovskaia@etu.ru

Duy Khanh Nguyen – postgraduate student, Assistant of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

Victor V. Putov – Dr Sci. (Eng.), Professor, Deputy Head of the Department of Automatic Control Systems for Development, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: vvputov@mail.ru

Denis M. Filatov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: [dmfilatov@etu.ru](mailto:dμφilatov@etu.ru)

Author contribution statement:

Platovskaya E. V. – algorithm development, robust stability analysis.

Nguyen D. K. – simulation experiments, controller coefficient tuning.

Putov V. V. – scientific supervision, problem statement.

Filatov D. M. – review of scientific sources.

Статья поступила в редакцию 29.01.2026; принята к публикации после рецензирования 17.03.2026; опубликована онлайн 25.05.2026.

Submitted 29.01.2026; accepted 17.03.2026; published online 25.05.2026.
