УДК 62-50 + 681.513.3

Научная статья

https://doi.org/10.32603/2071-8985-2025-18-5-81-94

Адаптивное робастное управление сложными электромеханическими подвижными объектами, синтезированное на основе модифицированных методов бэкстеппинга и скользящих режимов в условиях параметрической неопределенности и неизвестности внешних возмущений

З. Х. Нгуен✉, В. В. Путов, В. Н. Шелудько

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ khanhnguyen.mta@gmail.com

Аннотация. Разработаны адаптивные системы управления электроприводами основных двигателей и следящих систем углов наклона несущих винтов сложного электромеханического подвижного объекта (СЭМПО) в условиях неизвестности параметров электроприводов и следящих систем и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. Предложены адаптивные алгоритмы, синтезированные на основе упрощения метода адаптивного обхода интегратора (backstepping) со скользящими режимами и на основе метода функций Ляпунова для компенсации параметрической неопределенности и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. При помощи методов устойчивости Ляпунова доказано, что ошибки слежения и ошибки оценивания параметров ограничены и экспоненциально сходятся к наибольшему инвариантному множеству. Результаты компьютерного моделирования, проведенного в среде MatLab/Simulink, показывают обоснованность и эффективность разработанных модифицированных адаптивных робастных алгоритмов управления.

Ключевые слова: сложные электромеханические подвижные объекты (СЭМПО), электроприводы с синхронными двигателями с постоянными магнитами (СДПМ), электроприводы с двигателями постоянного тока (ДПТ), адаптивные робастные системы управления, упрощенный метод адаптивного обхода интегратора, управление в скользящем режиме, метод функций Ляпунова, параметрическая неопределенность, не удовлетворяющие условию согласованности неизвестные внешние возмущения, компьютерное моделирование

Для цитирования: Нгуен З. Х., Путов В. В., Шелудько В. Н. Адаптивное робастное управление сложными электромеханическими подвижными объектами, синтезированное на основе модифицированных методов бэкстеппинга и скользящих режимов в условиях параметрической неопределенности и неизвестности внешних возмущений // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2025. Т. 18, № 5. С. 81–94. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-5-81-94.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Adaptive Robust Control of Complex Electromechanical Moving Objects, Synthesized Based on Modified Backstepping and Sliding Mode Methods under Conditions of Parametric Uncertainty and Unknown External Disturbances

D. Kh. Nguyen✉, V. V. Putov, V. N. Sheludko

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ khanhnguyen.mta@gmail.com

Abstract. The article develops adaptive control systems for electric drives of main motors and tracking systems of propellers tilt angles for a complex electromechanical moving object (CEMMO) under conditions of unknown electric drives and tracking systems parameters and unmatched unknown external disturbances. Adaptive algorithms are proposed, synthesized on the basis of a simplified adaptive backstepping method with sliding modes and the Lyapunov functions method to compensate for parametric uncertainty and unmatched unknown external disturbances. Using Lyapunov stability methods, it is proved that tracking errors and parameter estimation errors are bounded and exponentially converge to the largest invariant set. The results of computer simulation conducted in the MatLab/Simulink environment demonstrate the validity and effectiveness of the developed modified adaptive robust control algorithms.

Keywords: complex electromechanical moving objects (CEMMO), electric drives with permanent magnet synchronous motors (PMSM), electric drives with DC motor, adaptive robust control systems, simplified adaptive backstepping method, sliding mode control, Lyapunov functions method, parametric uncertainty, unmatched unknown external disturbances, computer simulation

For citation: Nguyen D. Kh., Putov V. V., Sheludko V. N. Adaptive Robust Control of Complex Electromechanical Moving Objects, Synthesized Based on Modified Backstepping and Sliding Mode Methods under Conditions of Parametric Uncertainty and Unknown External Disturbances // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2025. Vol. 18, no. 5. P. 81–94. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-5-81-94.

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Введение. Сегодня одной из областей со значительным потенциалом для исследований и разработок являются сложные электромеханические подвижные объекты (СЭМПО), в частности такие объекты гражданской авиации, как мультикоптеры, которые привлекают интерес исследователей и разработчиков благодаря своим возможностям вертикального полета и зависания, долговечности и пригодности для использования как внутри, так и снаружи помещений. Мультикоптеры имеют множество применений – поиск и спасение, наблюдение, разведка, фотографирование, транспортировка, строительство и т. п. Они могут быть особенно полезны в недоступных, загрязненных или опасных средах [1]–[5].

Среди мультикоптеров гражданского применения наиболее распространены квадрокоптеры, гексакоптеры и октокоптеры. В последнее время внимание исследователей и разработчиков привлекает разработка нового типа трикоптеров с поворотными винтами, который не только позволяет экономить электроэнергию, но и обладает более широкими возможностями, несравнимыми с возможностями квадрокоптеров, гексакоптеров и октокоптеров [6]–[9].

Трикоптер с поворотными винтами имеет Т-образную механическую схему, состоящую из трех несущих винтов, установленных на поворотных рычагах. Для приведения в движение этих винтов используются три синхронных двигателя с постоянными магнитами (СДПМ). Передняя пара несущих винтов вращается в противоположных направлениях, тогда как задняя пара выравнивает свое вращение с одним из передних несущих винтов. Однако эта уникальная конструкция создает нежелательный крутящий момент, вызывающий дисбаланс угла рыскания. Чтобы противодействовать этому эффекту, трикоптер оснащен тремя двигателями постоянного тока (ДПТ). Эти двигатели способны поворачивать винты в вертикальной плоскости на углы в диапазоне ($-\pi/2$; $\pi/2$), тем самым создавая боковую тягу. Эта функция не только устраняет проблему дисбаланса рыскания, но и наделяет трикоптер функциями, недоступными другим моделям, повышая его эксплуатационную универсальность [9], [10].

В системе управления мультикоптеров имеется два основных замкнутых контура управления: внешний контур регулирования положения, ориентации и стабилизации их движения, а также внутренний контур регулирования скорости несущих винтов. Для трикоптера с поворотными винтами внутренний контур синтезирован для регулирования не только скорости несущих винтов, но и их угла наклона относительно вертикальной плоскости. Сигналы управления внешнего контура формируют желаемую скорость двигателей и желаемый угол наклона винтов. Управление двигателями мультикоптеров играет очень важную роль и влияет на точность и эффективность регулятора стабилизации движения в пространстве.

Большинство исследований по управлению СЭМПО обычно сосредоточены только на синтезе внешнего контура управления СЭМПО, игнорируя внутренний контур управления (например, [11]–[15]) или использует простые регуляторы для синтеза внутреннего контура управления СЭМПО. В [16]–[18] использованы ПИ- и ПИДрегуляторы для регулирования скоростей электроприводов квадрокоптера. В [19] предлагается управление электроприводами СЭМПО с использованием детерминированного искусственного интеллекта. Статья [20] посвящена синтезу робастного нелинейного алгоритма управления электроприводами квадрокоптера, синтезированного на основе метода функций Ляпунова.

Упомянутые регуляторы оказываются неэффективными и работают с низким качеством управления при неизвестных параметрах двигателей СЭМПО в условиях неизвестных возмущений и/или при движении на высокой скорости по сложной траектории. Следовательно, необходимо синтезировать эффективный адаптивный регулятор управления скоростями и углами наклона винтов в указанных условиях, создавая тем самым предпосылку сосредоточения на разработке регуляторов внешнего контура для стабилизации движения СЭМПО в пространстве.

Управление скоростью несущих электроприводов и угловым положением ДПТ поворотных винтов затруднено при неизвестности их параметров, а также при наличии не удовлетворяющих условию согласованности неопределенностей или неизвестных внешних возмущений. Метод обратного обхода интегратора (Backstepping) [21]–[23] оказывается эффективным для таких нелинейных систем. В [24], [25] представлена разработка адаптивной системы управления СДПМ с использованием метода адаптивного обхода интегратора. В [26] предложен адаптивный регулятор углового положения СДПМ, выполненный на основе метода адаптивного обхода интегратора со скользящим режимом управления и применением нелинейного наблюдателя возмущения. Однако в приведенном обзоре синтез управления методом обхода интегратора представляется достаточно громоздким и требует не только вычисления на каждом шаге производных виртуальных переменных, но также вынуждает и к применению наблюдателя возмущения, что затрудняет синтез и реализацию регулятора методом обхода интегратора. Чтобы справиться с этой проблемой, в [27]–[29] командный фильтр второго порядка используется в качестве наблюдателя производной виртуального сигнала на каждом шаге, тем самым упрощая регулятор, синтезированный методом адаптивного обхода интегратора. В [30] предложен адаптивный закон управления в скользящем режиме для оценки верхней границы суммы виртуальных переменных, неопределенности модели и внешнего возмущения на каждом шаге с целью упрощения синтеза регулятора методом обхода интегратора.

Настоящая статья посвящена построению адаптивных систем управления скоростями и углами наклона винтов трикоптера с поворотными винтами в условиях неизвестности параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. В статье предлагается адаптивный робастный регулятор, синтезированный на основе упрощенного метода адаптивного обхода интегратора со скользящим режимом и метода функций Ляпунова, компенсирующий параметрическую неопределенность и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. В отличие от [26], [29], для упрощения синтеза регулятора в данной статье используется не командный фильтр и наблюдатель возмущения, а адаптивный сигнал управления в скользящем режиме, также отличающийся от предложенного в [30] регулятора.

Математическая модель объекта управления. Нелинейная математическая модель динамики механической части СЭМПО, рассмотренная на примере трикоптера с поворотными винтами, описывается матричным уравнением Лагранжа–Эйлера [31], [32] вида

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}=\\&=\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u}+\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}})+\mathbf{F}_p(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где $\mathbf{q}=\begin{bmatrix}\xi^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in\Re^6$, $\xi=\begin{bmatrix}x & y & z\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор координат центра масс трикоптера; $\boldsymbol{\eta}=\begin{bmatrix}\phi & \theta & \psi\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор углов ориентации трикоптера: крена ϕ, тангажа θ и рыскания ψ; $\phi,\theta\in(-\pi/2,\pi/2)$, $\psi\in(-\pi,\pi)$; $\Re^n$ – вещественное пространство размерности n; $\mathbf{M}(\mathbf{q})=\begin{bmatrix}\mathbf{M}_a & \mathbf{O}_{3\times3}\\ \mathbf{O}_{3\times3} & \mathbf{J}_a\end{bmatrix}$, где $\mathbf{M}_a=m\mathbf{E}_3$, m – масса трикоптера; $\mathbf{O}_{m\times n}$ – нулевая матрица размером $m\times n$; $\mathbf{E}_n$ – n-мерная единичная матрица; $\mathbf{J}_a=\mathbf{P}_{eb}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}\mathbf{P}_{eb}$ – симметричная матрица; $\mathbf{P}_{eb}=\begin{bmatrix}1 & 0 & -\sin(\theta)\\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\theta)\\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta)\end{bmatrix}$ – матрица преобразования угловых скоростей углов Эйлера в угловые скорости относительно корпуса трикоптера; $\mathbf{J}=\mathrm{diag}\left(J_x,J_y,J_z\right)$ – матрица моментов инерции трикоптера; $\mathbf{G}=\begin{bmatrix}0 & 0 & mg & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$; g – ускорение свободного падения; $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{O}_{3\times3} & \mathbf{O}_{3\times3} \\ \mathbf{O}_{3\times3} & \dot{\mathbf{J}}_a-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\eta}}\left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^{\mathrm{T}}\mathbf{J}_a\right)\end{bmatrix};\quad \mathbf{B}(\mathbf{q})=\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{be} & \mathbf{O}_{3\times3} \\ \mathbf{O}_{3\times3} & \mathbf{E}_3\end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{R}_{be}=\begin{bmatrix}\cos(\theta)\cos(\psi) & \sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi)-\cos(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi)+\sin(\phi)\sin(\psi) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi)+\cos(\phi)\cos(\psi) & \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi)-\sin(\phi)\cos(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi)\cos(\theta) & \cos(\phi)\cos(\theta)\end{bmatrix}$$

– матрица перехода из связанной с трикоптером системы координат $X_BY_BZ_B$ в земную систему координат $X_EY_EZ_E$;

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}k_f & k_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_f & k_f & k_f \\ -k_\tau & k_\tau & 0 & -k_f l_s & k_f l_s & 0 \\ 0 & 0 & k_\tau & -k_f l_f & -k_f l_f & k_f l_b \\ k_f l_s & -k_f l_s & -k_f l_b & -k_\tau & k_\tau & -k_\tau\end{bmatrix}\in \in\Re^{6\times6}$$

– матрица входа, где l_b – расстояние от заднего несущего винта до центра масс трикоптера в направлении X_B; l_f и l_s – расстояния от передних винтов до центра масс трикоптера в направлениях X_B и Y_B соответственно; k_f и k_τ – аэродинамические коэффициенты сил тяги и крутящего момента;

$$\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}})=\left\{-\left[\mathbf{R}_{be}\mathbf{d}_\xi\mathbf{D}_\xi(\dot{\mathbf{q}})\right]^{\mathrm{T}}\quad -\left[\mathbf{d}_\eta\mathbf{D}_\eta(\dot{\mathbf{q}})\right]^{\mathrm{T}}\right\}\in\Re^6$$

– вектор обобщенных сил и моментов сопротивления воздуха, где $\mathbf{D}_\xi=\begin{bmatrix}u|u| & v|v| & w|w|\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$; $\mathbf{D}_\eta=$ $=\begin{bmatrix}\dot\phi|\dot\phi| & \dot\theta|\dot\theta| & \dot\psi|\dot\psi|\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$; $\mathbf{d}_\xi=\mathrm{diag}\begin{bmatrix}d_x & d_y & d_z\end{bmatrix}$; $\mathbf{d}_\eta=\mathrm{diag}\begin{bmatrix}d_\phi & d_\theta & d_\psi\end{bmatrix}$; $d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi$ – коэффициенты аэродинамического сопротивления воздуха; u, v, w – элементы вектора скорости центра масс трикоптера в системе координат $X_BY_BZ_B$; $\mathbf{F}_p(t)\in\Re^6$ – вектор обобщенных неизвестных внешних возмущений.

Вектор входных воздействий **u**, зависящий от скоростей и углов наклона винтов, описывается в следующем виде:

$$\mathbf{u}=\left[\omega_1^2\sin(\alpha_1)\quad \omega_2^2\sin(\alpha_2)\quad \omega_3^2\sin(\alpha_3)\quad \omega_1^2\cos(\alpha_1)\quad \omega_2^2\cos(\alpha_2)\quad \omega_3^2\cos(\alpha_3)\right]^{\mathrm{T}}, \tag{2}$$

где ω_i – скорость вращения i-го винта; α_i – угол наклона i-го винта (i = 1, 2, 3).

Пусть $\mathbf{u}=\begin{bmatrix}u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$. Решая (2), получим

$$\begin{cases}\omega_i=\sqrt[4]{u_i^2+u_{i+3}^2}; \\ \alpha_i=\arctan\left(u_i/u_{i+3}\right),\end{cases} \tag{3}$$
$$i=1, 2, 3.$$

Эти переменные естественно рассматривать как входы (задатчики) серводвигателей вращения винтов и углов наклона их осей, поэтому модель системы дополняется уравнениями серводвигателей. Несущие винты приводятся в движение синхронными двигателями с постоянными магнитами, а их углы наклона регулируются серводвигателями постоянного тока. Математическое описание динамики СДПМ в собственных осях d–q [33] и ДПТ [34] для систем управление скоростью и углом наклона каждого несущего винта представлено системой уравнений вида

$$\begin{cases}\dfrac{di_d}{dt}=\dfrac{1}{L_d}\left(-R_si_d+n_p\omega L_qi_q+u_d\right); \\ \dfrac{di_q}{dt}=\dfrac{1}{L_q}\left(-R_si_q-n_p\omega L_di_d-n_p\omega\Phi+u_q\right); \\ \dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{1}{J}\begin{bmatrix}1.5n_p\Phi i_q+1.5n_p\left(L_d-L_q\right)i_di_q- \\ -B\omega-K_a\omega|\omega|-T_d(t)\end{bmatrix},\end{cases} \tag{4}$$

где i_d и u_d – ток и напряжение статора по оси d; i_q и u_q – ток и напряжение статора по оси q; R_s – сопротивление статора; L_d и L_q – индуктивности статора в системе d–q; n_p – число пар полюсов ротора; Φ – потокосцепление постоянных магнитов ротора; ω – скорость вращения ротора (винта); J – суммарный момент инерции ротора и нагрузки (винта); B – коэффициент вязкого трения; K_a – аэродинамический коэффициент сопротивления винта; T_d – момент внешней нагрузки, рассматриваемый как неизвестное внешнее возмущение, и системой уравнений вида

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}\left(-Ri - K_e\omega_r + u\right); \\ \dfrac{d\omega_r}{dt} = \dfrac{1}{J_r}\left[K_t i - B_r\omega_r - T_l(t)\right]; \\ \dfrac{d\alpha}{dt} = \omega_r, \end{cases} \tag{5}$$

где i и u – ток и напряжение якоря ДПТ; R и L – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи ДПТ; ω_r – угловая скорость двигателя; J_r – суммарный момент инерции якоря и нагрузки; K_e и K_t – постоянная ЭДС и постоянная момента двигателя; B_r – коэффициент вязкого трения; T_l – момент внешней нагрузки, рассматриваемый как неизвестное внешнее возмущение; α – угол поворота двигателя (угол наклона винта).

Синтез адаптивного робастного управления скоростями и углами наклона винтов СЭМПО. Для синтеза адаптивного закона управления скоростью и углом наклона каждого винта трикоптера с поворотными винтами в условиях неизвестных параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений, сначала перепишем системы дифференциальных уравнений (4) и (5) в следующем компактном виде:

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega}{dt} = i_q + \mathbf{W}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_1 - d_1(t); \\ \dfrac{di_q}{dt} = \mathbf{W}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_2 + u_q; \\ \dfrac{di_d}{dt} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z} + u_d; \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\alpha}{dt} = \omega_r; \\ \dfrac{d\omega_r}{dt} = i + \mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_3 - d_2(t); \\ \dfrac{di}{dt} = \mathbf{W}_4^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_4 + u, \end{cases} \tag{7}$$

где

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -R_s L_d^{-1} \\ n_p L_q L_d^{-1} \\ L_d^{-1} - 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} 1.5 n_p \Phi J^{-1} - 1 \\ 1.5 n_p \left(L_d - L_q\right) J^{-1} \\ -BJ^{-1} \\ -K_a J^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} -R_s L_q^{-1} \\ -n_p L_d L_q^{-1} \\ -n_p \Phi L_q^{-1} \\ L_q^{-1} - 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}_3 = \begin{bmatrix} K_t J_r^{-1} - 1 \\ -B_r J_r^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}_4 = \begin{bmatrix} -RL^{-1} \\ -K_e L^{-1} \\ L^{-1} - 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} i_d \\ \omega i_q \\ u_d \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} i_q \\ i_d i_q \\ \omega \\ \omega|\omega| \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} i_q \\ \omega i_d \\ \omega \\ u_q \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}_3 = \begin{bmatrix} i \\ \omega_r \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}_4 = \begin{bmatrix} i \\ \omega_r \\ u \end{bmatrix}; \quad d_1 = \frac{T_d}{J};$$

$$d_2 = \frac{T_l}{J_r}.$$

Пусть $\hat{\mathbf{W}}, \hat{\mathbf{W}}_j$ – оценки векторов $\mathbf{W}$, $\mathbf{W}_j$; $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}, \tilde{\mathbf{W}}_j = \mathbf{W}_j - \hat{\mathbf{W}}_j$ – ошибки оценивания этих векторов (j = 1, 2, 3, 4).

Синтез адаптивного робастного управления скоростью вращения каждого винта.

А. Синтез регулятора тока по d-оси. Введем $s = i_d + c\int_0^t i_d\,dt$, где $c > 0$ – положительное число.

Заметим, что если $s = 0$, то $i_d \to 0$ при $t \to \infty$. Рассмотрим функцию Ляпунова следующего вида:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}, \quad \gamma > 0. \tag{8}$$

Производная по времени V имеет вид

$$\dot{V} = s\dot{s} + \gamma^{-1}\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = s\left(\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z} + u_d + ci_d\right) - \gamma^{-1}\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\mathbf{W}}}.$$

Выберем закон управления и адаптивный закон настройки:

$$u_d = -\hat{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z} - ks - \varepsilon\,\mathrm{sign}(s) - ci_d; \tag{9}$$

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}} = \gamma\left(s\mathbf{Z} - \sigma\hat{\mathbf{W}}\right), \tag{10}$$

где k, ε, σ, $\gamma > 0$ – положительные числа. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -ks^2 - \varepsilon s\,\mathrm{sign}(s) + \sigma\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}} \le \\ &\le -ks^2 + \sigma\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}. \end{aligned} \tag{11}$$

Б. Синтез регулятора скорости вращения винта.

Шаг 1. Пусть $e_1 = \omega - \omega_d$, $e_2 = i_q - i_{qd}$, где ω_d и i_{qd} – желаемая скорость вращения винта и желаемый ток по q-оси. Тогда

$$\dot{e}_1 = i_q + \mathbf{W}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_1 - d_1(t) - \dot{\omega}_d =$$
$$= e_2 + i_{qd} + \mathbf{W}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_1 - d_1(t) - \dot{\omega}_d.$$

Предполагаем, что $d_1(t)$ ограничено и $|d_1(t)| \le \delta_1$, где δ_1 – неизвестная постоянная величина. Выбираем выражение для виртуальной переменной i_{qd} как

$$i_{qd} = -k_1 e_1 - \hat{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_1 + \dot{\omega}_d - \frac{\hat{\delta}_1^2 e_1}{\hat{\delta}_1|e_1| + \varepsilon_1},$$

где k_1, $\varepsilon_1 > 0$ – положительные числа; $\hat{\delta}_1$ – оценка δ_1; $\hat{\delta}_1(0) > 0$. Пусть $\tilde{\delta}_1 = \delta_1 - \hat{\delta}_1$ – ошибка оценивания.

Выберем функцию Ляпунова следующим образом:

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_1 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\delta}_1^2,\ \gamma_1 > 0,\ \gamma_2 > 0, \quad (12)$$

и найдем ее производную по времени:

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\left(e_1\mathbf{Z}_1 - \gamma_1^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_1\right) -$$
$$- e_1 d_1 - \frac{\hat{\delta}_1^2 e_1^2}{\hat{\delta}_1|e_1| + \varepsilon_1} - \gamma_2^{-1}\tilde{\delta}_1\dot{\hat{\delta}}_1.$$

В силу неравенства $|d_1(t)| \le \delta_1$ имеем $-e_1 d_1 \le |e_1|\delta_1 = |e_1|\tilde{\delta}_1 + |e_1|\hat{\delta}_1$. Отсюда получаем

$$-e_1 d_1 - \frac{\hat{\delta}_1^2 e_1^2}{\hat{\delta}_1|e_1| + \varepsilon_1} \le |e_1|\tilde{\delta}_1 + \varepsilon_1\frac{\hat{\delta}_1|e_1|}{\hat{\delta}_1|e_1| + \varepsilon_1} \le |e_1|\tilde{\delta}_1 + \varepsilon_1.$$

Выбираем адаптивный закон настройки как

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 = \gamma_1\left(e_1\mathbf{Z}_1 - \sigma_1\hat{\mathbf{W}}_1\right);\ \dot{\hat{\delta}}_1 = \gamma_2\left(|e_1| - \sigma_2\hat{\delta}_1\right), \quad (13)$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \sigma_1, \sigma_2 > 0$ – положительные числа. Тогда

$$\dot{V}_1 \le -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \sigma_1\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_1 + \sigma_2\tilde{\delta}_1\hat{\delta}_1 + \varepsilon_1. \quad (14)$$

Шаг 2. Имеем $\dot{e}_2 = \dot{i}_q - \dot{i}_{qd} = \mathbf{W}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_2 + u_q - \dot{i}_{qd}$. Вычисление производной виртуальной переменной i_{qd} очень сложно. В действительности, фактический управляющий сигнал всегда ограничен, поэтому производная виртуальной переменной i_{qd} также ограничена. Допустим, что $|\dot{i}_{qd}| \le \delta_2$, где δ_2 – неизвестная постоянная величина.

Фактический управляющий сигнал u_q рассчитан как

$$u_q = -e_1 - k_2 e_2 - \hat{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_2 - \frac{\hat{\delta}_2^2 e_2}{\hat{\delta}_2|e_2| + \varepsilon_2}, \quad (15)$$

где k_2, $\varepsilon_2 > 0$ – положительные числа; $\hat{\delta}_2$ – оценка δ_2; $\hat{\delta}_2(0) > 0$.

Пусть $\tilde{\delta}_2 = \delta_2 - \hat{\delta}_2$ – ошибка оценивания. Выберем следующую функцию Ляпунова:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_2 + \frac{1}{2\gamma_4}\tilde{\delta}_2^2, \quad (16)$$
$$\gamma_3 > 0,\ \gamma_4 > 0.$$

Учитывая (14) и (15), найдем производную функции V_2:

$$\dot{V}_2 \le -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \sigma_1\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_1 + \sigma_2\tilde{\delta}_1\hat{\delta}_1 + \varepsilon_1 +$$
$$+ \tilde{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\left(e_2\mathbf{Z}_2 - \gamma_3^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2\right) + \left(-\dot{i}_{qd}e_2 - \frac{\hat{\delta}_2^2 e_2^2}{\hat{\delta}_2|e_2| + \varepsilon_2}\right) -$$
$$- \gamma_4^{-1}\tilde{\delta}_2\dot{\hat{\delta}}_2 \le -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \sigma_1\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_1 + \sigma_2\tilde{\delta}_1\hat{\delta}_1 + \varepsilon_1 +$$
$$+ \tilde{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\left(e_2\mathbf{Z}_2 - \gamma_3^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2\right) + \left(|e_2|\tilde{\delta}_2 + \varepsilon_2\right) - \gamma_4^{-1}\tilde{\delta}_2\dot{\hat{\delta}}_2.$$

Выбираем адаптивный закон настройки следующего вида:

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = \gamma_3\left(e_2\mathbf{Z}_2 - \sigma_3\hat{\mathbf{W}}_2\right);\ \dot{\hat{\delta}}_2 = \gamma_4\left(|e_2| - \sigma_4\hat{\delta}_2\right), \quad (17)$$

где $\gamma_3, \gamma_4, \sigma_3, \sigma_4 > 0$ – положительные числа. Тогда

$$\dot{V}_2 \le -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \sigma_1\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_1 + \sigma_3\tilde{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_2 +$$
$$+ \sigma_2\tilde{\delta}_1\hat{\delta}_1 + \sigma_4\tilde{\delta}_2\hat{\delta}_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2). \quad (18)$$

Нетрудно получить следующее неравенство, зависящее от произвольного вектора $\mathbf{x}$, его оценки $\hat{\mathbf{x}}$ и ошибки оценивания

$$\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{x}} \le \frac{1}{2}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} - \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{x}}. \quad (19)$$

Пусть $V_{2a} = V + V_2$, тогда, учитывая (11), (18) и (19), получаем

$$\dot{V}_{2a} \le -ks^2 - k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - \frac{\sigma}{2}\tilde{\mathbf{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}} - \frac{\sigma_1}{2}\tilde{\mathbf{W}}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_1 -$$
$$- \frac{\sigma_3}{2}\tilde{\mathbf{W}}_2^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_2 - \frac{\sigma_2}{2}\tilde{\delta}_1^2 - \frac{\sigma_4}{2}\tilde{\delta}_2^2 +$$
$$+ \left(\frac{\sigma}{2}\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{W} + \frac{\sigma_1}{2}\mathbf{W}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_1 + \frac{\sigma_3}{2}\mathbf{W}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_2 + \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma_2}{2}\delta_1^2 + \frac{\sigma_4}{2}\delta_2^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2\right). \quad (20)$$

Из выражений (8), (12), (16), (20) получаем неравенство

$$\dot{V}_{2a} \le -\beta_1 V_{2a} + \Delta_1, \tag{21}$$

где

$$\begin{cases} \beta_1 = \min\{2k; 2k_1; 2k_2; \gamma\sigma; \gamma_1\sigma_1; \gamma_2\sigma_2; \gamma_3\sigma_3; \gamma_4\sigma_4\}; \\ \Delta_1 = \left(\dfrac{\sigma}{2}\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{W} + \dfrac{\sigma_1}{2}\mathbf{W}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_1 + \dfrac{\sigma_3}{2}\mathbf{W}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_2 + \right. \\ \left. + \dfrac{\sigma_2}{2}\delta_1^2 + \dfrac{\sigma_4}{2}\delta_2^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2\right). \end{cases}$$

Синтез адаптивного управления углом наклона каждого винта. Синтезируем адаптивный регулятор угла поворота ДПТ (угла наклона винта) аналогично синтезу управления скоростью СДПМ.

Шаг 1. Пусть $e_3 = \alpha - \alpha_d$, $e_4 = \omega_r - \omega_{rd}$, где α_d и ω_{rd} – желаемый угол наклона винта и желаемая скорость вращения ДПТ соответственно. Тогда $\dot{e}_3 = \omega_r - \dot{\alpha}_d = e_4 + \omega_{rd} - \dot{\alpha}_d$. Выбираем выражение для виртуальной переменной ω_{rd} как $\omega_{rd} = -k_3 e_3 + \dot{\alpha}_d$, $k_3 > 0$. Функция Ляпунова выбрана следующим образом:

$$V_3 = \frac{1}{2}e_3^2. \tag{22}$$

Ее производная имеет вид

$$\dot{V}_3 = -k_3 e_3^2 + e_3 e_4. \tag{23}$$

Шаг 2. Пусть $e_5 = i - i_d$, где i_d – желаемый ток якоря ДПТ, тогда $i = e_5 + i_d$. Найдем производную ошибки e_4:

$$\dot{e}_4 = i + \mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_3 - d_2(t) - \dot{\omega}_{rd} = \\ = e_5 + i_d + \mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_3 - d_2(t) - \dot{\omega}_{rd}. \tag{24}$$

Предполагаем, что $\left[d_2(t) + \dot{\omega}_{rd}\right]$ ограничено и $\left|d_2(t) + \dot{\omega}_{rd}\right| \le \delta_3$, где δ_3 – неизвестная постоянная величина. Выбираем выражение для виртуальной переменной i_d как

$$i_d = -e_3 - k_4 e_4 - \hat{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_3 - \frac{\hat{\delta}_3^2 e_4}{\hat{\delta}_3|e_4| + \varepsilon_3}, \tag{25}$$

где k_4, $\varepsilon_3 > 0$ – положительные числа; $\hat{\delta}_3$ – оценка δ_3; $\hat{\delta}_3(0) > 0$. Пусть $\tilde{\delta}_3 = \delta_3 - \hat{\delta}_3$ – ошибка оценивания.

Выберем функцию Ляпунова как

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}e_4^2 + \frac{1}{2\gamma_5}\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_3 + \frac{1}{2\gamma_6}\tilde{\delta}_3^2, \\ \gamma_5 > 0,\ \gamma_6 > 0. \tag{26}$$

Учитывая (23)–(25), найдем производную функции V_4:

$$\dot{V}_4 = -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + e_4 e_5 + \tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\left(e_4\mathbf{Z}_3 - \gamma_5^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_3\right) + \\ + \left[\left(-d_2(t) - \dot{\omega}_{rd}\right)e_4 - \frac{\hat{\delta}_3^2 e_4^2}{\hat{\delta}_3|e_4| + \varepsilon_3}\right] - \gamma_6^{-1}\tilde{\delta}_3\dot{\hat{\delta}}_3 \le \\ \le -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + e_4 e_5 + \tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\left(e_4\mathbf{Z}_3 - \gamma_5^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_3\right) + \\ + \left(|e_4|\tilde{\delta}_3 + \varepsilon_3\right) - \gamma_6^{-1}\tilde{\delta}_3\dot{\hat{\delta}}_3.$$

Выбираем адаптивный закон настройки следующего вида:

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_3 = \gamma_5\left(e_4\mathbf{Z}_3 - \sigma_5\hat{\mathbf{W}}_3\right);\ \dot{\hat{\delta}}_3 = \gamma_6\left(|e_4| - \sigma_6\hat{\delta}_3\right), \tag{27}$$

где $\gamma_5, \gamma_6, \sigma_5, \sigma_6 > 0$ – положительные числа. Тогда

$$\dot{V}_4 \le -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + e_4 e_5 + \\ + \sigma_5\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_3 + \sigma_6\tilde{\delta}_3\hat{\delta}_3 + \varepsilon_3. \tag{28}$$

Шаг 3. Имеем $\dot{e}_5 = \dot{i} - \dot{i}_d = \mathbf{W}_4^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_4 + u - \dot{i}_d$. Допустим, что $\left|\dot{i}_d\right| \le \delta_4$, где δ_4 – неизвестная постоянная величина. Управляющий сигнал u рассчитан как

$$u = -e_4 - k_5 e_5 - \hat{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}_4 - \frac{\hat{\delta}_4^2 e_5}{\hat{\delta}_4|e_5| + \varepsilon_4}, \tag{29}$$

где k_5, $\varepsilon_4 > 0$ – положительные числа; $\hat{\delta}_4$ – оценка δ_4; $\hat{\delta}_4(0) > 0$. Пусть $\tilde{\delta}_4 = \delta_4 - \hat{\delta}_4$ – ошибка оценивания.

Выберем следующую функцию Ляпунова:

$$V_5 = V_4 + \frac{1}{2}e_5^2 + \frac{1}{2\gamma_7}\tilde{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_4 + \frac{1}{2\gamma_8}\tilde{\delta}_4^2, \\ \gamma_7 > 0,\ \gamma_8 > 0. \tag{30}$$

Учитывая (28), (29), найдем производную функции V_5:

$$\dot{V}_5 \le -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 - k_5 e_5^2 + \sigma_5\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_3 + \sigma_6\tilde{\delta}_3\hat{\delta}_3 + \\ + \varepsilon_3 + \tilde{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\left(e_5\mathbf{Z}_4 - \gamma_7^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_4\right) + \left(-\dot{i}_d e_5 - \frac{\hat{\delta}_4^2 e_5^2}{\hat{\delta}_4|e_5| + \varepsilon_4}\right) - \\ - \gamma_8^{-1}\tilde{\delta}_4\dot{\hat{\delta}}_4 \le -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 - k_5 e_5^2 + \sigma_5\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_3 + \\ + \sigma_6\tilde{\delta}_3\hat{\delta}_3 + \varepsilon_3 + \tilde{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\left(e_5\mathbf{Z}_4 - \gamma_7^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}}_4\right) + \\ + \left(|e_5|\tilde{\delta}_4 + \varepsilon_4\right) - \gamma_8^{-1}\tilde{\delta}_4\dot{\hat{\delta}}_4.$$

Адаптивный закон настройки выбран как

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_4 = \gamma_7\left(e_5\mathbf{Z}_4 - \sigma_7\hat{\mathbf{W}}_4\right);\ \dot{\hat{\delta}}_4 = \gamma_8\left(|e_5| - \sigma_8\hat{\delta}_4\right), \quad (31)$$

где $\gamma_7, \gamma_8, \sigma_7, \sigma_8 > 0$ – положительные числа. Тогда

$$\dot{V}_5 \le -k_3e_3^2 - k_4e_4^2 - k_5e_5^2 + \sigma_5\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_3 + \\ + \sigma_7\tilde{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}_4 + \sigma_6\tilde{\delta}_3\hat{\delta}_3 + \sigma_8\tilde{\delta}_4\hat{\delta}_4 + \left(\varepsilon_3 + \varepsilon_4\right). \quad (32)$$

В силу (19) преобразуем (32) в следующем виде:

$$\dot{V}_5 \le -k_3e_3^2 - k_4e_4^2 - k_5e_5^2 - \frac{\sigma_5}{2}\tilde{\mathbf{W}}_3^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_3 - \\ - \frac{\sigma_7}{2}\tilde{\mathbf{W}}_4^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{W}}_4 - \frac{\sigma_6}{2}\tilde{\delta}_3^2 - \frac{\sigma_8}{2}\tilde{\delta}_4^2 + \\ + \left(\frac{\sigma_5}{2}\mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_3 + \frac{\sigma_7}{2}\mathbf{W}_4^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_4 + \right. \\ \left. + \frac{\sigma_6}{2}\delta_3^2 + \frac{\sigma_8}{2}\delta_4^2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4\right). \quad (33)$$

Из выражений (22), (26), (30), (33) получаем неравенство

$$\dot{V}_5 \le -\beta_2 V_5 + \Delta_2, \quad (34)$$

где

$$\begin{cases} \beta_2 = \min\left\{2k_3; 2k_4; 2k_5; \gamma_5\sigma_5; \gamma_6\sigma_6; \gamma_7\sigma_7; \gamma_8\sigma_8\right\}; \\ \Delta_2 = \left(\frac{\sigma_5}{2}\mathbf{W}_3^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_3 + \frac{\sigma_7}{2}\mathbf{W}_4^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_4 + \frac{\sigma_6}{2}\delta_3^2 + \right. \\ \left. + \frac{\sigma_8}{2}\delta_4^2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4\right). \end{cases}$$

Пусть $V_\Sigma = V_{2a} + V_5$, тогда с учетом (21) и (34) получаем

$$\dot{V}_\Sigma \le -\beta V_\Sigma + \Delta, \quad (35)$$

где $\beta = \min\left\{\beta_1; \beta_2\right\}; \Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. Решая (35), имеем $0 \le V_\Sigma(t) \le \left[V_\Sigma(0) - \frac{\Delta}{\beta}\right]e^{-\beta t} + \frac{\Delta}{\beta}$.

Из (35) заметим, что $\dot{V} < 0$ вне компактного множества G, содержащего начало координат, где

$$\mathrm{G} = \left\{\left(s, e_l, \tilde{\mathbf{W}}, \tilde{\mathbf{W}}_j, \tilde{\delta}_j\right) : V\left(s, e_l, \tilde{\mathbf{W}}, \tilde{\mathbf{W}}_j, \tilde{\delta}_j\right) \le \frac{\Delta}{\beta}\right\}, \\ l = \overline{1,5},\ j = \overline{1,4}.$$

В итоге получаем адаптивные робастные законы управления (9), (15), (29) с адаптивными алгоритмами настройки (10), (13), (17), (27), (31) для систем управления скоростями вращения (6) и углами наклона (7) винтов трикоптера с поворотными винтами.

Из проведенного анализа видно, что все сигналы $\left(s, e_l, \tilde{\mathbf{W}}, \tilde{\mathbf{W}}_j, \tilde{\delta}_j\right)$ замкнутых систем ограничены и экспоненциально сходятся к наибольшему инвариантному множеству $\mathcal{G}$ (см. принцип инвариантности Ла-Салля в [35], [36]), границы которых можно сделать достаточно малыми, выбрав параметры адаптивного регулятора. Таким образом, адаптивные робастные системы управления скоростями вращения и углами наклона винтов трикоптера с поворотными винтами робастно устойчивы с достаточно малыми ошибками в условиях неизвестных параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений.

Разделение движений в сложной системе управления СЭМПО и устойчивость системы с паразитной динамикой. Как было показано ранее, в системе управления мультикоптера имеется два основных контура управления: внешний контур регулирования положения и ориентации мультикоптера и стабилизации движения, а также внутренний контур регулирования скорости и угла наклона несущих винтов. Эти контуры соответствуют быстрой и медленной составляющим движения трикоптера с поворотными винтами. Поэтому с помощью разработанных адаптивных робастных законов управления (9), (15), (29) с алгоритмами настройки (10), (13), (17), (27), (31) динамику замкнутого внутреннего контура вполне можно рассматривать как малоинерционные устойчивые звенья:

$$\begin{cases} \tau_\omega\dot{\omega}_i = -\omega_i + \omega_{0i}; \\ \tau_\alpha\dot{\alpha}_i = -\alpha_i + \alpha_{0i}, \end{cases} \quad (36)$$

где τ_ω и τ_α – малые положительные числа – постоянные времени замкнутого контура регулирования скорости и угла наклона несущих винтов; ω_{0i} – заданная скорость вращения i-го винта; α_{0i} – заданный угол наклона i-го винта (i = 1, 2, 3).

В этом случае при синтезе системы управления трикоптером с поворотными винтами (1)–(3), (36) целесообразно применить метод сингулярных возмущений [35], [36], пренебрегая малыми параметрами τ_ω и τ_α. Тогда система (36) преобразуется к виду $\omega_i = \omega_{0i}$; $\alpha_i = \alpha_{0i}$, т. е. контуры регулирования скорости и угла наклона несущих винтов рассматриваются как идеальные безынерционные звенья с единичными коэффициентами передач. Следовательно, система управления трикоптером с поворотными винтами может быть упрощена до модели пониженного порядка вида

$$\begin{cases} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \\ = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u}_0 + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p(t); \\ \omega_{0i} = \sqrt[4]{u_{0i}^2 + u_{0i+3}^2};\ \alpha_{0i} = \\ = \arctan(u_{0i}/u_{0i+3}),\ i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (37)$$

Таким образом, можно синтезировать закон управления (нелинейный или адаптивный в зависимости от требований задачи) для упрощенной системы (37), обеспечив тем самым робастную устойчивость полной системы управления трикоптером с поворотными винтами.

В данной статье для проверки робастной устойчивости системы с паразитной (быстрой) динамикой при синтезе управления с помощью упрощенной модели пониженного порядка (37) будем использовать закон управления со скользящими режимами [32], описываемый следующим выражением:

$$\mathbf{u}_0 = [\mathbf{BH}]^{-1}[\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\Lambda}\dot{\mathbf{e}}) - \mathbf{F}_d + \\ + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{s}_0) + \mathbf{G} + \mathbf{Ks} + \eta\,\mathrm{sign}(\mathbf{s}_0), \quad (38)$$

где $\mathbf{s}_0 = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$ – вектор ошибок слежения; $\mathbf{q}_d$ – вектор желаемых траекторий трикоптера; $\eta > 0$ – положительное число; $\boldsymbol{\Lambda}, \mathbf{K} > 0$ – положительно определенные матрицы.

Результаты компьютерного моделирования. Для исследования работоспособности синтезированных адаптивных робастных регуляторов скоростей вращения и углов наклона винтов трикоптера было проведено моделирование адаптивных робастных систем управления в среде MatLaB/Simulink со следующими значениями параметров: $R_s = 0.56$ Ом; $L_d = 3.75$ мГн; $L_q = 4.35$ мГн; $J = 1.12 \cdot 10^{-5}$ кг · м^2; $B = 1.8 \cdot 10^{-4}$ Н · м · с; $n_p = 2$; $K_a = 8.24 \cdot 10^{-6}$ Н · м · с^2; $R = 0.7$ Ом; $L = 4.8$ мГн; $J_r = 6.78 \cdot 10^{-6}$ кг · м^2; $K_t = K_e =$ 0.065 Вс; $B_r = 2.5 \cdot 10^{-4}$ Н · м · с. Параметры адаптивного регулятора выбираются как $c = 100$; $\varepsilon = 10$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.1$; $k = 100$; $k_1 = k_2 = 250$; $k_3 = 75$; $k_4 = k_5 = 50$; $\gamma_2 = \gamma_5 = \gamma_7 = 1$; $\gamma = 10$; $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_6 = \gamma_8 = 5$; $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 10^{-2}$; $\sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7 = \sigma_8 = 10^{-3}$. Внешние возмущения $T_d = T_l = 0.2 + 0.1\sin(12.5\pi)$. Параметры закона управления в скользящем режиме (38) выбираются как $\mathbf{K} = 10\mathbf{E}_6$; $\boldsymbol{\Lambda} = 2.5\mathbf{E}_6$; $\eta = 2.5$.

Результаты моделирования системы управления скоростью вращения и углом наклона винтов трикоптера в условиях неизвестных параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений представлены на рис. 1–4, где обозначено: «desired» – заданная траектория спиральной формы, «SABSMC» – адаптивное управление на основе упрощенного метода адаптивного обхода интегратора со скользящим режимом управления (Simplified Adaptive Backstepping Sliding-Mode Control), «SC» – подчиненное управление (Subordinate Control). Для синтеза подчиненного управления используются ПИ-регуляторы в контурах регулирования тока и скорости вращения (для СДПМ и ДПТ) и ПИД-регулятор в контуре регулирования угла поворота (для ДПТ). На рис. 1 и 2 представлены переходные процессы по

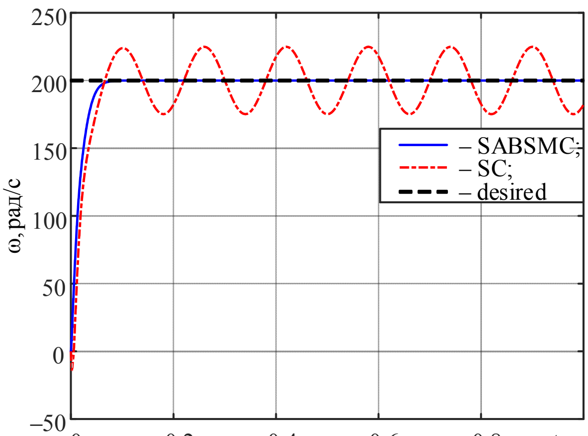

Рис. 1. Переходные процессы скорости вращения винта при ступенчатом задающем воздействии
Fig. 1. Transient processes of the propeller rotation speed with a step reference action

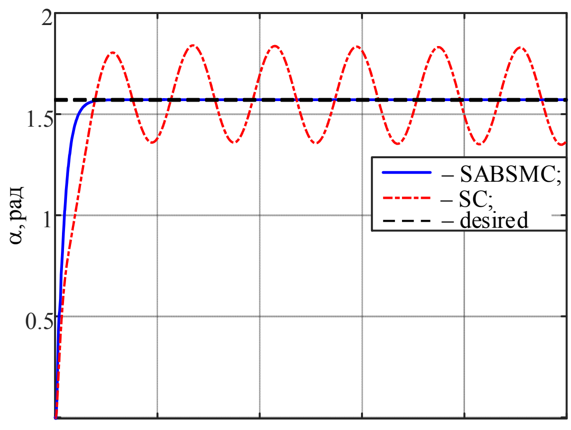

Рис. 2. Переходные процессы угла наклона винта при ступенчатом задающем воздействии
Fig. 2. Transient processes of the propeller tilt angle with a step reference action

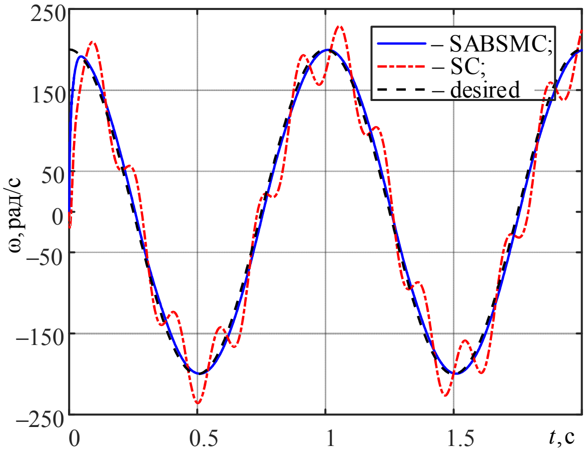

Рис. 3. Переходные процессы скорости вращения винта при синусоидальном задающем воздействии
Fig. 3. Transient processes of the propeller rotation speed with a sinusoidal reference action

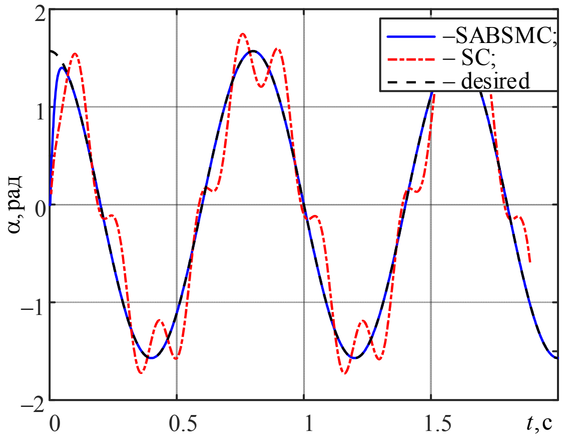

Рис. 4. Переходные процессы угла наклона винта при синусоидальном задающем воздействии
Fig. 4. Transient processes of the propeller tilt angle with a sinusoidal reference action

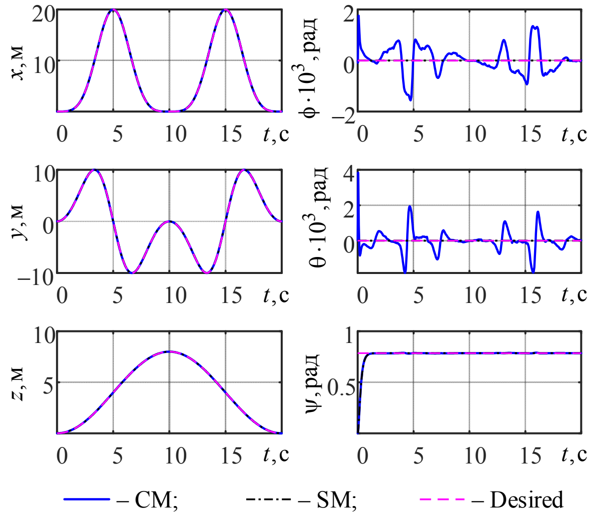

Рис. 5. Переходные процессы положения и ориентации трикоптера с поворотными винтами в полной и упрощенной моделях
Fig. 5. Transient processes of position and orientation of tricopter with rotary propellers in complete and simplified models

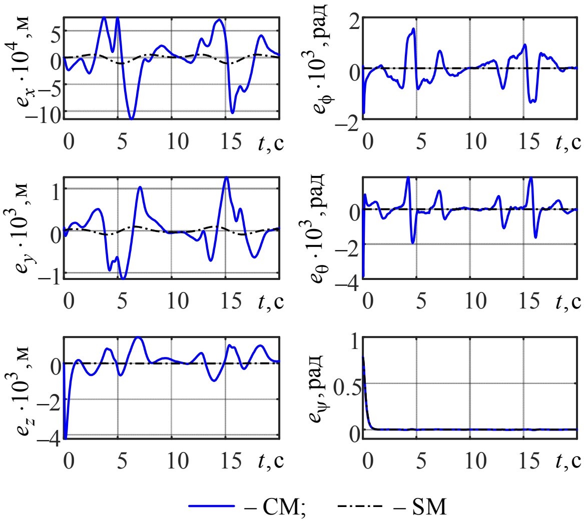

Рис. 6. Ошибки слежения по положению и ориентации трикоптера с поворотными винтами в полной и упрощенной моделях
Fig. 6. Position and orientation tracking errors of tricopter with rotary propellers in complete and simplified models

скорости вращения и углу наклона винта при ступенчатом задающем воздействии, а на рис. 3 и 4 – при синусоидальном задающем воздействии. На рис. 4 кривая «desired» практически совпадает с кривой «SABSMC».

Далее рассмотрены представленные на рис. 5–7 результаты моделирования полной системы управления трикоптером с поворотными винтами, имеющей адаптивные робастные внутренние контуры регулирования скорости и угла наклона несущих винтов и законом управления внешним контуром в скользящем режиме (38), где обозначено: «CM» – полная модель (Complete Model), «SM» – упрощенная модель (Simplified Model), «Desired» – заданная траектория трикоптера с поворотными винтами, «U Actual» и «U Desired» – заданные и фактические скорости и углы наклона несущих винтов трикоптера. На рис. 5 кривые «CM», «SM» и «Desired» (по x, y, z, ψ) практически совпадают. Аналогично, на рис. 7 кривая «U Actual» почти полностью совпадает с кривой «U Desired».

Из результатов компьютерного моделирования следует, что в условиях неизвестных параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений неадаптивная система управления скоростью вращения и углом наклона винтов трикоптера действует нестабильно и не удовлетворяет требованиям устойчивости и точности слежения, а адаптивная следящая система удовлетворяет этим требованиям с высоким качеством. Результаты компьютерного моделирования также подтверждают, что при использовании разработан-

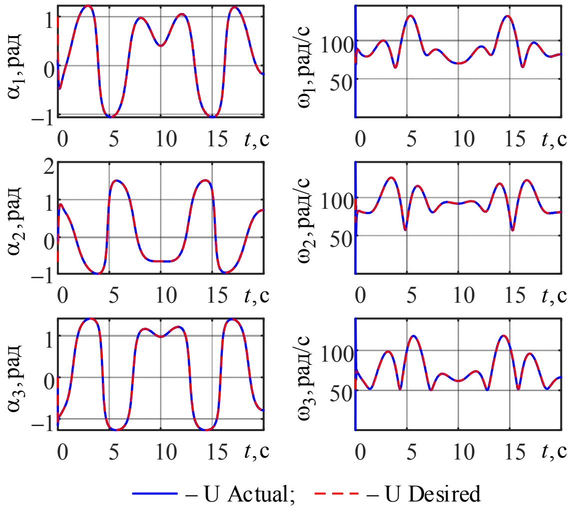

Рис. 7. Командные и фактические сигналы скоростей вращения и углов наклона несущих винтов трикоптера с поворотными винтами в полной модели
Fig. 7. Command and actual signals of propeller rotation speeds and tilt angles of tricopter with rotary propellers in complete model

ных адаптивных робастных внутренних контуров скорости и угла наклона несущих винтов можно синтезировать закон управления для упрощенной модели пониженного порядка, обеспечивая тем самым робастную устойчивость полной системы управления трикоптером с поворотными винтами.

Заключение. В данной статье синтезируется адаптивное робастное управление, основанное на упрощенном методе адаптивного обхода интегратора со скользящим режимом управления и методе функций Ляпунова для электроприводов регулирования скоростей вращения и углов наклона винтов трикоптера с поворотными винтами в условиях неизвестных параметров двигателей и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. Устойчивость адаптивных робастных систем управления доказывается методом функций Ляпунова. Сравнительные результаты компьютерного моделирования показывают, что адаптивные робастные системы управления электроприводами полностью соответствуют требованиям к устойчивости и точности слежения. Поскольку спроектированная адаптивная следящая система имеет высокое быстродействие, в дальнейшем для упрощения синтеза и моделирования регулятора положения и ориентации трикоптера с поворотными винтами можно рассматривать контуры регулирования скоростей вращения винтов и углов наклона их осей как идеальные безынерционные звенья с единичным коэффициентом передачи.

Список литературы

1. Hassija V., Saxena V., Chamola V. Scheduling drone charging for multi-drone network based on consensus time-stamp and game theory // Comp. Commun. 2020. Vol. 149, no. 6. P. 51–61. doi: 10.1016/j.comcom.2019.09.021.

2. Development of a quadrotor test bed – modeling, parameter identification, controller design and trajectory generation / W. Dong, G. Gu, X. Zhu, H. Ding // Intern. J. of Advanced Robotic Syst. 2015. Vol. 12, no. 7. P. 1–14. doi: 10.5772/59618.

3. A platform for aerial robotics research and demonstration: The flying machine arena / S. Lupashin, M. Hehn, M. W. Mueller, A. P. Schoellig, M. Sherback, R. D'Andrea // Mechatronics. 2014. Vol. 24, iss. 1. P. 41–54. doi: 10.1016/j.mechatronics.2013.11.006.

4. The GRASP multiple micro-UAV testbed / N. Michael, D. Mellinger, Q. Lindsey, V. Kumar // IEEE Robotics and Automation Mag. 2010. Vol. 17, no. 3. P. 56–65. doi: 10.1109/MRA.2010.937855.

5. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment / G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, C. Tomlin // AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. and Exhibit. Hilton Head, South Carolina, USA: AIAA, 2007. P. 1–20. doi: 10.2514/6.2007-6461.

6. Ramp M., Papadopoulos E. On modeling and control of a holonomic tricopter // J. of Intelligent & Robotic Systems. 2022. Vol. 105, no. 51. P. 1–21. doi: 10.1007/s10846-021-01541-9.

7. Design and control of a novel coaxial tilt-rotor UAV / Z. Lv, Y. Wu, Q. Zhao, X. Sun // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2022. Vol. 69, no. 4. P. 3810–3821. doi: 10.1109/TIE.2021.3075886.

8. Servais E., D'Andrea-Novel B., Mounier H. Ground control of a hybrid tricopter // 2015 Intern. Conf. on Unmanned Aircraft Syst. (ICUAS 2015). Denver, CO, USA: IEEE, 2015. P. 945–950. doi: 10.1109/ICUAS.2015.7152382.

9. Нгуен З. Х., Путов В. В. Моделирование и исследование движения беспилотных летательных аппаратов типа трикоптера с поворотными винтами // Сб. юбил. XXV конф. молодых ученых «Навигация и управление движением». СПб.: Концерн «ЦНИИ „Электроприбор"», 2023. С. 38–41.

10. Adaptive-robust control of a tricopter-type unmanned aerial vehicle with rotary propellers under uncertain conditions / D. K. Nguyen, V. V. Putov, A. A. Kuznetsov, M. A. Chernyshev // 2023 XXVI Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM). Saint Petersburg, RF: IEEE, 2023. P. 53–56. doi: 10.1109/SCM58628.2023.10159063.

11. Design and development of a tilt-wing UAV / E. Çetinsoy, E. Sirimoğlu, K. T. Öner, C. Hançer, M. Ünel, M. F. Akşit, I. Kandemir, K. Gülez // Turkish J. of Electr. Engin. & Comp. Sci. 2011. Vol. 19, no. 5. P. 733–741. doi: 10.3906/elk-1007-621.

12. Control techniques of tilt rotor unmanned aerial vehicle systems: A review / Z. Liu, Y. He, L. Yang, J. Han //

Chinese J. of Aeronautics. 2017. Vol. 30, iss. 1. P. 135–148. doi: 10.1016/j.cja.2016.11.001.

13. Robust tracking control of aerial robots via a simple learning strategy-based feedback linearization / M. Mehndiratta, Erk. Kayacan, M. Reyhanoglu, Erd. Kayacan // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 1653–1669. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2962512.

14. Mu B., Chirarattananon P. Trajectory generation for underactuated multirotor vehicles with tilted propellers via a flatness-based method // 2019 IEEE/ASME Intern. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Hong Kong, China: IEEE, 2019. P. 1365–1370. doi: 10.1109/AIM.2019.8868853.

15. Abara D., Kannan S., Lanzon A. Development and stabilization of a low-cost single-tilt-tricopter // IFAC-PapersOnLine. 2020. Vol. 53, iss. 2. P. 8897–8902. doi: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1411.

16. Adi M., Wijono, Bambang S. Modeling and control design of quadcopter motor // Frontier Energy Syst. and Power Engin. 2020. Vol. 2, no. 2. P. 34–45. doi: 10.17977/um048v2i2p34-45.

17. PID Control system on brushless DC motor for quadcopter balance / M. Mochamad, A. Fernando, F. Muhammad, K. Iwan // J. Ilmiah Bidang Teknologi Informasi Dan Komunikasi. 2021. Vol. 6, no. 2. P. 110–114. doi:10.25139/inform.v6i2.3999.

18. Chan H. L., Woo K. T. Design and control of small quadcopter system with motor closed loop speed control // Intern. J. of Mechan. Engin. and Robotics Research. 2015. Vol. 4, no. 4. P. 287–292. doi: 10.18178/ijmerr.4.4.287-292.

19. Barnett B., Sands T. Adaptive and learning methods for drone motor control // MDPI: Preprints. 2023. P. 1–12. URL: https://doi.org/10.20944/preprints202302.0022.v1 (дата обращения: 12.01.2025).

20. Steven T. Elliott, Thomas W. Carr. Robust nonlinear control of BLDC motor in quadcopter applications // Am. J. of Undergraduate Research. 2016. Vol. 12, iss. 2. P. 5–14. doi: 10.33697/ajur.2016.011.

21. Kanellakopoulos I., Kokotovic P., Morse A. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1991. Vol. 36, no. 11. P. 1241–1253. doi: 10.1109/9.100933.

22. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V. Adaptive nonlinear control without overparametrization // Syst. and Control Lett. 1992. Vol. 19, iss. 3. P. 177–185. doi: 10.1016/0167-6911(92)90111-5.

23. Krstic M., Kanellakopoulous I., Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley Interscience, 1995. 592 p.

24. Adaptive backstepping speed control for a permanent magnet synchronous motor / S. Rebouh, A. Kaddouri, R. Abdessemed, A. Haddoun // 2011 Intern. Conf. on Management and Service Sci. Wuhan, China: IEEE, 2011. P. 1–4. doi: 10.1109/ICMSS.2011.5999372.

25. Parameters adaptive backstepping control of PMSM using DTC method / X. Zheng, L. Xue, P. Wang, J. Li, Z. Shen // E3S Web Conf. (ICERSD 2020). 2021. Vol. 236, art. 04028. P. 1–4. URL: https://doi.org/10.1051/e3sconf/202123604028 (дата обращения: 12.01.2025).

26. An adaptive backstepping sliding-mode control for improving position tracking of a permanent-magnet synchronous motor with a nonlinear disturbance observer / T. H. Nguyen, T. T. Nguyen, K. Minh Le, H. N. Tran, J. W. Jeon // IEEE Access. 2023. Vol. 11. P. 19173–19185. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3248604.

27. Command filtered adaptive backstepping / W. Dong, J. Farrell, M. Polycarpou, V. Djapic, M. Sharma // IEEE Transactions on Control Syst. Technol. 2012. Vol. 20, no. 3. P. 566–580. doi: 10.1109/TCST.2011.2121907.

28. Command filtered backstepping / J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma, W. Dong // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54, no. 6. P. 1391–1395. doi: 10.1109/TAC.2009.2015562.

29. Hu J., Xu Y., Zou J. Design and implementation of adaptive backstepping speed control for permanent magnet synchronous motor // 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, China: IEEE, 2006. P. 2011–2015. doi: 10.1109/WCICA.2006.1712710.

30. A simplified backstepping sliding mode controller based on adaptive control for BTT missiles / K. Zhu, N. Qi, Yi. Guan, W. Wang // 2009 Intern. Conf. on Mechatronics and Automation. Changchun, China: IEEE, 2009. P. 4583–4588. doi: 10.1109/ICMA.2009.5244807.

31. Robust adaptive tricopter control under parametric uncertainty and external disturbances conditions / V. V. Putov, V. N. Sheludko, Duy K. Nguyen, B. Andrievsky, Iu. Zaitseva // Math. in Sci., Engin., and Aerospace (MESA). 2023. Vol 14, no. 4. P. 1043–1064.

32. Нгуен З. Х., Путов В. В., Шелудько В. Н. Синтез нелинейной и адаптивно-робастной систем со скользящими режимами в управлении динамикой трикоптера с поворотными винтами при действии неизвестных внешних возмущений // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 5. С. 83–96. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-5-83-96.

33. Yang S., Lin K. Automatic control loop tuning for permanent magnet AC servo motor drives // IEEE Trans. Ind. Electron. 2016. Vol. 63, no. 3. P. 1499–1506. doi: 10.1109/TIE.2015.2495300.

34. Murtaza G., Bhatti A. I. Control of DC motors using sliding mode // Proc. of 2012 9th Intern. Bhurban Conf. on Appl. Sci. & Technol. (IBCAST). Islamabad, Pakistan: IEEE, 2012. P. 37–42. doi: 10.1109/IBCAST.2012.6177523.

35. Khalil H. K. Nonlinear systems. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 767 p.

36. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. М.: Наука, 2000. 549 с.

Информация об авторах

Нгуен Зуи Ханh – аспирант, ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

Путов Виктор Владимирович – д-р техн. наук, профессор, зам. зав. кафедрой систем автоматического управления по развитию СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: vvputov@mail.ru

Шелудько Виктор Николаевич – д-р техн. наук, профессор кафедры систем автоматического управления, ректор СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: vnsheludko@etu.ru

References

1. Hassija V., Saxena V., Chamola V. Scheduling drone charging for multi-drone network based on consensus time-stamp and game theory // Comp. Commun. 2020. Vol. 149, no. 6. P. 51–61. doi: 10.1016/j.comcom.2019.09.021.

2. Development of a quadrotor test bed – modeling, parameter identification, controller design and trajectory generation / W. Dong, G. Gu, X. Zhu, H. Ding // Intern. J. of Advanced Robotic Syst. 2015. Vol. 12, no. 7. P. 1–14. doi: 10.5772/59618.

3. A platform for aerial robotics research and demonstration: The flying machine arena / S. Lupashin, M. Hehn, M. W. Mueller, A. P. Schoellig, M. Sherback, R. D'Andrea // Mechatronics. 2014. Vol. 24, iss. 1. P. 41–54. doi: 10.1016/j.mechatronics.2013.11.006.

4. The GRASP multiple micro-UAV testbed / N. Michael, D. Mellinger, Q. Lindsey, V. Kumar // IEEE Robotics and Automation Mag. 2010. Vol. 17, no. 3. P. 56–65. doi: 10.1109/MRA.2010.937855.

5. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment / G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, C. Tomlin // AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. and Exhibit. Hilton Head, South Carolina, USA: AIAA, 2007. P. 1–20. doi: 10.2514/6.2007-6461.

6. Ramp M., Papadopoulos E. On modeling and control of a holonomic tricopter // J. of Intelligent & Robotic Systems. 2022. Vol. 105, no. 51. P. 1–21. doi: 10.1007/s10846-021-01541-9.

7. Design and control of a novel coaxial tilt-rotor UAV / Z. Lv, Y. Wu, Q. Zhao, X. Sun // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2022. Vol. 69, no. 4. P. 3810–3821. doi: 10.1109/TIE.2021.3075886.

8. Servais E., D'Andrea-Novel B., Mounier H. Ground control of a hybrid tricopter // 2015 Intern. Conf. on Unmanned Aircraft Syst. (ICUAS 2015). Denver, CO, USA: IEEE, 2015. P. 945–950. doi: 10.1109/ICUAS.2015.7152382.

9. Nguen Z. H., Putov V. V. Modelirovanie i issledovanie dvizhenija bespilotnyh letatel'nyh apparatov tipa trikoptera s povorotnymi vintami // Sb. jubil. XXV konf. Molodyh uchenyh «Navigacija i upravlenie dvizheniem». SPb.: Koncern «CNII „Jelektropribor"», 2023. S. 38–41. (In Russ.).

10. Adaptive-robust control of a tricopter-type unmanned aerial vehicle with rotary propellers under uncertain conditions / D. K. Nguyen, V. V. Putov, A. A. Kuznetsov, M. A. Chernyshev // 2023 XXVI Intern. Conf. on Soft Comp. and Measurements (SCM). Saint Petersburg, RF: IEEE, 2023. P. 53–56. doi: 10.1109/SCM58628.2023.10159063.

11. Design and development of a tilt-wing UAV / E. Çetinsoy, E. Sirimoğlu, K. T. Öner, C. Hançer, M. Ünel, M. F. Akşit, I. Kandemir, K. Gülez // Turkish J. of Electr. Engin. & Comp. Sci. 2011. Vol. 19, no. 5. P. 733–741. doi: 10.3906/elk-1007-621.

12. Control techniques of tilt rotor unmanned aerial vehicle systems: A review / Z. Liu, Y. He, L. Yang, J. Han // Chinese J. of Aeronautics. 2017. Vol. 30, iss. 1. P. 135–148. doi: 10.1016/j.cja.2016.11.001.

13. Robust tracking control of aerial robots via a simple learning strategy-based feedback linearization / M. Mehndiratta, Erk. Kayacan, M. Reyhanoglu, Erd. Kayacan // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 1653–1669. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2962512.

14. Mu B., Chirarattananon P. Trajectory generation for underactuated multirotor vehicles with tilted propellers via a flatness-based method // 2019 IEEE/ASME Intern. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Hong Kong, China: IEEE, 2019. P. 1365–1370. doi: 10.1109/AIM.2019.8868853.

15. Abara D., Kannan S., Lanzon A. Development and stabilization of a low-cost single-tilt-tricopter // IFAC-PapersOnLine. 2020. Vol. 53, iss. 2. P. 8897–8902. doi: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1411.

16. Adi M., Wijono, Bambang S. Modeling and control design of quadcopter motor // Frontier Energy Syst. and Power Engin. 2020. Vol. 2, no. 2. P. 34–45. doi: 10.17977/um048v2i2p34-45.

17. PID Control system on brushless DC motor for quadcopter balance / M. Mochamad, A. Fernando, F. Muhammad, K. Iwan // J. Ilmiah Bidang Teknologi Informasi Dan Komunikasi. 2021. Vol. 6, no. 2. P. 110–114. doi:10.25139/inform.v6i2.3999.

18. Chan H. L., Woo K. T. Design and control of small quadcopter system with motor closed loop speed control // Intern. J. of Mechan. Engin. and Robotics Research. 2015. Vol. 4, no. 4. P. 287–292. doi: 10.18178/ijmerr.4.4.287-292.

19. Barnett B., Sands T. Adaptive and learning methods for drone motor control // MDPI: Preprints. 2023. P. 1–12. URL: https://doi.org/10.20944/preprints202302.0022.v1 (data obraschenija: 12.01.2025).

20. Steven T. Elliott, Thomas W. Carr. Robust nonlinear control of BLDC motor in quadcopter applications // Am. J. of Undergraduate Research. 2016. Vol. 12, iss. 2. P. 5–14. doi: 10.33697/ajur.2016.011.

21. Kanellakopoulos I., Kokotovic P., Morse A. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems // IEEE Transactions on Automatic Con-

trol. 1991. Vol. 36, no. 11. P. 1241–1253. doi: 10.1109/9.100933.

22. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V. Adaptive nonlinear control without overparametrization // Syst. and Control Lett. 1992. Vol. 19, iss. 3. P. 177–185. doi: 10.1016/0167-6911(92)90111-5.

23. Krstic M., Kanellakopoulous I., Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley Interscience, 1995. 592 p.

24. Adaptive backstepping speed control for a permanent magnet synchronous motor / S. Rebouh, A. Kaddouri, R. Abdessemed, A. Haddoun // 2011 Intern. Conf. on Management and Service Sci. Wuhan, China: IEEE, 2011. P. 1–4. doi: 10.1109/ICMSS.2011.5999372.

25. Parameters adaptive backstepping control of PMSM using DTC method / X. Zheng, L. Xue, P. Wang, J. Li, Z. Shen // E3S Web Conf. (ICERSD 2020). 2021. Vol. 236, art. 04028. P. 1–4. URL: https://doi.org/10.1051/e3sconf/202123604028 (data obraschenija: 12.01.2025).

26. An adaptive backstepping sliding-mode control for improving position tracking of a permanent-magnet synchronous motor with a nonlinear disturbance observer / T. H. Nguyen, T. T. Nguyen, K. Minh Le, H. N. Tran, J. W. Jeon // IEEE Access. 2023. Vol. 11. P. 19173–19185. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3248604.

27. Command filtered adaptive backstepping / W. Dong, J. Farrell, M. Polycarpou, V. Djapic, M. Sharma // IEEE Transactions on Control Syst. Technol. 2012. Vol. 20, no. 3. P. 566–580. doi: 10.1109/TCST.2011.2121907.

28. Command filtered backstepping / J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma, W. Dong // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54, no. 6. P. 1391–1395. doi: 10.1109/TAC.2009.2015562.

29. Hu J., Xu Y., Zou J. Design and implementation of adaptive backstepping speed control for permanent magnet synchronous motor // 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, China: IEEE, 2006. P. 2011–2015. doi: 10.1109/WCICA.2006.1712710.

30. A simplified backstepping sliding mode controller based on adaptive control for BTT missiles / K. Zhu, N. Qi, Yi. Guan, W. Wang // 2009 Intern. Conf. on Mechatronics and Automation. Changchun, China: IEEE, 2009. P. 4583–4588. doi: 10.1109/ICMA.2009.5244807.

31. Robust adaptive tricopter control under parametric uncertainty and external disturbances conditions / V. V. Putov, V. N. Sheludko, Duy K. Nguyen, B. Andrievsky, Iu. Zaitseva // Math. in Sci., Engin., and Aerospace (MESA). 2023. Vol 14, no. 4. P. 1043–1064.

32. Nguen Z. H., Putov V. V., Shelud'ko V. N. Sintez nelinejnoj i adaptivno-robastnoj sistem so skol'zjashhimi rezhimami v upravlenii dinamikoj trikoptera s povorotnymi vintami pri dejstvii neizvestnyh vneshnih vozmushhenij // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2024. T. 17, № 5. S. 83–96. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-5-83-96. (In Russ.).

33. Yang S., Lin K. Automatic control loop tuning for permanent magnet AC servo motor drives // IEEE Trans. Ind. Electron. 2016. Vol. 63, no. 3. P. 1499–1506. doi: 10.1109/TIE.2015.2495300.

34. Murtaza G., Bhatti A. I. Control of DC motors using sliding mode // Proc. of 2012 9th Intern. Bhurban Conf. on Appl. Sci. & Technol. (IBCAST). Islamabad, Pakistan: IEEE, 2012. P. 37–42. doi: 10.1109/IBCAST.2012.6177523.

35. Khalil H. K. Nonlinear systems. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 767 p.

36. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami. M.: Nauka, 2000. 549 s. (In Russ.).

Information about the authors

Duy Khanh Nguyen – postgraduate student, Assistant of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

Victor V. Putov – Dr Sci. (Eng.), Professor, Deputy Head of the Department of Automatic Control Systems for Development, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: vvputov@mail.ru

Victor N. Sheludko – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Automatic Control Systems, Rector of Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: vnsheludko@etu.ru

Статья поступила в редакцию 11.02.2025; принята к публикации после рецензирования 27.03.2025; опубликована онлайн 26.05.2025.

Submitted 11.02.2025; accepted 27.03.2025; published online 26.05.2025.