УДК 534.2+534.16 Научная статья
https://doi.org/10.32603/2071-8985-2025-18-5-5-11

Определение упругих характеристик слоистых сред для задач акустического профилирования

А. В. Вагин✉, А. С. Воротынцева

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ av.vagin@bk.ru

Аннотация. Определены четыре упругие характеристики слоистой среды на основе известных решений дисперсионных уравнений для продольных и поперечных волн при параллельном и перпендикулярном относительно слоев слоистой структуры распространении. Слоистая среда рассматривалась как аналог кристалла гексагональной симметрии, где пятая упругая характеристика определена при распространении поперечной волны под углом к поверхности слоистой структуры. Полный набор упругих параметров слоистой структуры может быть использован для расчета классификационных признаков при решении задачи классификации типов донного грунта при акустическом профилировании.

Ключевые слова: упругие характеристики, слоистая среда, профилирование донного грунта, классификация

Для цитирования: Вагин А. В., Воротынцева А. С. Определение упругих характеристик слоистых сред для задач акустического профилирования // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2025. Т. 18, № 5. С. 5–11. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-5-5-11.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Determination of Elastic Characteristics of Layered Media for Acoustic Profiling Problems

A. V. Vagin✉, A. S. Vorotyntseva

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ av.vagin@bk.ru

Abstract. The paper defines four elastic characteristics of a layered medium based on known solutions of dispersion equations for longitudinal and transverse waves, with parallel and perpendicular propagation relative to the layers of the layered structure. The layered medium was considered as an analogue of a crystal of hexagonal symmetry, where the fifth elastic characteristic is determined when a transverse wave propagates at an angle to the surface of the layered structure. The full set of elastic parameters of the layered structure can be used to calculate classification features when solving the problem of classifying types of bottom soil during acoustic profiling.

Keywords: elastic properties, layered environment, bottom soil profiling, classification

For citation: Vagin A. V., Vorotyntseva A. S. Determination of Elastic Characteristics of Layered Media for Acoustic Profiling Problems // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2025. Vol. 18, no. 5. P. 5–11. doi: 10.32603/2071-8985-2025-18-5-5-11.

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Введение. Изучение структуры дна океанов и морей позволяет значительно расширить представления о геологическом строении донных пород, истории возникновения морей, формировании структуры пород, образующих морское дно. Основные геофизические исследования структуры дна океанов и морей в настоящее время производятся дистанционно с использованием гидроакустических методов [1]. В прикладной области гидроакустические средства позволяют обнаруживать донные структуры, благоприятные для скопления в них нефти и газа, рудные поля и т. д., а также определять инженерные свойства грунтов для строительства подводных сооружений и др. В основу таких методов положена акустическая неоднородность осадочных пород, образующих дно океана, вызывающая частичное отражение акустической энергии от границ раздела таких пород и преломление акустических лучей при их переходе из одной структуры в другую. Особенности распространения акустических волн используются для определения характеристик осадочных пород донного грунта. При этом предполагается, что строение их слоистое, на пути распространения отраженных волн границы между слоями параллельны, а характеристики каждого из слоев однородны и постоянны. Гидроакустическое средство, в основе работы которого используется указанный метод, называется акустическим профилографом донного грунта. Акустический профилограф решает задачи стратификации и классификации осадочных структур. Подробные физические основы функционирования акустического профилографа при стратификации донного грунта представлены в [2]. В свою очередь, классификация донного грунта выполняется на основе анализа эхосигналов. Анализ амплитуд эхосигналов и их спектра позволяет выполнить оценку характеристик грунта, на основании которых рассчитываются классификационные признаки, позволяющие отнести тип грунта к одному из четырех классов [3].

Таким образом, для анализа слоистых сред актуально определение упругих характеристик на основе рассмотрения распространения волн в различных направлениях внутри среды и выявления их связей со скоростями распространения волн.

Цель статьи состоит в определении выражений для расчета основных упругих характеристик слоистой структуры донного грунта при известных скоростях распространения волн в слоях.

Модель слоистой среды. Под слоистой средой будем понимать структуру, состоящую как минимум из двух чередующихся слоев однородных и изотропных веществ [4]. Рассмотрим геометрическую модель задачи нахождения связи между скоростями распространения акустических волн и упругими характеристиками неоднородной слоистой среды со слоями толщиной a и b и параметрами (плотность ρ, коэффициенты Ламе λ, μ): ρ, λ, μ – для первой среды, и $\bar{\rho}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}$ – для второй среды (см. рисунок).

Для слоя 1 примем следующие выражения для продольных и поперечных смещений в направлении осей x и z:

$$\xi_{lx} = P(z)\, e^{-ikx},\ \xi_{lz} = \frac{P'(z)}{ik} e^{-ikx},$$

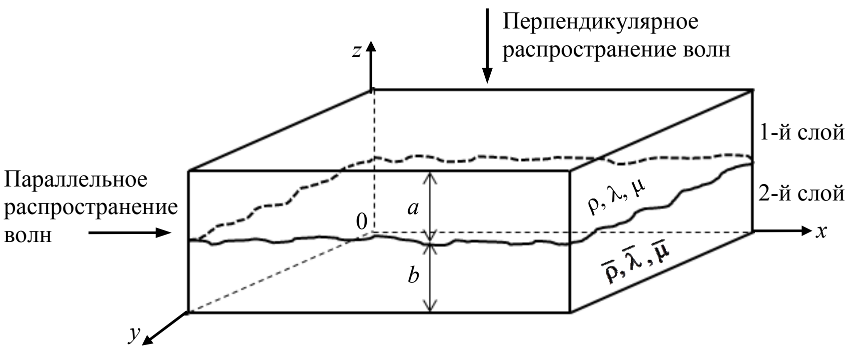
$$\xi_{tx} = -\frac{Q'(z)}{ik} e^{-ikx},\ \xi_{tz} = Q(z)\, e^{-ikx}.$$

Здесь ξ_{lx}, ξ_{lz} – продольные и ξ_{tx}, ξ_{tz} – поперечные смещения в направлении x и z соответственно; i – мнимая единица; k – волновое число; $P'(z)$, $Q'(z)$ – производные $P(z)$ и $Q(z)$ соответственно. Причем

$$P(z) = A\cos\alpha\left(z - \frac{a}{2}\right) + B\sin\alpha\left(z - \frac{a}{2}\right),\ \alpha^2 = k_l^2 - k^2;$$

$$Q(z) = C\cos\beta\left(z - \frac{a}{2}\right) + D\sin\beta\left(z - \frac{a}{2}\right),\ \beta^2 = k_t^2 - k^2,$$

где A, B, C, D – пока неопределенные постоянные; k_l, k_t – волновые числа продольной и поперечной волн соответственно.



Модель слоистой структуры
Layered structure model

Выражения для компонент тензора механических напряжений для первого слоя имеют следующий вид:

$$\sigma_{xz} = 2\mu\left(P'(z) + \frac{k^2 - \beta^2}{2ik} Q(z)\right) e^{-ikx};$$

$$\sigma_{yz} = 0,$$

$$\sigma_{zz} = \left(\frac{\lambda k_l^2 + 2\mu\alpha^2}{ik} P(z) + 2\mu Q'(z)\right) e^{-ikx}.$$

Отсюда видно, что продольные и поперечные компоненты упругих смещений и механических напряжений записаны через синусную и косинусную составляющие для удобства дальнейших расчетов.

Аналогичные параметры во второй среде для выражений упругих смещений и механических напряжений обозначаются с чертой сверху.

Неоднородность слоистой среды выражается взаимодействием выступов и впадин микрорельефа прилегающих друг к другу слоев. Тогда упругие смещения ξ и механические напряжения σ между граничащими слоями должны удовлетворять неоднородным граничным условиям, учитывающим «разрывы» в компонентах упругих смещений и представляемым в виде [5]

$$\begin{aligned} \xi_x(0) &= \overline{\xi_x(0)} - \frac{\overline{\sigma_{xz}(0)}}{\text{KGT}},\ \sigma_{xz}(0) = \overline{\sigma_{xz}(0)}; \\ \xi_z(0) &= \overline{\xi_z(0)} - \frac{\overline{\sigma_{zz}(0)}}{\text{KGN}},\ \sigma_{zz}(0) = \overline{\sigma_{zz}(0)}, \end{aligned} \tag{1}$$

где KGT, KGN – тангенциальный и нормальный коэффициенты жесткости.

Нормальный коэффициент жесткости определяет передачу нормальных составляющих упругих смещений, а тангенциальный – передачу касательных составляющих. Коэффициенты жесткости зависят от коэффициента перфорации, характеризующего степень сплошности между прилегающими средами структуры, а также от шероховатости, и определяются по формулам

$$\text{KGN} = \frac{(\lambda + 2\mu)\left(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}_2\right) c_l \bar{c}_l}{(\lambda + 2\mu) c_l + \left(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}\right) \bar{c}_l} \frac{2\pi p}{\omega d^2 (1 - p)};$$

$$\text{KGT} = \frac{\mu \bar{\mu} c_t \bar{c}_t}{\mu c_t + \bar{\mu} \bar{c}_t} \frac{2\pi p}{\omega d^2 (1 - p)},$$

где $c_l, \bar{c}_l$ – скорости продольной волны в первом и во втором слоях соответственно; $p = b_0^2 / d^2$ – коэффициент перфорации; $\omega = 2\pi f$; c_t, $\bar{c}_t$ – скорости поперечной волны в первом и во втором слоях соответственно; d – среднее расстояние между контактными участками.

К нахождению эффективных характеристик слоистой структуры можно подойти с различных сторон. В случае предположения об имеющейся периодичности задача о распространении волн в неоднородной среде сводится к решению волнового уравнения, имеющего периодические коэффициенты. По причине того, что между внешними слоями параметры постоянны и меняются скачком только на границе раздела слоев, решение волнового уравнения (а потом обыкновенного) может быть найдено для общего случая задачи для нетонких слоев. Если имеется необходимость решения задачи определения характеристик для мелкослоистой среды, то, используя описанную методику, в результате предельного перехода из волнового уравнения получают требуемое уравнение. Вводя уточнение для поправочных членов, можно определить конкретные условия применимости предельных результатов.

Покажем, что в отношении своих упругих свойств слоистая среда – это аналог кристалла гексагональной симметрии. Рассмотрим класс кристаллов C_6 и выберем систему координат с осью z по оси 6-го порядка. Введем комплексные «координаты», выполнив их формальное преобразование [6]:

$$\xi_6 = x + iy,\ \eta_6 = x - iy,$$

где x, y – прямоугольные координаты.

Координата z остается без изменений. К этим новым координатам необходимо также преобразовать тензор модулей упругости λ_{iklm} – после преобразования координат его компоненты теперь принимают значения ξ_6, η_6, z. В случае поворота на 120° вокруг оси z новые переменные подвергаются преобразованию:

$$\xi_6 \to \xi_6\, e^{2\pi i/3},\ \eta_6 \to \eta_6\, e^{2\pi i/3},\ z \to z.$$

Отличными от нуля остаются только те компоненты модуля упругости λ_{iklm}, которые не меняются при соответствующем преобразовании:

$$\lambda_{zzzz},\ \lambda_{\xi\eta\xi\eta},\ \lambda_{\xi\xi\eta\eta},\ \lambda_{\xi\eta zz},\ \lambda_{\xi z\eta z}.$$

Другие возможные элементы симметрии гексагональной системы ничего не добавляют к этим ограничениям. Таким образом, показано, что количество упругих характеристик кристалла гексагональной симметрии совпадает с количеством упругих характеристик слоистой среды, т. е. для описания ее упругого поведения необходимо и достаточно задать пять модулей упругости.

Для нахождения параметров среды необходимо рассмотреть три поперечных волны и две продольные.

Выражения для скоростей распространения продольной волны в двух направлениях распространения представлены в [7]. Выражения для скоростей распространения поперечной волны вертикальной и горизонтальной поляризации в двух направлениях представлены в [8].

Таким образом, если ограничиться только двумя направлениями распространения, то определяются только четыре из пяти упругих постоянных, выражения для которых известны, а связь со скоростями распространения волн будет представлена далее.

Эффективные характеристики слоистой среды. Свободная энергия единицы объема кристалла гексагональной симметрии, а соответственно, и слоистой среды, записывается в виде

$$F=\frac{\lambda_1}{2}u_{zz}^2+\frac{\lambda_2}{2}\left(u_{xx}+u_{yy}\right)^2+\lambda_3 u_{zz}\left(u_{xx}+u_{yy}\right)+$$
$$+2\lambda_4\left(u_{xy}^2-u_{xx}u_{yy}\right)+2\lambda_4\left(u_{xz}^2-u_{yz}^2\right),$$

где u_{ik} – компоненты тензора деформации; $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda + 2\mu$, $\lambda_3 = \lambda$, $\lambda_4 = \lambda_5 = \mu$ – упругие характеристики материала; λ, μ – коэффициенты Ламе.

Если принять ρ – плотность кристалла (слоистой среды), то квадраты скоростей распространения волн в направлениях x и z определятся следующим образом [9]:

$$c_{xx}^2=\frac{\lambda_2}{\rho},\ c_{xz}^2=c_{zx}^2=\frac{\lambda_5}{\rho},\ c_{xy}^2=\frac{\lambda_4}{\rho},\ c_{zz}^2=\frac{\lambda_1}{\rho}. \quad (2)$$

Здесь первый индекс при c указывает направление распространения волны, а второй – направление вектора смещения частиц среды ξ.

Модуль λ_3 в (2) не входит, так как для его нахождения необходимо определить скорости распространения волн под углом к оси z, отличным от 0 и $\pi/2$.

Рассматривая непосредственно слоистую среду с неоднородностями, можно сказать, что твердая неоднородная среда описывается эффективными динамическими модулями упругости, нахождение которых – задача сложная, решаемая на основе методов статистической механики.

Учет неоднородностей, их форм и размеров в слоистой среде выполним на основе методов самосогласованного поля для длинноволнового приближения: $r,\ D_{\text{н}} \le \lambda$, где r – расстояние между неоднородностями; $D_{\text{н}}$ – диаметр неоднородности; λ здесь – длина волны зондирующего импульса. Тогда эффективные динамические характеристики: эффективная плотность $\rho_{\text{эф}}$, эффективные модули упругости $\mu_{\text{эф}}$, $\lambda_{\text{эф}}$, запишутся следующим образом [10]:

$$\rho_{\text{эф}}=\rho_0\left|1-\frac{\Delta\rho^*}{\rho_0}\exp\left(-z_0/z\right)\right|;$$
$$\mu_{\text{эф}}=\mu_0\left|1-\frac{\Delta\mu^*}{\mu_0}\exp\left(-z_0/z\right)\right|;$$
$$\lambda_{\text{эф}}=\lambda_0\left|1-\frac{\Delta\lambda^*}{\lambda_0}\exp\left(-z_0/z\right)\right|,$$

где ρ_0, μ_0, λ_0 – значения характеристик среды без неоднородностей, $\Delta\rho^*, \Delta\mu^*, \Delta\lambda^*$ – разность эффективных значений в поверхностном слое и в глубине, z_0 – толщина приповерхностного слоя.

В случае распространения волн в среде, имеющей слабую неоднородность, должны выполняться следующие условия:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\ll 1,\ \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\ll 1,\ \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\ll 1.$$

Проводя зондирование донного грунта и выполняя последующее решение задачи классификации слоев донного грунта, необходимо найти значение эффективной скорости в слое. Эффективная скорость определяется решением дисперсионного уравнения относительно волнового числа. Найденную скорость необходимо подставить в (2) для получения требуемых упругих характеристик слоистой среды и отнесения ее к определенному классу.

Как уже было сказано, для продольной и поперечных волн, распространяющихся в двух направлениях, скорости распространения известны, и, соответственно, могут быть определены упругие характеристики, которые будут иметь вид

$$\lambda_1=\frac{\lambda+2\mu}{n}\mathrm{KGN};$$
$$\lambda_2=\lambda_1\left[1+4n\bar{n}\frac{(\mu-\bar{\mu})(\lambda+\mu-\bar{\lambda}-\bar{\mu})}{(\lambda+2\mu)(\bar{\lambda}+2\bar{\mu})\mathrm{KGT}}\right]; \quad (3)$$
$$\lambda_4=n\mu+\bar{n}\bar{\mu};\ \lambda_5=\frac{\mu\bar{\mu}}{n\bar{\mu}+\bar{n}\mu},$$

где $n=(a+b)/a$ – относительная толщина первого слоя; $\bar{n}=(a+b)/b$ – относительная толщина второго слоя.

Для определения параметра λ_3 рассмотрим распространение волны под углом к оси z. Тогда для рассматриваемой волны упругое смещение частиц можно записать в виде

$$\xi_x=\left[P(z)+\frac{Q'(z)-ik_3Q(z)}{ik_1}\right]\mathrm{e}^{-i(k_1x+k_3z)};$$
$$\xi_z=\left[Q(z)-\frac{P'(z)-ik_3P(z)}{ik_1}\right]\mathrm{e}^{-i(k_1x+k_3z)}, \quad (4)$$

где k_1, k_3 – проекции волнового вектора на оси x, z соответственно.

Подставляя выражения (4) в неоднородные граничные условия (1), получим восемь уравнений, образующих детерминант восьмого порядка, раскрывая который, получим дисперсионное уравнение для нахождения скорости волны, распространяющейся под углом к оси z. Сопоставляя полученное дисперсионное уравнение с известным соответствующим приближенным уравнением для кристалла гексагональной симметрии, которое имеет вид [9]

$$\left(\lambda_2 k_1^2+\lambda_5 k_3^2-\rho\omega^2\right)\left(\lambda_5 k_1^2+\lambda_1 k_3^2-\rho\omega^2\right)-$$
$$-\left(\lambda_3+\lambda_5\right)^2 k_1^2 k_3^2=0,$$

получим следующее выражение для параметра λ_3:

$$\lambda_3=-\lambda_5+\left\{\left(\lambda_1-\lambda_5\right)^2+\frac{4n\bar{n}\lambda_1^2\lambda_5}{\text{KGN}}\left(\frac{1}{\bar{\mu}}-\frac{1}{\mu}\right)\times\right.$$
$$\times\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}-\frac{\bar{\lambda}+\bar{\mu}}{\text{KGT}\left(\bar{\lambda}+2\bar{\mu}\right)}\right)\times$$
$$\left.\times\left[\frac{n\left(\lambda+\mu\right)}{\lambda+2\mu}+\frac{\bar{n}\left(\bar{\lambda}+\bar{\mu}\right)}{\text{KGT}\left(\bar{\lambda}+2\bar{\mu}\right)}\right]\right\}^{1/2}. \qquad (5)$$

Таким образом, зная все пять упругих модулей (3), (5), т. е. располагая всеми характеристиками «кристалла», можно вычислить скорости распространения волн в произвольных направлениях.

В случае, если среда изотропна и однородна, т. е. $\lambda=\bar{\lambda}$, $\mu=\bar{\mu}$, $\lambda_1=\lambda+2\mu$, $\lambda_5=\mu$, а коэффициенты жесткости KGT, KGN $\to\infty$, выражение (5) дает $\lambda_3=\lambda_1$, как и должно быть для изотропной среды [7]. Стоит отметить, что соответствующие выражения для упругих постоянных однородной среды получаются при предельном переходе KGT, KGN $\to\infty$.

Используя при выполнении классификации типа донного грунта в качестве дополнительного классификационного признака связь между скоростью распространения волны и упругими характеристиками, можно повысить достоверность определения типа донного грунта [11].

Для решения задачи классификации типа донного грунта, при акустическом профилировании важно знать не только скорости распространения волн в различных направлениях, но и их коэффициенты поглощения. В этом случае коэффициенты λ и μ заменяются комплексными благодаря введению объемной ζ и сдвиговой η вязкостей:

$$\lambda+\frac{2}{3}\mu\to\lambda+\frac{2}{3}\mu+i\omega\zeta;$$
$$\mu\to\mu+i\omega\eta.$$

Комплексные волновые числа определяются, согласно (1), по формулам

$$k_{xx}^2=\frac{\omega^2\rho}{\lambda_2},\ k_{xz}^2=k_{zx}^2=\frac{\omega^2\rho}{\lambda_5},\ k_{xy}^2=\frac{\omega^2\rho}{\lambda_4},\ k_{zz}^2=\frac{\omega^2\rho}{\lambda_1}.$$

Представляя комплексное волновое число в виде $k=k_0-i\chi$, где k_0 – вещественная часть волнового числа, χ – коэффициент поглощения, и ограничиваясь членами первого порядка относительно ζ и η, получим следующие выражения для коэффициентов поглощения волн в различных направлениях распространения:

$$\chi_{xx}=\frac{\omega^2\lambda_1}{2}\frac{\rho}{\lambda_2}\left[\frac{n\left(\zeta+\frac{4}{3}\eta\right)}{\left(\lambda+2\mu\right)^2}+\frac{\bar{n}\left(\bar{\zeta}+\frac{4}{3}\bar{\eta}\right)}{\left(\bar{\lambda}+2\bar{\mu}\right)^2}+\frac{1}{\lambda_1}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\lambda_2}\left(\frac{\eta-\bar{\eta}}{\mu-\bar{\mu}}+\frac{\zeta-\bar{\zeta}+\frac{\eta-\bar{\eta}}{3}}{\lambda+\mu-\bar{\lambda}-\bar{\mu}}-\frac{\zeta+\frac{4}{3}\eta}{\lambda+2\mu}-\frac{\bar{\zeta}+\frac{4}{3}\bar{\eta}}{\bar{\lambda}+2\bar{\mu}}\right)\right]^{1/2};$$

$$\chi_{xz}=\chi_{zx}=\frac{\omega^2}{2}\sqrt{\rho\lambda_5}\left(\frac{n\eta}{\mu^2}+\frac{\bar{n}\bar{\eta}}{\bar{\mu}^2}\right);$$

$$\chi_{xy}=\frac{\omega^2}{2\lambda_4}\sqrt{\frac{\rho}{\lambda_4}}\left(n\eta+\bar{n}\bar{\eta}\right);$$

$$\chi_{zz}=\frac{\omega^2}{2}\sqrt{\rho\lambda_1}\left[\frac{n\left(\zeta+\frac{4}{3}\eta\right)}{\left(\lambda+2\mu\right)^2}+\frac{\bar{n}\left(\bar{\zeta}+\frac{4}{3}\bar{\eta}\right)}{\left(\bar{\lambda}+2\bar{\mu}\right)^2}\right],$$

где $\bar{\zeta}$, $\bar{\eta}$ – объемная и сдвиговая вязкости соответственно для второй среды.

Причем под λ_i при $i=1$, 2, 4, 5 понимаются действительные модули, выражающиеся через коэффициенты Ламе по формулам (3).

Заключение. Таким образом, на основе известных решений дисперсионных уравнений для продольных волн и поперечных волн вертикальной и горизонтальной поляризации, распространяющихся в двух направлениях в слоистой среде, определены четыре из пяти упругих постоянных слоистой среды. Пятая упругая постоянная определена при рассмотрении распространения волны под углом к оси z модели слоистой структуры. На основе известных упругих постоянных слоистой среды можно произвести классификацию материалов структуры при акустическом профилировании донного грунта.

Список литературы

1. Корякин Ю. А., Смирнов С. А., Яковлев Г. В. Корабельная гидроакустическая техника. Состояние и актуальные проблемы. СПб.: Наука, 2004. 410 с.

2. Информационная гидроакустика: методы информационного обеспечения гидроакустическими средствами / А. В. Вагин, А. А. Войтов, А. А. Волкова, Л. Е. Гампер, В. И. Ермолаев, С. В. Ерошенко, Н. С. Каришнев, А. Д. Консон, В. З. Кранц, Е. А. Остриянский, Д. Б. Островский, С. Н. Потапычев, И. А. Селезнев, О. П. Сопина / под общ. ред. А. Д. Консона. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. 368 с.

3. Остриянский Е. А., Свечников А. И. Дистанционная послойная классификация донных грунтов акустическим методом // Навигация и гидрография. 2000. № 10. С. 103–108.

4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 340 с.

5. Панасюк О. Н. Анализ влияния граничных условий на распространение волн в слоистых композитных материалах // Прикладная механика. 2014. Т. 50, № 4. С. 52–58.

6. Evel΄son R. L. A fine-layered medium of finite-thickness in an electromagnetic field // J. of Communications Technol. and Electr. 2015. Vol. 60, no. 6. P. 552–559.

7. Аббакумов К. Е., Вагин А. В. Дисперсионное уравнение для продольной волны в слоистой среде с неоднородными граничными условиями при различных направлениях распространения // Дефектоскопия. 2020. № 1. С. 22–30.

8. Вагин А. В. Распространение поперечных волн с вертикальной и горизонтальной поляризацией в слоистой среде с неоднородными граничными условиями // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2023. Т. 16, № 3. С. 5–14.

9. Рытов С. М. Акустические свойства мелкослоистой среды // Акуст. журн. 1956. Т. 2, № 1. С. 71–83.

10. Carcione Jose M. Anisotropic Q and velocity dispersion of finely layered media // Geophys. Prospecting. 1992. Vol. 40, no. 7. P. 761–783.

11. Гидролокационные системы вертикального зондирования дна / В. Барник, Г. Вендт, Г. П. Каблов, А. Н. Яковлев. Новосибирск: изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1992. 217 с.

Информация об авторах

Вагин Антон Владимирович – ассистент кафедры электроакустики и ультразвуковой техники СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: av.vagin@bk.ru

Воротынцева Алена Сергеевна – аспирантка кафедры электроакустики и ультразвуковой техники СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: avorotynceva@yandex.ru

References

1. Korjakin Ju. A., Smirnov S. A., Jakovlev G. V. Korabel'naja gidroakusticheskaja tehnika. Sostojanie i aktual'nye problemy. SPb.: Nauka, 2004. 410 s. (In Russ.).

2. Informacionnaja gidroakustika: metody informacionnogo obespechenija gidroakusticheskimi sredstvami / A. V. Vagin, A. A. Vojtov, A. A. Volkova, L. E. Gamper, V. I. Ermolaev, S. V. Eroshenko, N. S. Karishnev, A. D. Konson, V. Z. Kranc, E. A. Ostrijanskij, D. B. Ostrovskij, S. N. Potapychev, I. A. Seleznev, O. P. Sopina / pod obshh. red. A. D. Konsona. SPb.: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI», 2023. 368 s. (In Russ.).

3. Ostrijanskij E. A., Svechnikov A. I. Distancionnaja poslojnaja klassifikacija donnyh gruntov akusticheskim metodom // Navigacija i gidrografija. 2000. № 10. S. 103–108. (In Russ.).

4. Brehovskih L. M. Volny v sloistyh sredah. M.: Nauka, 1973. 340 s. (In Russ.).

5. Panasjuk O. N. Analiz vlijanija granichnyh uslovij na rasprostranenie voln v sloistyh kompozitnyh materialah // Prikladnaja mehanika. 2014. T. 50, № 4. S. 52–58. (In Russ.).

6. Evel΄son R. L. A fine-layered medium of finite-thickness in an electromagnetic field // J. of Communications Technol. and Electr. 2015. Vol. 60, no. 6. P. 552–559.

7. Abbakumov K. E., Vagin A. V. Dispersionnoe uravnenie dlja prodol'noj volny v sloistoj srede s neodnorodnymi granichnymi uslovijami pri razlichnyh napravlenijah rasprostranenija // Defektoskopija. 2020. № 1. S. 22–30. (In Russ.).

8. Vagin A. V. Rasprostranenie poperechnyh voln s vertikal'noj i gorizontal'noj poljarizaciej v sloistoj srede s neodnorodnymi granichnymi uslovijami // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2023. T. 16, № 3. S. 5–14. (In Russ.).

9. Rytov S. M. Akusticheskie svojstva melkosloistoj sredy // Akust. zhurn. 1956. T. 2, № 1. S. 71–83. (In Russ.).

10. Carcione Jose M. Anisotropic Q and velocity dispersion of finely layered media // Geophys. Prospecting. 1992. Vol. 40, no. 7. P. 761–783.

11. Gidrolokacionnye sistemy vertikal'nogo zondirovanija dna / V. Barnik, G. Vendt, G. P. Kablov, A. N. Jakovlev. Novosibirsk: izd-vo Novosib. gos. un-ta, 1992. 217 s. (In Russ.).

Information about the authors

Anton V. Vagin – Assistant of the Department of Electroacoustics and Ultrasound Technology, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: av.vagin@bk.ru

Alena S. Vorotyntseva – postgraduate student of the Department of Electroacoustics and Ultrasound Technology, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: avorotynceva@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 23.01.2025; принята к публикации после рецензирования 17.03.2025; опубликована онлайн 26.05.2024.

Submitted 23.01.2025; accepted 17.03.2025; published online 26.05.2024.