

5. Самохвалов Д. В. Об учете квантования сигнала микроконтроллера в методике проектирования усилительно-преобразовательного устройства вентиляционного двигателя // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2008. № 9. С. 33–44.

6. STM32F3. Работа с ADC и DMA. MicroTechnics. URL: <http://microtechnics.ru/stm32f3-rabota-s-adc-i-dma/> (дата обращения: 2.05.2018 г.).

7. Хабр. Использование библиотеки stm32cube для создания платформонезависимых драйверов. URL: <https://habr.com/company/embox/blog/328866/> (дата обращения: 4.05.2018 г.).

8. Справочное руководство по серии МК STM32F334x: RM0364 Reference manual. STmicro-electronix, 2017. 1122 с.

D. N. Bondarenko, F. V. Chmilenko, V. E. Parmenov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

ALGORITHM OF FREQUENCY REGULATION OF THE TRANSISTOR INVERTER FOR INDUCTION HEATING

An algorithm for frequency control of a resonant voltage inverter is presented when operating at an inductive load, taking into account the limitation of the frequency range by the inductive detuning necessary for the safe switching of the inverter power transistors. The structure of the analog control system of the serial generator for induction heating is considered. The links of the software implementation of the excitation and control algorithm, a mathematical model of an inverter with a resonant circuit, have been developed. The results of modeling the dynamics of the excitation and control algorithm are presented; the effect of the frequency limiting mechanism near the resonance is shown. The choice of a microcontroller with a hardware implementation of excitation and measurement nodes required for the digital implementation of the algorithm is substantiated. The structure of the software nodes of the implementation of the algorithm based on the STM32F334 microcontroller, a diagram of the laboratory layout of a half-bridge transistor inverter with control from the STM32 Nucleo-64 board, the results of debugging and testing are presented.

Induction heating, transistor generator, frequency regulation, microcontroller, algorithm

УДК 621.313

Г. Д. Баранов, К. И. Матус
ФГУП «Крыловский государственный научный центр»
Филиал «ЦНИИ СЭТ»

М. А. Ваганов, Е. А. Бубнов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Алгоритм спектрального анализа на базе дискретно-временного преобразования Фурье

Рассматриваются общие вопросы анализа сигналов при помощи преобразования Фурье в контексте задач электротехники. Приводится развернутое описание связи между непрерывным преобразованием Фурье, дискретно-временным преобразованием Фурье (ДВПФ) и дискретным преобразованием Фурье (ДПФ). Сравниваются методы повышения разрешения ДПФ по частоте. Приводится алгоритм анализа результатов ДПФ. Основным инструментом анализа является переход от ДПФ к ДВПФ в окрестности отсчета, имеющего максимальную амплитуду, что позволяет уточнить значение частоты, соответствующей максимальной амплитуде. При последующем анализе уточненная гармоника удаляется из сигнала. Предложенный алгоритм позволяет повысить точность определения гармонического состава сигнала, а также выявлять близко расположенные гармоники, существенно отличающиеся по амплитуде. Приводится оценка минимальной амплитуды, пригодной для уточнения.

Спектральный анализ, БПФ, ДПФ, ДВПФ, дискретное преобразование Фурье, растекание спектра, гармоники тока, гармоники напряжения, дополнение нулями

В инженерной практике часто возникает необходимость проанализировать процессы, про-

исходящие в сложных системах, например в электрических машинах. Одним из подходов к этой

задаче представляет спектральный анализ электромагнитных или вибрационных характеристик такой системы. При анализе этих характеристик наибольшую ценность часто представляют гармоники с небольшой амплитудой, частота которых, однако, может определять тот или иной процесс. Такие гармоники могут оказаться незамеченными по ряду причин. Для того чтобы обозначить эти причины и сформулировать подходы устранения их отрицательного влияния, необходимо разобраться в природе дискретного преобразования Фурье.

1. Преобразование Фурье, ДВПФ, ДПФ.

Рассмотрим некоторый бесконечный сигнал $s(t)$, в простейшем случае – гармонический. Этот сигнал требуется измерить и определить его гармонический состав. Проанализировать сигнал возможно только на конечном интервале, соответствующем времени измерения T . Аналитически это можно представить как умножение $s(t)$ на функцию окна $w(t)$, равную 1 в интервале времени измерения $[0...T]$ (рис. 1, а), и 0 в остальных случаях. Результатом этой операции служит функция $g(t)$ представленная на рис. 1, б. Результат преобразования Фурье от этой функции $H(f)$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)w(t)e^{-jft} dt = \int_0^T g(t)e^{-jft} dt,$$

где f – частота, Гц; t – время, с, также представлен на рис. 1, в.

Полученный спектр является сверткой результатов преобразования Фурье от функции $s(t)$ и от функции окна $w(t)$.

Процесс измерения подразумевает дискретизацию сигнала. Аналитически этот процесс можно представить как умножение сигнала $g(t)$ на последовательность дельта-функций $\delta(t)$, соответствующих по времени моментам измерения:

$$\begin{aligned} g_d(t) &= g(t) \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - n/F_s) = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} g(t) \delta(t - n/F_s), \end{aligned} \quad (1)$$

где F_s – частота дискретизации; N – число точек измерения.

Преобразование Фурье от функции $g_d(t)$, описываемой выражением (1), называется дискретно-временным преобразованием Фурье (ДВПФ) и представляет собой непрерывную по частоте периодическую функцию $H_d(f)$.

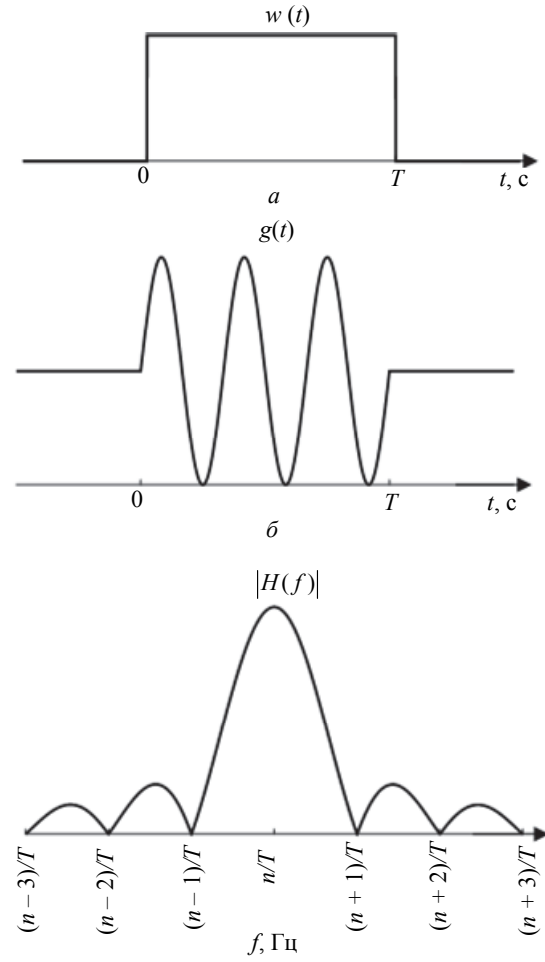


Рис. 1

$$\begin{aligned} H_d(f) &= \int_0^T g_d(t) e^{-jft} dt = \\ &= \int_0^T \left(\sum_{n=0}^{N-1} g(t) \delta(t - n/F_s) \right) e^{-jft} dt = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} g(n/F_s) e^{-jfn/F_s}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, дискретному сигналу $g_d(t)$ соответствует непрерывный спектр $H_d(f)$. Такой спектр неудобен для компьютерных расчетов, поэтому для дискретизации по частоте вводится предположение, что функция $g_d(t)$ – периодическая с периодом, равным периоду измерения T . В таком случае спектр сигнала будет содержать гармоники, кратные $\Delta f = 1/T = 1/[N(1/F_s)]$, и (2) примет вид

$$\begin{aligned} H_d(k\Delta f) &= \sum_{n=0}^{N-1} g(n/F_s) e^{-jk\Delta f n/F_s} = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} g(n/F_s) e^{-jkn/N}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $k = 0 \dots N-1$ – номера гармоник частотного спектра.

Если опустить в (3) шаги дискретизации по частоте Δf и по времени $1/F_s$, то выражение примет окончательный вид, называемый дискретным преобразованием Фурье (ДПФ):

$$H'_d(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-jkn/N}, \quad k=1 \dots N-1. \quad (4)$$

Таким образом, результат ДПФ представляет собой дискретизированный результат ДВПФ.

На графике рис. 2, а приведен идеальный случай, когда в период измерения T попадает целое число периодов сигнала n . В таком случае частота сигнала равна n/T , шаг ДПФ равен $1/T$, и, как видно из рис. 2, б, единственный ненулевой отсчет спектра будет совпадать с частотой сигнала. В случае если в период измерения попадает не целое число периодов сигнала z , например $n+1 < z < n$ (рис. 2, в), то кривая Фурье образа окна окажется, смещена относительно отсчета, кратного $1/T$ (рис. 2, г). В результате этого все отсчеты спектра окажутся ненулевыми, а максимальное значение будет соответствовать ближайшей к z/T частоте,

кратной $1/T$. Этот эффект называется «растеканием спектра» [1] или «утечкой спектра» [2].

Растекание спектра вызывает две основные трудности в анализе результатов ДПФ. Во-первых, растекание гармоник с большой амплитудой «скрывает» гармоники с меньшей амплитудой, находящиеся рядом. Во-вторых, часто невозможно определить значение частоты, присутствующей в спектре, потому что пик оказывается между соседними отсчетами.

Влияние этих эффектов делает невозможным анализ сигналов непосредственно по результату ДПФ. Требуется дополнительная обработка сигнала или его Фурье-образа для определения уточненной частоты и амплитуды гармоник, входящих в сигнал.

Также известно быстрое преобразование Фурье (БПФ). Это преобразование представляет собой оптимизированную программную реализацию ДПФ. В отличие от ДПФ БПФ может быть вычислено только для всего диапазона частот сразу, но сложность вычисления оказывается ниже, чем аналогичный расчет при помощи ДПФ. Поэтому в контексте вычисления ДПФ для всего спектра дальше будет применяться БПФ.

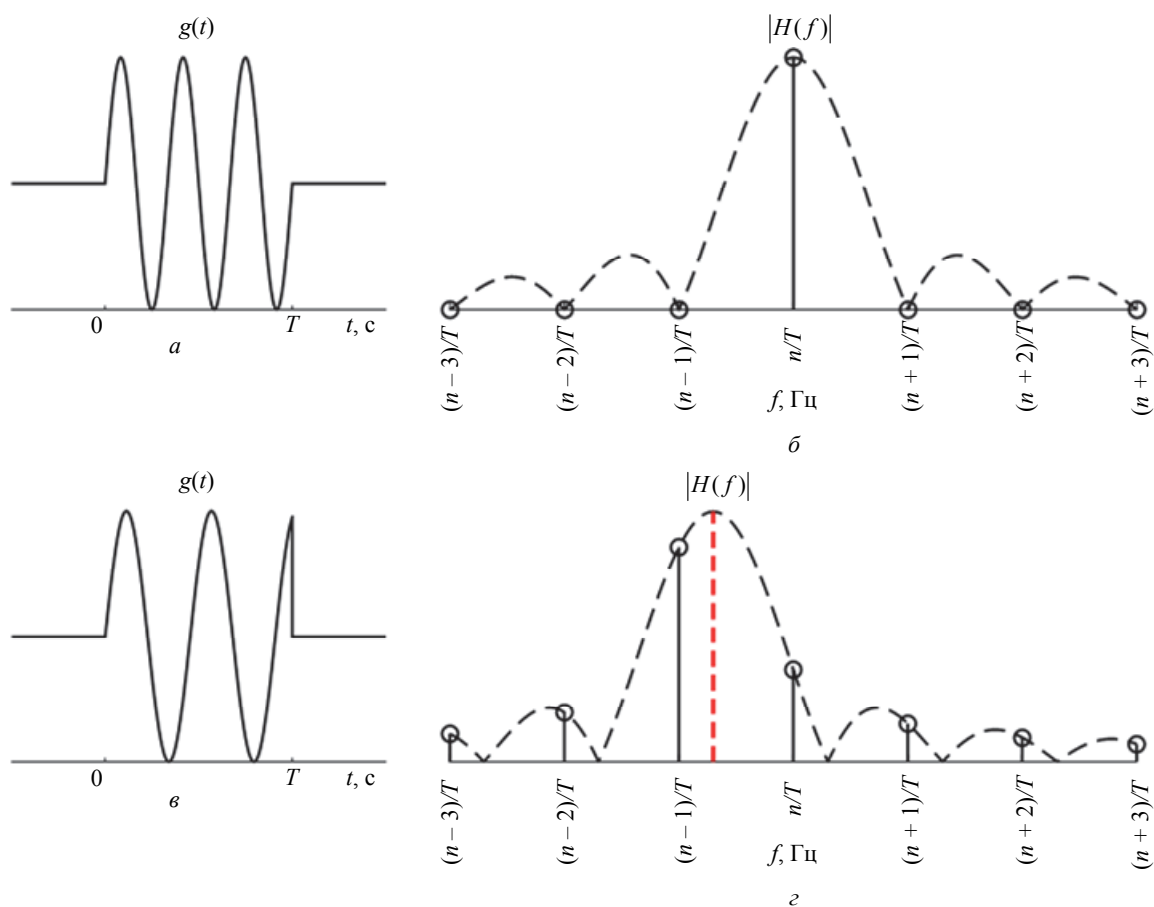


Рис. 2

2. Увеличение разрешения по частоте. Для борьбы с эффектом растекания спектра ДПФ принимают меры повышения разрешения по частоте.

2.1. Увеличение числа отсчетов. Исходя из того, что $\Delta f = 1/T = F_s/N$, очевидным способом повышения разрешения по частоте при постоянной частоте дискретизации F_s является снятие большего числа точек для анализа N или, что то же самое, увеличение времени измерения. Так, например, для разрешения по частоте в 1 Гц необходимо производить измерения в течение 1 с, а для разрешения 0.1 Гц сигнал следует измерять 10 с. Достоинство этого способа состоит в том, что помимо уменьшения Δf уменьшается ширина боковых лепестков и тем самым снижается их отрицательное влияние. В современных системах электропривода за счет действия обратных связей режим работы постоянно изменяется, поэтому электромагнитные параметры машины невозможно измерять в течение длительного промежутка времени.

2.2. Дополнение сигнала нулями. Наиболее распространенным способом повышения разрешения по частоте без увеличения времени измерения является дополнение сигнала нулевыми отсчетами. Тем самым увеличивается число отсчетов N и уменьшается Δf . Эта операция эквивалентна выбору большего периода повторения сигнала при переходе от (2) к (3), поэтому сам частотный спектр, получаемый при ДВПФ, не меняется, а меняется только его дискретизация по частоте. Поэтому с увеличением числа нулевых отсчетов результат ДПФ приближается к результату ДВПФ.

Ограничением применения метода служит значительный рост времени вычисления БПФ по мере роста числа отсчетов сигнала.

Описанные подходы увеличивают разрешение по частоте равномерно во всем диапазоне, но иногда требуется уточнить частоту только одной гармоники.

2.3. Использование ДВПФ. Как оговаривалось ранее, переход к ДПФ представляет собой дискретизацию результата ДВПФ с использованием допущения о периодичности выборки сигнала. Поэтому возможен и обратный переход.

Предположим, в спектре сигнала нужно определить значение частоты гармоники, имеющей максимальную амплитуду, с максимально возможной точностью. По результату БПФ можно определить отсчет ДПФ k_m , имеющий максимальную амплитуду (рис. 3), которую далее требуется уточнить. Для этого проведем переход от (4) к (3), приняв, что Δf может принимать любое вещественное значение из диапазона $[F_s(1 - 1/k_m)/N; F_s(1 + 1/k_m)/N]$:

$$H_d(k_m \Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n/F_s) e^{-jk_m \Delta f n/F_s}. \quad (5)$$

Введем обозначение $k' = k_m \Delta f N/F_s$. С учетом k' преобразуем (5), опустив $1/F_s$ в индексации $g(t)$:

$$H_d(k') = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) e^{-jk'n/N}, \quad (6)$$

где $k' \in [k_m - 1; k_m + 1]$ – условный вещественный отсчет спектра, связанный с частотой выражением $f = k' F_s / N$.

Можно заметить, что (6) и выражение для ДПФ (4) структурно идентичны.

Варьируя k' в обозначенном диапазоне и применяя методы линейной оптимизации [3], можно определить максимально точное значение частоты гармоники.

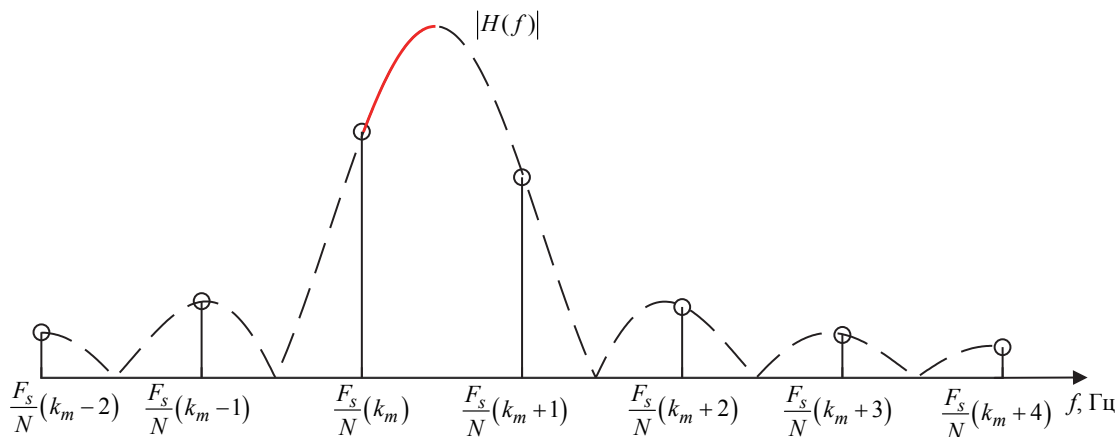


Рис. 3

3. Предлагаемый алгоритм спектрального анализа. Описанные ранее подходы повышения разрешения по частоте противодействуют эффекту растекания спектра при переходе от ДВПФ к ДПФ. Но другую важную проблему представляет влияние боковых лепестков функции окна на гармоники с малой амплитудой. Общепринятым подходом уменьшения их влияния является применение специальных оконных функций, существенно уменьшающих амплитуду боковых лепестков. У этого подхода есть и побочный эффект. Оконные функции увеличивают ширину основного лепестка гармоники с двух отсчетов ДПФ до четырех, и тем самым соседние гармоники перекрываются уже основным лепестком гармоники с большей амплитудой. Для борьбы с этим эффектом в данной статье предлагается алгоритм анализа спектра.

Структурная схема такого алгоритма представлена на рис. 4. Основная его идея заключается в последовательном поиске и удалении из сигнала гармоник с наибольшей амплитудой. Это обеспечит устранение из спектра и соответствующих им лепестков оконных функций, а значит, станет возможным выявлять гармоники с меньшей амплитудой.

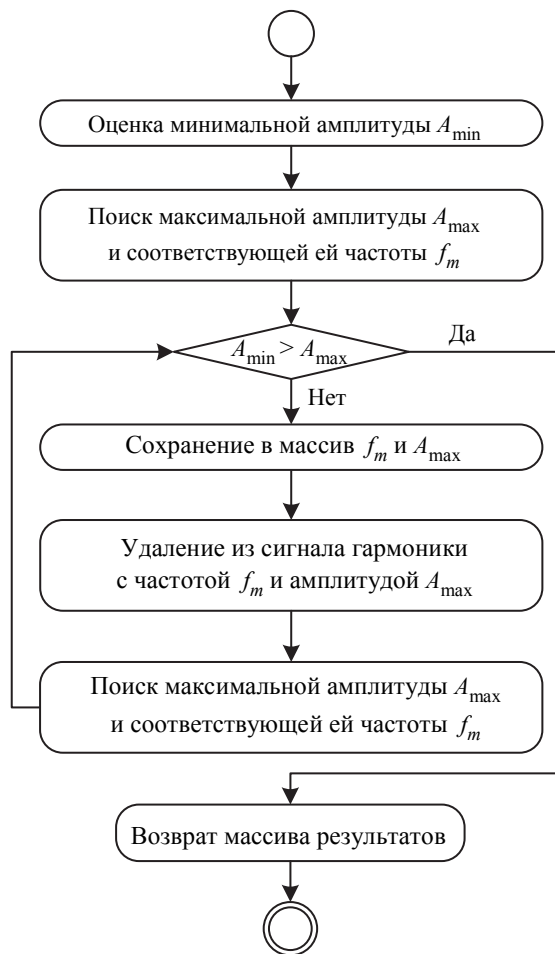


Рис. 4

Работу алгоритма можно разбить на три основных этапа:

- оценка критерия завершения поиска;
- поиск гармоники с максимальной амплитудой и запись ее параметров в результат;
- удаление из сигнала найденной гармоники.

Последние два этапа циклически повторяются, пока не выполнено условие, заданное в первом этапе.

Поиск гармоники с максимальной амплитудой осуществляется с использованием ДВПФ. В результате определяется условный вещественный отсчет k' , который передается в модуль удаления.

Опираясь на (6), по входным данным определяют комплексный вектор, соответствующий удаляемой гармонике. Далее при помощи обратного ДПФ формируется массив отсчетов гармоники во временной области и с помощью поточечного вычитания гармоника удаляется из сигнала.

Следует оговорить, что частота гармоники определяется с конечной точностью, поэтому удаляется не полностью.

Критерием завершения поиска служит выявление алгоритмом поиска максимальной амплитуды ниже некоторого минимального уровня. Такой уровень можно отсчитывать от амплитуды белого шума в сигнале. Для его оценки можно воспользоваться функцией плотности распределения амплитуд гармоник исходного сигнала. Максимум этой функции будет соответствовать амплитуде белого шума A_0 . Тогда минимальная амплитуда, рассматриваемая алгоритмом поиска $A_{\min} = A_0 b$, где b – вещественный коэффициент, регулирующий чувствительность алгоритма.

4. Пример работы алгоритма. Рассмотрим работу алгоритма на конкретной задаче. Требуется провести анализ токов статора модели асинхронного двигателя с дефектом стержня ротора. В [4] выявлено, что в токе фазы обмотки статора должны появиться гармоники, частоты которых определяются выражением

$$f = f_1 (v - 2\alpha s), \quad (7)$$

где f_1 – частота питающей сети; $v = 1, 5, 7, \dots$ – целочисленный коэффициент, соответствующий порядковому номеру вращающихся гармоник тока статора; α – целочисленный коэффициент. Гармоники разбиты на группы. Все гармоники, принадлежащие группе, имеют одинаковое значение v и различные значения α .

Сигнал имеет частоту дискретизации $F_s = 10$ кГц и содержит $N = 10\,000$ точек. Следовательно, минимальный шаг по частоте составляет $\Delta f = 1$ Гц. Измерение проводилось при скольжении $s = 0.05$, частота питающей серии составляет 50 Гц, поэтому искомые частоты будут кратны 5 Гц. Следовательно, анализ может быть проведен непосредственно выполнением ДПФ. Поэтому для демонстрации возможностей алгоритма уменьшим число точек до 5417 и 2147. Результат применения ДПФ к дискретному сигналу, содержащему 10 000 точек, приведен на рис. 5, а; сигналы, содержащие 5417 и 2147 точек, – на рис. 5, б и в.

На рис. 5, а видны гармоники, описываемые (7). Они располагаются группами, одна из которых, соответствующая $\nu = 19$, выделена. Как видно из рис. 5, б, из-за особенностей ПФ с уменьшением числа точек существенно снижается его разрешающая способность, и выборка из 2147

точек (рис. 5, в) оказывается не пригодной для анализа частотного состава сигнала.

Результат обработки алгоритмом спектрального анализа дискретного сигнала, содержащего 10 000 точек, приведен на рис. 6, а, а сигналов, содержащих 5417 и 2147 точек, – на рис. 6, б и в.

Из рис. 6, в видно, что даже в случае выборки из 2147 точек гармоники выявляются. Рассмотрим выделенную на рис. 5 группу гармоник. Значение частот гармоник, определенных алгоритмом, и максимальная ошибка их определения приведены в таблице.

Оценим эффективность повышения точности определения частот этих гармоник при использовании алгоритма спектрального анализа в сравнении с использованием БПФ. При использовании БПФ погрешность определения частот соответствует половине шага дискретизации по частоте и будет равна 0.5, 0.93, 2.33 Гц соответственно. Если рассмотреть максимальную ошибку определе-

Метод расчета	Частота гармоники, Гц							Максимальная ошибка, Гц
Аналитический	890	895	900	905	910	915	920	–
Анализ 10 000 точек	889.961	894.994	900.005	904.999	909.994	914.997	920.018	0.039
Анализ 5417 точек	890.040	895.146	899.979	904.878	910.318	915.054	920.064	0.318
Анализ 2147 точек	891.773	896.205	899.279	–	908.906	915.999	921.487	1.773

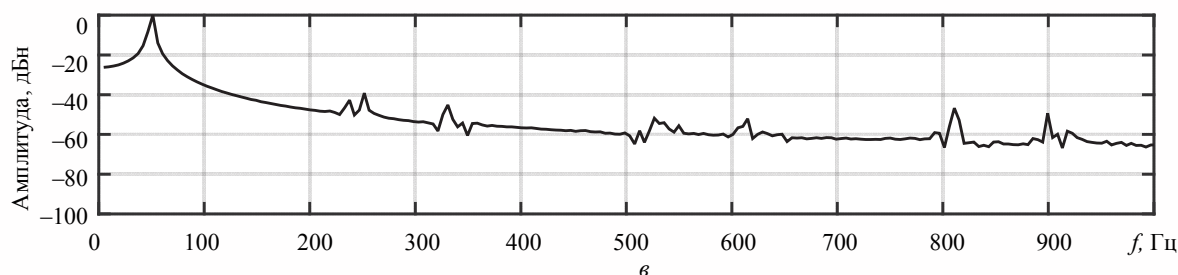
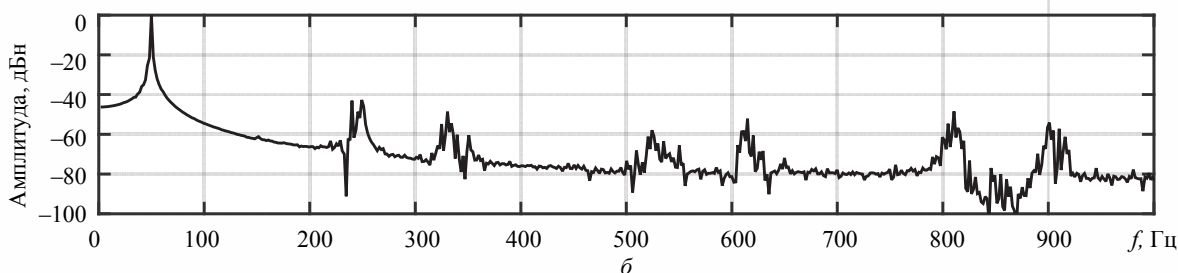
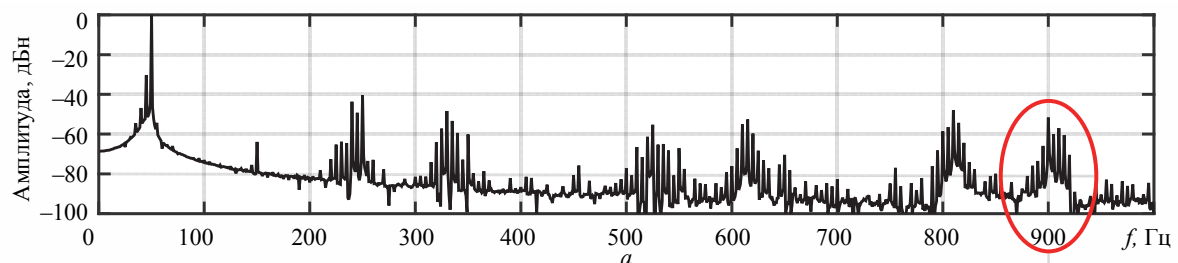


Рис. 5

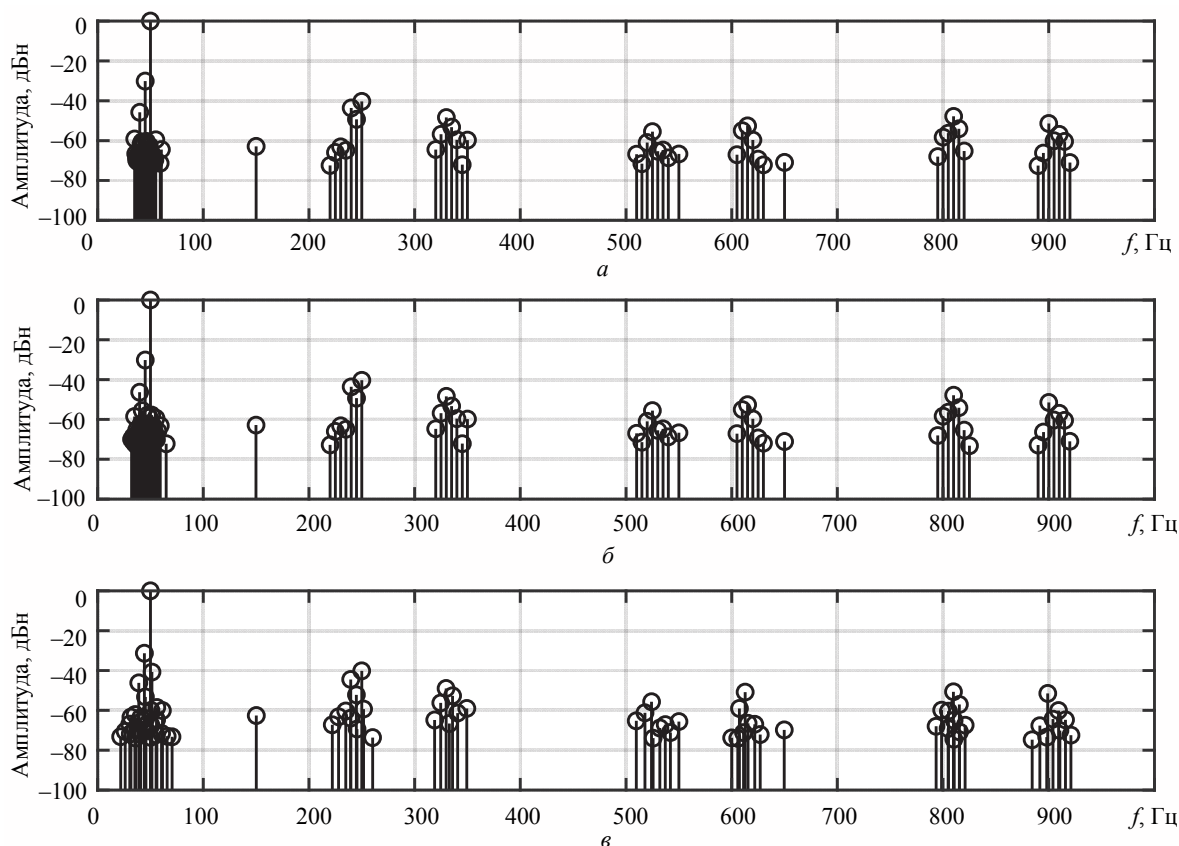


Рис. 6

ния частоты как погрешность ее вычисления, то она будет меньше в 12.8, 2.9, 1.3 раза соответственно.

Введено понятие перехода от ДПФ к ДВПФ в точке. Этот переход позволяет, используя выражение, по форме не отличающееся от выражения для ДПФ, определять комплексные амплитуды, соответствующие условным вещественным отсчетам спектра k' , тем самым позволяя повысить разрешение по частоте. Также следует отметить, что для отсчета k' справедливо и обратное преобразование Фурье.

Представлен алгоритм спектрального анализа, позволяющий упростить исследовательскую

работу, связанную с анализом спектральных характеристик электротехнических устройств. Во-первых, в результате его работы происходит значительное (в приведенном примере тринадцатикратное) уточнение значений частот гармоник, входящих в сигнал. Во-вторых, алгоритм позволяет уточнять единственную гармонику, что отличает его от классического подхода дополнения сигнала нулевыми отсчетами. Также возможна работа алгоритма на ограниченном диапазоне частот. В этом случае он с заданной чувствительностью определит все гармоники, находящиеся на заданном интервале частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. 3-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2013. 768 с.
2. Лайнос Р. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. под ред. А. А. Бритова. М.: Бином, 2006. 652 с.
3. Numerical optimization: theoretical and practical aspects / J.-F. Bonnans, J. C. Gilbert, C. Lemarechal, C. A. Sagastizábal. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 494 с.

4. Баранов Г. Д., Матус К. И. Моделирование токовых спектральных характеристик асинхронного двигателя, направленное на выявление маркеров повреждения стержней короткозамкнутого ротора, с применением метода конечных элементов // Интеллектуальные системы, управление и мехатроника: тез. докл. Всерос. науч.-тех. конф. / СевГУ. Севастополь, 2018. С. 62–66.

G. D. Baranov, K. I. Matus

FSUE «Krylov State Research Center» Branch «Central Research Institute SET»

M. A. Vaganov, E. A. Bubnov

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE DISCRETE FOURIER TRANSFORM IN ELECTRICAL ENGINEERING PROBLEMS

General problems of signal analysis using Fourier transform in the context of electrical engineering problems are considered. A detailed description of the relationship between the continuous Fourier transform, discrete-time Fourier transform (DTFT) and discrete Fourier transform (DFT) is given. Comparison of methods of high resolution DFT in frequency. The algorithm of analysis of DFT results is given. The main tool of the analysis is the transition from discrete Fourier transform to discrete-time Fourier transform in the vicinity of the reference having the maximum amplitude, which allows to clarify the value of the frequency corresponding to the maximum amplitude. In subsequent analysis, the refined harmonic is removed from the signal. The proposed algorithm makes it possible to improve the accuracy of determining the harmonic composition of the signal, as well as to identify closely spaced harmonics that differ significantly in amplitude. The estimation of the minimum amplitude suitable for refinement is given.

Spectral analysis, FFT, DFT, DTFT, discrete Fourier transform, spectrum leakage, current harmonics, voltage harmonics, zero padding
