5. Мановян А. К. Технологии первичной переработки нефти и природного газа. М.: Химия, 2001. 568 с.

6. Куракина Н. И., Булганин С. Ю., Гридина Е. Г. Пространственный анализ загрязнения акватории Финского залива в технологии ГИС // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2016. № 1. С. 56–62.

7. Куракина Н. И. Геоинформационные системы в экологии. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 160 с.

8. Kurakina N. I., Suloeva E. S. Integral assessment and spatial modeling of water areas pollution in the GIS technology // Proc. of the 2016 IEEE North West Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conf. Saint Petersburg, 2016. P. 770–771.

N. I. Kurakina, A. V. Agadilov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

THE ALGORITHM FOR MODELING OF EMERGENCY OIL SPILLS IN GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM TECHNOLOGY

The issues of the behavior of oil pollution in marine areas during accidental spills are investigated. As a result of analysis mathematical models of the spreading of oil spills in water surfaces, an algorithm for calculating pollution parameters was developed, taking into account the characteristics of spreading and movement of an oil spill. The each area of the oil spill is considered to be a spreading ellipse, elongated in the direction of flow. The model for determining the area of oil pollution and visualizing the calculation results on a map has been built in Model Builder to automate the calculation algorithm. The water area of the Gulf of Finland was chosen as the object of study. The analysis of the simulation results on the characteristics of the oil spill and weather conditions was completed. The model adequacy was assessed and the dependence of the reliability of the simulation results on the mass of the spill, flow parameters and time after the spill was investigated. On the basis of the ArcGIS for Desktop GIS a project for modeling oil spills has been implemented. Based on the calculation results, thematic maps of hydrocarbon pollution in the waters of the Gulf of Finland were constructed.

Oil pollution, emergency oil spill, modeling, GIS

УДК 681.5

Ю. В. Ильюшин
Санкт-Петербургский горный университет

И. М. Новожилов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Математические модели объектов с распределенными параметрами с импульсным входным воздействием

Особенность теории управления состоит в том, что в ней полностью отвлекаются (абстрагируются) от назначения, физической природы и конструктивных особенностей САУ и составляющих их элементов, а изучение процессов и характеристик осуществляется с помощью абстрактных математических описаний (моделей). Математическая модель САУ представляет собой запись всех тех физических законов, которым подчиняются изменения физических переменных и явлений в исследуемой системе. Получение математической модели является одним из важнейших начальных этапов исследования, непосредственно предшествующих применению методов анализа и синтеза. В статье рассматривается методика построения математической модели цилиндрического нагревательного элемента. Представлены 3 способа построения – 2 сеточных метода различной размерности и метод на основе функции Грина. На основе эксперимента можно сделать вывод об идентичности полученных результатов.

Системный анализ, управление, распределенные системы, абсолютная устойчивость

Теория автоматического управления как наука находится в стадии своего развития. Известно, что в теории систем с распределенными параметрами, особенно нелинейных, остается достаточно много нерешенных проблем. При решении практических задач используется конечномерная аппроксимация распределенных систем, опирающаяся на теорию частных производных или, как принято говорить, на сеточный метод или метод прямых. В таких методах применяют главным образом ряды Фурье, хотя в некоторых частных случаях встречаются и ряды Тейлора.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим в качестве объекта управления цилиндрический стержень [1]–[5]. Создадим на нем температурное воздействие в виде импульса. Тогда математическая модель примет вид:

$$\frac{dT_1(y,r,\Theta,\tau)}{d\tau}=a_1\left[\frac{d^2T_1(y,r,\Theta,\tau)}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT_1(y,r,\Theta,\tau)}{dr}+\right.$$

$$\left.+\frac{d^2T_1(y,r,\Theta,\tau)}{dy^2}+\frac{1}{r}\frac{d^2T_1(y,r,\Theta,\tau)}{d\Theta^2}\right],$$

$$Y_3 < y < Y_4,\ D/2 - X_1 < r < D/2 - X_2,\ 30^\circ < \Theta < 330^\circ;$$

$$\frac{dT_2(y,r,\Theta,\tau)}{d\tau}=a_2\left[\frac{d^2T_2(y,r,\Theta,\tau)}{dr^2}+\right.$$

$$+\frac{1}{r}\frac{dT_2(y,r,\Theta,\tau)}{dr}+\frac{d^2T_2(y,r,\Theta,\tau)}{dy^2}+$$

$$\left.+\frac{1}{r}\frac{d^2T_2(y,r,\Theta,\tau)}{d\Theta^2}-v\frac{dT_2(y,r,\Theta,\tau)}{d\Theta}\right],$$

$$0 < y < Y_3,\ D/2 - X_1 < r < D/2 - X_2,\ 30^\circ < \Theta < 330^\circ;$$

$$\frac{dT_3(y,r,\Theta,\tau)}{d\tau}=a_3\left[\frac{d^2T_3(y,r,\Theta,\tau)}{dr^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r}\frac{dT_3(y,r,\Theta,\tau)}{dr}+\frac{d^2T_3(y,r,\Theta,\tau)}{dy^2}+\frac{1}{r}\frac{d^2T_3(y,r,\Theta,\tau)}{d\Theta^2}\right];$$

$$0 < y < Y_4,\ D/2 - X_2 < r < D/2,\ 30^\circ < \Theta < 330^\circ,$$

где $T_i(y,\ r,\ \Theta,\ \tau)$ – температурное поле i-й среды ($i = 1, \ldots, 5$); a_i – коэффициенты температуропроводности i-й среды; v – скорость движения. Граничные условия можно представить в виде переменной T_1:

$$\lambda_1\frac{dT_1(y,r,\Theta,\tau)}{dr}=\lambda_3\frac{dT_3(y,r,\Theta,\tau)}{dr},$$

$$T_1(y,r,\Theta,\tau)=T_3(y,r,\Theta,\tau),$$

$$Y_3 \le y \le Y_4,\ r = D/2 - X_2,\ 30^\circ \le \Theta \le 330^\circ;$$

$$\lambda_1\frac{dT_1(y,r,\Theta,\tau)}{dy}=\lambda_2\frac{dT_2(y,r,\Theta,\tau)}{dy},$$

$$T_1(y,r,\Theta,\tau)=T_2(y,r,\Theta,\tau),\ y = Y_3,$$

$$D/2 - X_2 \ge r \ge D/2 - X_1,\ 30^\circ \le \Theta \le 330^\circ.$$

Математическая модель трехмерного распределенного объекта управления с импульсным нагревательным элементом. Построим математическую модель того же объекта, но в трехмерных координатах. Тепловые процессы описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial U}{\partial\tau}=a_1\left(\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2T}{\partial z^2}\right);\ T=T(x,y,z,\tau),$$

где a_1 – коэффициент температуропроводности. Граничные условия на внешней поверхности принимаем как граничные условия первого рода:

$$T(0,y,z,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<y<L_y, 0<z<L_z, \tau>0;$$
$$T(L_x,y,z,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<y<L_y, 0<z<L_z, \tau>0;$$
$$T(x,0,z,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<x<L_x, 0<z<L_z, \tau>0;$$
$$T(x,L_y,z,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<x<L_x, 0<z<L_z, \tau>0;$$
$$T(x,y,0,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<x<L_x, 0<y<L_y, \tau>0;$$
$$T(x,y,L_z,\tau)=\text{const}=293\ \text{К},$$
$$0<x<L_x, 0<y<L_y, \tau>0.$$

Граничные условия раздела сред между теплоизоляцией и внутренним воздушным объемом принимаем как граничные условия второго рода. Распределение границ раздела сред имеет следующий вид:

$$\lambda_1\frac{\partial T(x,y_1,z,\tau)}{\partial y}=\lambda_2\frac{\partial T(x,y_1,z,\tau)}{\partial y},$$
$$0<x<L_x, z_1<z<z_6, \tau>0;$$
$$\lambda_1\frac{\partial T(x,y,z_6,\tau)}{\partial y}=\lambda_2\frac{\partial T(x,y,z_6,\tau)}{\partial y},$$
$$0<x<L_x, y_1<y<y_8, \tau>0;$$
$$\lambda_1\frac{\partial T(x,y_8,z,\tau)}{\partial y}=\lambda_2\frac{\partial T(x,y_8,z,\tau)}{\partial y},$$
$$0<x<L_x, z_1<z<z_6, \tau>0;$$
$$\lambda_1\frac{\partial T(x,y,z_1,\tau)}{\partial z}=\lambda_2\frac{\partial T(x,y,z_1,\tau)}{\partial z},$$
$$0<x<L_x, y_1<y<y_8, \tau>0;$$
$$\lambda_1\frac{\partial T(x_1,y,z,\tau)}{\partial x}=\lambda_2\frac{\partial T(x_1,y,z,\tau)}{\partial x},$$
$$y_1<y<y_8, z_1<z<z_6, \tau>0;$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T(x_8, y, z, \tau)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T(x_8, y, z, \tau)}{\partial x},$$
$$y_1 < y < y_8,\; z_1 < z < z_6.$$

В приведенных формулах: λ_1 – теплопроводность пограничного слоя, а λ_2 – теплопроводность внутренней части исследуемого объекта управления.

Управляющим воздействием на объект является тепловой поток, генерируемый импульсным источником нагрева с релейным принципом управления – импульсным ТЭНом.

Для создания программ расчета переходных процессов перейдем к импульсной форме:

$$\frac{T_{x,y,z,p} - T_{x,y,z,p-1}}{\partial \tau} =$$
$$= a_2 \left[\frac{T_{x-1,y,z,p-1} - 2T_{x,y,z,p-1} + T_{x+1,y,z,p-1}}{\partial x^2} + \right.$$
$$+ \frac{T_{x,y-1,z,p-1} - 2T_{x,y,z,p-1} + T_{x,y+1,z,p-1}}{\partial y^2} +$$
$$\left. + \frac{T_{x,y,z-1,p-1} - 2T_{x,y,z,p-1} + T_{x,y,z+1,p-1}}{\partial z^2} \right].$$

Математическая модель пространственно-распределенного трехмерного объекта управления с импульсным нагревательным элементом, выраженным в виде функции Грина. Рассмотрим $U(x, t)$, определенную в $-\infty < x < \infty, t \geq 0$, удовлетворяющую условиям

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), -\infty < x < \infty, t > 0;$$
$$U(x,0) = \varphi(x), -\infty < x < \infty,$$

где функция $\varphi(x)$ задает начальное распределение температуры. Преобразуем по Фурье уравнение распределения температуры. Данное преобразование произведем по переменной x, a^2 – коэффициент температуропроводности, p – пространственная координата [2]–[9]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -a^2 p^2 U, \\ U(p,0) = \Phi(p), \end{cases} \quad U(p,t) = e^{-a^2 p^2 i}.$$

При $\Phi(p) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(y) e^{-ipy} dy$

$$U(p,0) = \Phi(p);\; U(p,t) = \Phi(p) e^{-a^2 p^2 i}.$$

Получим:

$$U(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a^2 p^2 i} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(y) e^{-ipy} dy \right] e^{-ipx} dp =$$
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(y) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ipy} e^{-a^2 + ipx} dp \right] dy =$$
$$= \left[-a^2 p^2 - 2\frac{ipy}{2} + \frac{(y-x)^2}{4a^2 t} \right] - \frac{(y-x)^2}{4a^2 t} -$$
$$- \left[-a^2 p^2 t - 2\frac{ip(y-x)}{2} + \frac{i^2 (y-x)^2}{4a^2 t} \right] - \frac{(y-x)^2}{4a^2 t} -$$
$$- \left[a\sqrt{tp} + \frac{i(y-x)}{2a\sqrt{t}} \right]^2 - \frac{(y-x)^2}{4a^2 t};$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left[a\sqrt{tp} + \frac{i(y-x)}{2a\sqrt{t}} \right]^2 - \frac{(y-x)^2}{4a^2 t}} dp =$$
$$= \frac{e^{-\frac{(y-x)^2}{4a^2 t}}}{a\sqrt{t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-U^2} dU = \frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{t}} e^{-\frac{y^2}{4a^2 t}};$$
$$U = a\sqrt{tp} + \frac{iy}{2a\sqrt{t}}; dU = a\sqrt{t} dp;$$
$$U(x,y) = \frac{1}{2a\sqrt{t\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(y) e^{-\frac{(y-x)^2}{4a^2 t}} dy;$$
$$G(y,x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{t\pi}} e^{-\frac{(y-x)^2}{4a^2 t}}.$$

Функция Грина (G) для уравнения теплопроводности:

$$U(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x,y,t)\varphi(y) dy.$$

Данное решение называется решением уравнения теплопроводности для нулевых граничных условий.

Рассмотрим объект управления, описываемый следующей математической моделью:

$$T(0,r,t) = T(l,r,t) = 0;$$
$$T(x,R,t) = u(x,t);$$
$$\frac{\partial T(x,0,\tau)}{\partial r} = 0;$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right);$$
$$0 < r < R;\; 0 < x < l,$$

где $T(x, r, t)$ – температурное поле объекта управления, описываемого пространственными координатами x, r и коэффициентом температуропроводности a^2, на которое подается переменное во времени t управляющее воздействие $u(x, t)$; R, l – заданные числа [4]–[9]. Из граничных условий видно, что границы объекта имеют нулевую температуру, входное воздействие распространено по границе стержня. Это необходимо для выполнения условия симметрии температурных полей [4].

Тогда функцией выхода для данной функции будет $T(x, r, t)$, где $0 < r < R$.

Допустим, диаметр стержня пренебрежимо мал. При таком допущении температуру в произвольных точках изотропного стержня можно считать одинаковой. Будем считать объект управления пространственно-одномерным. Тогда распределение температурного поля по изотропному цилиндру можно описать с помощью функции Грина, представляющей собой бесконечный ряд Фурье:

$$T(x, t, \xi, \tau) =$$
$$= \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 (t - \tau) \right] \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi,$$

где n – номер члена ряда Фурье; l – длина стержня; t – время; x – точка (координата по оси X) расположения датчика температуры; ξ – точка (координата по оси X) расположения нагревательного элемента; τ – момент включения точечного источника; a^2 – заданный коэффициент температуропроводности материала объекта управления [8]–[18].

В статье рассмотрены математические модели одного объекта управления. На основе проделанной работы можно сделать следующие выводы. Во-первых, любой объект можно представить с точки зрения распределенной системы. В число управляющих воздействий таких систем могут включаться пространственно-временные управления, описываемые функциями нескольких аргументов – времени и пространственных координат. Во-вторых, построение системы наблюдения не всегда решит задачу анализа системы.

В качестве общего замечания можно отметить, что разработанные на основе теории теплопроводности математические модели не обобщаются на другие объекты и системы с распределенными параметрами, например диффузию, упругость и пластичность, аэродинамику, гидродинамику, электромагнитные поля [10]–[18]. Это является предметом дальнейшего исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Системы передачи и обработки распределенной информации // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2015. № 5 (166). С. 198–211.

2. Малков А. В., Першин И. М., Помеляйко И. С. Математическая модель кисловодского месторождения углекислых минеральных вод // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2015. № 7 (168). С. 116–125.

3. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2015. № 7 (168). С. 126–138.

4. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Синтез распределенных систем управления гидролитосферными процессами месторождений минеральных вод // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2014. № 8 (157). С. 123–137.

5. Ильюшин Ю. В., Чернышев А. Б. Устойчивость распределенных систем с дискретными управляющими воздействиями // Изв. Южного федерального ун-та. 2010. № 12. С. 166–171.

6. Optimal Control of the Temperature Field of a Complex Control System / Y. Ilyushin, D. Pervukhin, O. Afanasieva, A. Klavdiev, S. Kolesnichenko // Intern. J. of Control Theory and Appl. 2016. Vol. 9, № 35. P. 23–36.

7. Ильюшин Ю. В., Трушников В. Е. Преобразование случайного векторного воздействия линейным элементом системы с целью его компенсации при добыче подземных вод // Горный информационно-аналитический бюллетень Mining informational and analytical bulletin. 2017. № 1. С. 97–104.

8. Improving energy efficiency of tunnel furnaces of the pipeline type-the solution of the problem / Y. Ilyushin, D. Pervukhin, O. Afanasieva, M. Afanasyev, S. Kolesnichenko // J. of Engineering and Appl. Sciences. 2017. Vol. 12, № 6. P. 1801–1812.

9. Ilyushin Y., Mokeev A. Technical Realization of the Task of Controlling the Temperature Field of a Tunnel Furnace of a Conveyor Type // Intern. J. of Applied Engineering Research. 2017. Vol. 12, № 8. P. 1500–1510.

10. Ilyushin Y. V., Novozhilov I. M. Analyzing of distributed control system with pulse control // Proc. of 2017 20th IEEE Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements, SCM. Saint Petersburg, 2017. P. 264–266.

11. Ilyushin Y. V., Novozhilov I. M. Analyzing of heating elements' location of distributed control objects // Proc. of 2017 20th IEEE Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements, SCM. Saint-Petersburg, 2017. P. 267–271.

12. Ильюшин Ю. В., Чернышев А. Б. Определение шага дискретизации для расчета теплового поля трехмерного объекта управления // Изв. Южного федерального ун-та. 2011. № 6. С. 192–200.

13. Ильюшин Ю. В. Методика расчета оптимального количества нагревательных элементов в зависимости от значений температурного поля изотропного стержня // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2011. Т. 2, № 6-2 (138). С. 48–53.

14. Ильюшин Ю. В. Проектирование распределенной системы со скалярным воздействием // Науч. обозрение. 2011. № 4. С. 85–90.

15. Ильюшин Ю. В., Кравцова А. Л., Мардоян М. М. Устойчивость температурного поля распределенной системы управления // Науч. обозрение. 2012. № 2. С. 189–197.

16. Исследование устойчивости теплового поля туннельной печи конвейерного типа / Ю. В. Ильюшин, А. Л. Кравцова, М. М. Мардоян, А. В. Санкин // Науч. обозрение. 2012. № 4. С. 114–120.

17. Ильюшин Ю. В. Методика синтеза нелинейных регуляторов для распределенного объекта управления // Науч. обозрение. 2012. № 5. С. 14–17.

18. Анализ температурного поля цилиндрического объекта управления / Ю. В. Ильюшин, И. А. Кучеренко, А. Л. Ляшенко, С. Л. Морева // Науч. обозрение. 2013. № 3. С. 71–75.

Yu. V. Ilyushin
Saint-Petersburg Mining University

I. M. Novozhilov
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

MATHEMATICAL MODELS OF OBJECTS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS WITH IMPULSE INPUT EFFECT

The peculiarity of the control theory is that it completely distracts (abstracts) from the purpose, physical nature and design features of the ACS and its constituent elements, and the study of processes and characteristics is carried out using abstract mathematical descriptions (models). The mathematical model of the ACS is a record of all those physical laws that govern changes in physical variables and phenomena in the system under study. Obtaining a mathematical model is one of the most important initial stages of research, immediately preceding the use of methods of analysis and synthesis. The article discusses the method of constructing a mathematical model of a cylindrical heating element. Three construction methods are presented: two grid methods of different dimensions and the method based on the Green function. On the basis of the experiment, we can conclude that the results obtained are identical, and as a result, there is no need to overload the mathematical apparatus with one of the methods.

System analysis, management, distributed systems, absolute stability

УДК 004.51

А. В. Леонов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Алгоритм линеаризации FODA-деревьев пользовательских интерфейсов

Представлен алгоритм линеаризации деревьев пользовательских интерфейсов, построенных при помощи методики FODA, оценена его вычислительная сложность, показана эффективность алгоритма на сгенерированных данных по времени и памяти. Разработанный алгоритм позволяет представить древовидную структуру семейства пользовательских интерфейсов в виде списка линейных структур, которые могут быть использованы в существующих алгоритмах кластеризации категориальных данных для построения классов пользовательских интерфейсов. Показано, что на основе четырех типовых структур в FODA-деревьях и их однозначном разложении в линейные структуры данных можно построить алгоритм линеаризации FODA-деревьев. Каждый узел дерева представлен в виде структуры данных с набором полей, содержащим сведения по параметрам и признакам узла. Алгоритм реализован на языке Java версии 8. Проверка работоспособности алгоритма проведена при помощи фреймворка для написания тестов Junit версии 4. Для оценки времени работы алгоритма в зависимости от исходных данных был написан генератор FODA-деревьев.

Методика FODA, пользовательский интерфейс, древовидные структуры данных, алгоритмы кластеризации, сложность алгоритмов

На сегодняшний день существует большое число различных пользовательских интерфейсов (ПИ), которые оказывают огромное влияние на эффективное и качественное взаимодействие человека