

M. A. Baidiuk, G. V. Komarova
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

EVALUATING TECHNICAL CONDITION AND RELIABILITY OF ELECTRICAL MACHINES

The method and rules for assessing the technical condition of electrical equipment are considered. To assess the technical condition of the selected power equipment: a turbogenerator and a power transformer. The calculation of the technical condition index is based on the weight indicators of the functional units of the electric machines under consideration. The "weight" of nodes is calculated by the method of pairwise comparisons (Saaty method). A method for assessing the reliability of equipment based on the weight indicators of functional units and taking into account the groups of monitored parameters is proposed. The technique is based on the construction of structural schemes, the elements of which are connected in series and correspond to the functional units of electrical machines. Structural diagrams of transformer and turbogenerator reliability, including groups of controlled parameters, are given. In accordance with the proposed methodology, the probability of failure-free operation of the considered machines for the period of normal operation was calculated.

Reliability, electrical machine, control parameter, failure rate, fault-free performance probability, structural reliability scheme, technical condition index, functional unit, power transformer, turbogenerator

УДК 62-83 + 681.513.54

М. П. Белов, Ч. Х. Фьюнг
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Д. В. Тхуй
Вьетнамский научно-технический институт (Ханой)

Адаптивное прогнозирующее управление слеящими электроприводами нелинейных систем с упругими связями

Предлагается математический подход к синтезу дискретного адаптивного прогнозирующего регулятора для слеящих электроприводных упругих систем управления с учетом неопределенных нелинейностей. Метод расширенной линеаризации использует координатное преобразование дифференциального уравнения исходного нелинейного объекта управления в модель состояний линеаризованных систем с параметрами, зависящими от состояния. Для поиска оптимальных управляющих воздействий на объект управления задача сводится к необходимости построения прогнозирующих моделей и оптимизации ее функционала качества по алгоритму квадратичного программирования. Описывается способ построения математической нелинейной модели состояний электроприводных систем управления крупного радиотелескопа как объекта управления с упругими связями при наличии указанных нелинейностей зазора и сухого трения в кинематических передачах. При компьютерном моделировании с помощью программы MATLAB/Simulink приведены сравнения среднеквадратичных отклонений ошибок слеящих систем управления между оптимальным LQR и адаптивным прогнозирующим регуляторами. Результаты сравнения показывают, что предлагаемый адаптивный прогнозирующий регулятор более всего удовлетворяет заданному требованию по точности слеящих систем управления.

Слеящий электропривод, адаптивный прогнозирующий регулятор, расширенная линеаризация, квадратичное программирование

Постановка задачи. В последние годы одним из современных методов для решения задач систем управления (СУ) нелинейными объектами, основанным на математических методах оптимизации, является адаптивное управление по прогнозирующим моделям (Model Predictive Control –

МРС). Сфера практического адаптивного МРС-управления существенно расширилась, распространившись на разнообразные технологические системы и промышленные агрегаты в нефтехимическом и энергетическом производстве, в аэрокосмическом исследовании, в том числе и в управлении современными следящими электроприводами и цепями систем силовой электроники. Впервые задачи синтеза адаптивного МРС-управления нелинейными объектами были сформулированы в конце 1970-х гг. Дальнейшая разработка метода была предложена в научных работах [1], [2]. В последнее десятилетие такой метод приобретает все большее значение у теоретиков и практиков. По сравнению с традиционными методами управления динамическими системами адаптивное МРС-управление имеет выдающиеся преимущества:

- 1) может применяться к различным системам управления – как обычным, так и сложным, включая указанные нелинейности;
- 2) может осуществляться для многомерных и многоканальных систем управления с большим неустойчивым запаздыванием;
- 3) может успешно применяться в областях обработки изображений и регулирования, где одно из главных требований качества – функциональное качество в ходе процесса управления;
- 4) позволяет оптимизировать систему управления при наличии возмущений или ограничений на управляющие и выходные сигналы объекта управления (ОУ);
- 5) адаптивное МРС-управление требует высокой памяти для формирования и вычисления алгоритма оптимизации; однако быстрые микропроцессоры, доступные сегодня, позволяют реализовать его в режиме реального времени.

Идея математического подхода к адаптивному МРС-управлению с обратной связью состояний заключается в том, чтобы найти оптимальную последовательность управляющих воздействий, которая обеспечит наилучшую прогнозируемую траекторию на ограниченном горизонте прогнозирования [1]. Задача синтеза адаптивного МРС-управления нелинейными объектами состоит из трех основных шагов. Сначала с применением метода расширенной линеаризации дифференциальные уравнения нелинейного объекта могут быть представлены приближенно линеаризованными системами на каждом интервале управления. На втором шаге, имея линеаризованные моде-

ли, можно построить прогнозирующие модели по выходным сигналам ОУ на определенное количество шагов вперед. И, наконец, вычисление оптимизации функционала качества по алгоритму квадратичного программирования осуществляется на основе прогнозирующих моделей, чтобы определить оптимальные управляющие воздействия на систему управления. Общий подход к адаптивному МРС-управлению представлен на рис. 1.

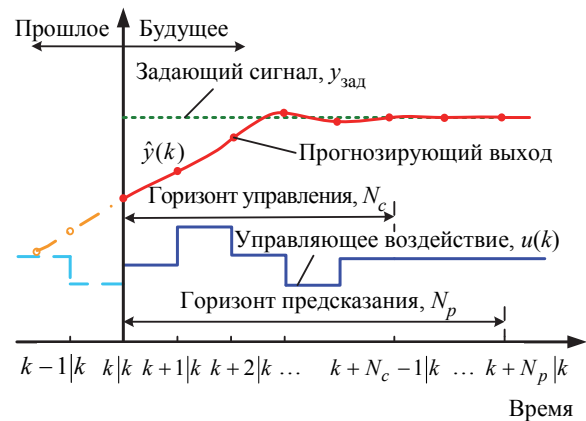


Рис. 1

Метод расширенной линеаризации в задаче синтеза адаптивного МРС-управления. При решении задач анализа и синтеза систем управления нелинейными объектами прибегают к методу линеаризации. В данной статье рассматривается метод расширенной линеаризации на основе математической параметризации [3]. Этот метод позволяет трансформировать изначально дифференциальные уравнения нелинейного объекта в форму их псевдолинейной модели состояний с параметрами, зависящими от состояний (State-Dependent Coefficient State-space – SDC-модель состояний).

Рассмотрим нелинейный объект, описываемый дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{g}[\mathbf{x}(t)]\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t)], \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ – нелинейные функции; $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^{n_x \times 1}$ – вектор состояний системы; $\mathbf{y}(t) \in \mathfrak{R}^{n_y \times 1}$ – вектор выходов; $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^{n_u \times 1}$ – вектор управляющих воздействий, подлежащих нахождению; n_x, n_u, n_y – количество состояний, входов и выходов ОУ, соответственно. Предположим, что пары функций $\langle \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x}) \rangle$ и $\langle \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{h}(\mathbf{x}) \rangle$ – управляемые и наблюдаемые; функции $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$,

$h(\mathbf{x})$ служат непрерывными и действительными матрицами, если $f(\mathbf{x})$ удовлетворяет предположениям:

Предположение 1. Нелинейная функция $f(\mathbf{x})$ и ее производная $\partial f(\mathbf{x})/\partial x_i$, $i = 1, \dots, n$ – непрерывно дифференцируемые.

Предположение 2. У функции $f(\mathbf{x})$ есть положение равновесия системы $\mathbf{x}(0) = 0$, такое, что $f(0) = 0$.

Координатное преобразование с помощью метода расширенной линеаризации, основанного на теории математической параметризации, представлено в [3]. Используя расширенную линеаризацию, нелинейная система (1), удовлетворяющая условиям на $f(\mathbf{x})$, указанным в предположениях 1, 2, может быть представлена в форме SDC-модели состояний

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + B(\mathbf{x})\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = C(\mathbf{x})\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (2)$$

где матрицы $A(\mathbf{x})_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e}$, $B(\mathbf{x})_{ij} = \left. \frac{\partial g_i}{\partial u_j} \right|_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e}$,

$C(\mathbf{x})_{ij} = \left. \frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e}$ называются параметризованными с параметрами, зависящими от состояний

(State-Dependent Coefficient Matrix, SDC – параметризованная матрица); $\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e$ – положения равновесия СУ.

Метод адаптивного MPC-управления в основном синтезируется в дискретной форме. Для этого параметризованная псевдолинейная система (2) преобразуется в дискретную с периодом дискретности T_s . Получаем дискретную SDC-модель состояний вида

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k); \\ \mathbf{y}(k) = C(k)\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (3)$$

где $A(k) = I + T_s A(\mathbf{x})$; $B(k) = T_s B(\mathbf{x})$; $C(k) = C(\mathbf{x})$; I – единичная матрица.

Пусть обозначения $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$, $\hat{\mathbf{y}}(k+i|k)$ при $i = 1, 2, \dots, N_p$ и $\mathbf{u}(k+i|k)$ при $i = 0, 1, \dots, N_c - 1$ – это прогнозируемые переменные состояний, прогнозируемые выходы и будущие значения управляющего воздействия, соответственно, на i -м внутреннем шаге в текущий момент времени k ; N_p – горизонт предсказания, для которого формируются

предсказанные модели; N_c – горизонт управления, который представляется фиксированными значениями управляющего воздействия.

В обычном случае синтеза MPC-управления нелинейная система линеаризуется с помощью метода, основанного на расширенных рядах Тейлора вблизи положения равновесия для обновления параметров линеаризованной модели только в каждый момент времени k . Этот метод не имеет достаточной производительности для высокой нелинейной нестационарной системы, причем использует только одну линеаризованную модель в каждый момент времени, а затем обновляет ее при каждом шаге вперед в соответствии с ближайшим положением равновесия. В частности, если предполагается, что горизонт прогнозирования велик, то ошибка между линеаризованной и нелинейной моделями постепенно возрастает по мере приближения к концу горизонта прогнозирования.

При синтезе адаптивного MPC-управления SDC-модель состояний адаптивно обновляется для линеаризации в течение всего горизонта прогнозирования. Однако основная проблема в этом случае состоит в том, что равновесные точки неизвестны, а линеаризация нелинейных систем может выполняться только на основе известных равновесных точек. В этом случае одним из подходов может служить использование всех достигнутых результатов оптимизации управления предыдущей итерации для начальных условий системы при ее обновлении. Вместо линеаризации, основанной на расширенных рядах Тейлора, SDC-модель состояний используется для формирования линейной модели подстановкой предыдущих равновесных точек, которые сыграют важную роль в начальных условиях SDC-матрицы в каждый внутренний момент времени горизонта прогнозирования. Считается, что синтез адаптивного MPC-управления методом линеаризации нелинейных объектов, использующей SDC-модель состояний, работает значительно лучше по сравнению с линеаризацией на основе расширенных рядов Тейлора. Поскольку полученная параметризованная система линейна и стационарна, ее анализ значительно упрощается. При этом можно воспользоваться любым из известных методов исследования линейных систем для синтеза адаптивного MPC-управления.

Построение прогнозирующих моделей по выходным сигналам ОУ. При линеаризации нелинейного объекта N_p раз на каждой итерации k с использованием результатов оптимизации предыду-

щей итерации линеаризованные SDC-модели состояний (3) можно представить следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+i+1|k) = A(k+i|k)\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) + \\ + B(k+i|k)\hat{\mathbf{u}}(k+i|k); \\ \hat{\mathbf{y}}(k+i|k) = C(k+i|k)\hat{\mathbf{x}}(k+i|k), \end{cases} \quad (4)$$

$i=1, 2, \dots, N_p$.

Для формирования вектора прогнозирующих выходов удобно воспользоваться вектором приращения управляющего воздействия, определяемым как $\Delta\hat{\mathbf{u}}(k+i|k) = \hat{\mathbf{u}}(k+i|k) - \hat{\mathbf{u}}(k+i-1|k)$. Предположим, что все параметры вектора состояний объекта управления $\mathbf{x}(k)$ определяются с помощью наблюдателя состояний в текущий мо-

$$S_u(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ & \begin{bmatrix} C(k+2|k) \\ B(k+1|k) \end{bmatrix} & & \\ & \vdots & & \\ S_{u1}(k) & \begin{bmatrix} C(k+N_p|k) \\ \sum_{j=0}^{N_p-1} \left[\prod_{i=1}^{N_p} A(k+i|k) \right] B(k+j|k) \end{bmatrix} & \dots & \dots \end{bmatrix};$$

мент времени k . При обновлении SDC-модели состояний (4) горизонта предсказания на N_p шагов вперед полученный вектор прогнозирующих выходных сигналов объекта управления может быть записан в компактном виде:

$$\mathbf{y}(k) = S_x(k)\hat{\mathbf{x}}(k) + S_{u1}(k)\mathbf{u}(k-1) + S_u(k)\Delta\mathbf{U}(k) + S_d(k), \quad (5)$$

где матрицы (или векторы) с мерными размерами – $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{n_y N_p \times 1}$, $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbb{R}^{n_x N_p \times 1}$, $\Delta\mathbf{U}(k) \in \mathbb{R}^{n_u N_c \times 1}$, $S_x(k) \in \mathbb{R}^{n_y N_p \times 1}$, $S_{u1}(k) \in \mathbb{R}^{n_y N_p \times n_u}$, $S_u(k) \in \mathbb{R}^{n_y N_p \times n_u(N_c+1)}$; $S_d(k) \in \mathbb{R}^{n_y N_p \times 1}$;

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(k+1|k)^T & \hat{\mathbf{y}}(k+2|k)^T & \dots & \hat{\mathbf{y}}(k+N_p|k)^T \end{bmatrix}^T; \\ \hat{\mathbf{x}}(k) &= \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)^T & \hat{\mathbf{x}}(k+2|k)^T & \dots & \hat{\mathbf{x}}(k+N_p|k)^T \end{bmatrix}^T; \\ \Delta\mathbf{U}(k) &= \\ &= \begin{bmatrix} \Delta\hat{\mathbf{u}}(k|k)^T & \Delta\hat{\mathbf{u}}(k+1|k)^T & \dots & \Delta\hat{\mathbf{u}}(k+N_c-1|k)^T \end{bmatrix}^T; \end{aligned}$$

$$S_x(k) = \begin{bmatrix} C(k+1|k)A(k|k) & \begin{bmatrix} C(k+2|k) \\ A(k+1|k)A(k|k) \end{bmatrix} \\ & \vdots \\ & \begin{bmatrix} C(k+N_p|k) \\ \prod_{i=1}^{N_p} A(k+N_p-i|k) \end{bmatrix} \end{bmatrix}^T;$$

$$S_{u1}(k) = \begin{bmatrix} C(k+1|k)B(k|k) \\ C(k+2|k)[B(k+1|k) + A(k+1|k)B(k|k)] \\ \vdots \\ C(k+N_p|k) \sum_{j=0}^{N_p-1} \left[\prod_{i=1}^{N_p} A(k+N_p-i|k) \right] \times \\ \times B(k+j|k) \end{bmatrix};$$

$$s_d(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{d}}(k+1|k)^T & \hat{\mathbf{d}}(k+2|k)^T & \dots & \hat{\mathbf{d}}(k+N_p|k)^T \end{bmatrix}^T.$$

Здесь $\hat{\mathbf{d}}(k+i|k)$ – вектор внешних возмущений, который можно считать постоянным для всех $i=1, 2, \dots, N_p$.

Заметим, что вектор прогнозирующих выходных сигналов ОУ выражается в форме вектора приращения управляющего воздействия $\Delta\mathbf{U}(k)$ и значение управляющего воздействия на предыдущей итерации $\mathbf{u}(k-1)$ содержится в памяти адаптивного МРС-регулятора. Таким образом, вектор $\Delta\mathbf{U}(k)$ будет использоваться для оптимизации и вычисления функционала качества адаптивного МРС-регулятора.

Расчеты оптимизации СУ с учетом ограничений неравенства. При решении задачи оптимизации СУ используется функционал качества с целью уменьшения предсказанной ошибки в квадратичной форме следующего вида

$$J(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\text{зад}}(k) - \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}^T Q(k) \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\text{зад}}(k) - \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} + \Delta\mathbf{U}(k)^T R(k) \Delta\mathbf{U}(k), \quad (6)$$

где $\mathbf{y}_{\text{зад}}(k) = \left[\mathbf{y}_{\text{зад}}(k+1)^T \mathbf{y}_{\text{зад}}(k+1)^T \cdots \mathbf{y}_{\text{зад}} \times (k+N_p)^T \right]^T$ – вектор желаемой входной траектории ОУ; $Q(k) = \text{diag} [q(1) \ q(2) \ \cdots \ q(N_p)]$ – весовая симметричная диагональная положительно-определенная матрица, выражающая рассогласование отслеживания между прогнозируемой и желаемой траекториями системы управления; $R(k) = \text{diag} [r(1) \ r(2) \ \cdots \ r(N_c)]$ – весовая симметричная диагональная положительно-полуотрицательная матрица, отражающая плавность управляющих воздействий регулирования.

Задачи оптимизации СУ характеризуются наличием ограничений на внутренние и выходные параметры, связанные с ограниченностью имеющихся ресурсов, управляющих напряжений, мощностей и других возможностей. В данной работе рассматриваются ограничения на управляющие воздействия, приращения управляющих воздействий и выходные сигналы, записываемые последующими неравенствами

$$u_{\min} \leq \hat{u}(k+i|k) \leq u_{\max}, \quad i=0, 1, \dots, N_c-1; \quad (7)$$

$$\Delta u_{\min} \leq \Delta \hat{u}(k+i|k) \leq \Delta u_{\max}, \quad i=0, 1, \dots, N_c-1; \quad (8)$$

$$y_{\min} \leq \hat{y}(k+i|k) \leq y_{\max}, \quad i=1, 2, \dots, N_p. \quad (9)$$

Ограничения в (7)–(9) – линейные неравенства, и их можно представить в стандартной форме как

$$H(k)\Delta \mathbf{U}(k) \leq \boldsymbol{\gamma}(k), \quad (10)$$

где $H(k)$, $\boldsymbol{\gamma}(k)$ – матрицы, отражающие из ограничений.

Подставив (5) в (6), функционал качества СУ можно записать в виде

$$J(k) = J(\Delta \mathbf{U}(k)) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{U}^T(k) E(k) \Delta \mathbf{U}(k) + \Delta \mathbf{U}^T(k) F(k) \rightarrow \min, \quad (11)$$

где матрицы $E(k) = 2 \left[S_u^T(k) Q(k) S_u(k) + R \right]$; $F(k) = -2 S_u^T(k) Q(k) G(k)$; $G(k) = Y_{\text{зад}}(k) - S_x \mathbf{x}(k) - S_{u1}(k) \mathbf{u}(k-1) - S_d(k)$ – совместимые в задаче оптимизации. Таким образом, цель оптимизации системы управления по алгоритму квадратичного программирования заключается в нахождении вектора оптимальной траектории приращения

управляющего воздействия $\Delta \mathbf{U}^*(k)$, которые минимизируют функционал качества (11).

Для того чтобы найти оптимальные решения функционала качества (11) с учетом ограничений неравенства в (10), рассмотрим условия Куна–Таккера [1], которые определяют ограничения в терминах множителей Лагранжа

$$J(k) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{U}^T(k) E(k) \Delta \mathbf{U}(k) + \Delta \mathbf{U}^T(k) F(k) + \boldsymbol{\lambda}^T(k) [H(k) \Delta \mathbf{U}(k) - \boldsymbol{\gamma}(k)], \quad (12)$$

где $\boldsymbol{\lambda}(k)$ – вектор множителей Лагранжа.

Для минимизации (12) нужно взять первые производные порядка векторов $\Delta \mathbf{U}(k)$ и $\boldsymbol{\lambda}(k)$. Эти производные имеют вид

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \Delta \mathbf{U}(k)} = E(k) \Delta \mathbf{U}(k) + F(k) + H^T(k) \boldsymbol{\lambda}(k) = 0;$$

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \boldsymbol{\lambda}(k)} = H(k) \boldsymbol{\lambda}(k) - \boldsymbol{\gamma}(k) = 0.$$

Найдены оптимальные решения векторов $\Delta \mathbf{U}^*(k)$ и $\boldsymbol{\lambda}^*(k)$ в момент времени k с помощью метода активного набора (Active set method), установленного в оптимизации по алгоритму квадратичного программирования в виде

$$\boldsymbol{\lambda}^*(k) = - \left(H(k) E^{-1}(k) H^T(k) \right)^{-1} \times \left(\boldsymbol{\gamma}(k) + H(k) E^{-1}(k) F(k) \right);$$

$$\Delta \mathbf{U}^*(k) = -E^{-1}(k) \left(H^T(k) \boldsymbol{\lambda}^*(k) + F(k) \right).$$

Вследствие принципа удаляющегося горизонта при синтезе адаптивного MPC-алгоритма только первый элемент $\Delta \hat{u}^*(k|k)$ вектора оптимальной траектории приращения управляющего воздействия $\Delta \mathbf{U}^*(k)$ используется для формирования оптимального управления, а остальные элементы этого вектора считаются равными нулю. Получаем оптимальные управляющие воздействия, поступающие на вход объекта управления и определяемые следующим образом:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta \hat{u}^*(k|k).$$

Обратная связь замыкается заново благодаря повторению процедуры оптимизации с учетом вновь поступившей информации, служащей начальным условием для шага $k+1$.

Нелинейная модель состояний СУ крупно-го радиотелескопа. В литературе применение управления следящими электроприводами систем с упругими передачами, использующих прогнозирующие модели, рассматривалось только для двухмассовой упругой системы [4]. В [5] было предложено применение линейного прогнозирующего управления для автоматизированных систем управления электроприводами (АСУ ЭП) крупного радиотелескопа с диаметром большого зеркала 70 м (РТ-70) как объекта управления, пренебрегающего влиянием внешних возмущений и вышеуказанных нелинейностей. Метод, обсуждаемый в данной статье, ориентирован на адаптивное прогнозирующее управление для нелинейного объекта управления. Рассматривается способ построения математической нелинейной модели состояний АСУ ЭП крупного радиотелескопа с учетом влияния указанных нелинейностей зазора и сухого трения в механической передаче. Модель АСУ ЭП крупного радиотелескопа, эквивалентная разветвленной четырехмассовой упругой системе [6], представлена на рис. 2, где масса 1 – асинхронный двигатель, двухдвигательный привод которого заменен на эквивалентный однодвигательный; масса 2 – платформа; масса 3 – зеркальная часть; масса 4 – противовесы; $J_{1э}, J_2, J_3, J_4$ – момент инерции двигателя и моменты инерции каждой массы соответственно; $c_{21э}, c_{32}, c_{42}$ – коэффициенты жесткости механической части; $\omega_1 - \omega_4$ – угловые скорости каждой массы; $M_d, M_{21}, M_{32}, M_{42}$ – электромагнитный момент асинхронного двигателя и моменты упругих связей между массами соответственно; i_d – ток двигате-

ля; $u_{п}$ – управляющее воздействие или частота опорного напряжения (частота ШИМ) на входе инвертора; АВН – активный выпрямитель напряжения; φ_1, φ_3 – угловые положения двигателя и зеркальной части соответственно; $\varphi_{зад}$ – задающий угол на входе регулятора положения.

Одна из особенностей АСУ ЭП крупного радиотелескопа РТ-70 как объекта управления – это наличие зазоров в кинематических передачах и значительных моментов сухого трения в движущихся частях конструкции из-за большого значения момента нагрузки на поворотные части и использования редукторных приводов с передаточным числом редуктора порядка десятков тысяч единиц. В соответствии с уравнением Лагранжа второго вида система дифференциальных уравнений равновесия моментов АСУ ЭП крупного радиотелескопа в виде четырехмассового нелинейного упругого объекта с зазорами и моментами сухого трения в механической передаче можно записать в форме

$$\begin{cases} \dot{\omega}_2 = J_2^{-1} (M_{y21} - M_{32} - M_{42} - M_{f2}); \\ \dot{M}_{21} = c_{21э} (\omega_1 - \omega_2); \\ \dot{\omega}_1 = J_{1э}^{-1} (c_d i_d - M_{y21}); \\ \dot{M}_{32} = c_{32} (\omega_2 - \omega_3); \\ \dot{\omega}_3 = J_3^{-1} M_{32}; \\ \dot{M}_{42} = c_{42} (\omega_2 - \omega_4); \\ \dot{\omega}_4 = J_4^{-1} M_{42}; \\ i_d = K_i T_i^{-1} (u_{п} - \omega_1) - i_d; \\ \dot{\varphi}_3 = \omega_3, \end{cases} \quad (13)$$

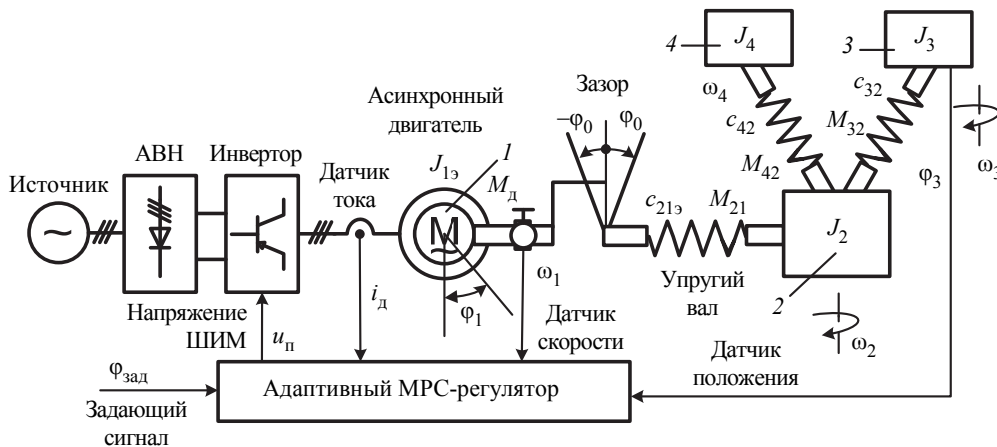


Рис. 2

где M_{y21} – упругий момент связи между первой и второй массами, описываемый при учете зазора $2\varphi_0$ в механической передаче; M_{f2} – момент сухого трения, приложенного ко второй массе; K_i, T_i – коэффициенты передачи токового контура, представляющегося ПИ-регулятором, настроенным на оптимум по модулю. Данный упругий момент зазора и момент сухого трения представляют собой нелинейные элементы, определяемые следующими функциями [7]:

$$M_{y21} = c_{21\vartheta} \begin{cases} [(\varphi_1 - \varphi_2) - \varphi_0], & \text{если } (\varphi_1 - \varphi_2) \geq \varphi_0; \\ 0, & \text{если } |\varphi_1 - \varphi_2| < \varphi_0; \\ [(\varphi_1 - \varphi_2) + \varphi_0], & \text{если } (\varphi_1 - \varphi_2) < -\varphi_0, \end{cases} \quad (14)$$

$$M_{f2} = M_{f0} \operatorname{sign}(\omega_2), \quad M_{f0} = (0.1 \dots 0.3)M_{\text{НОМ}}, \quad (15)$$

где $M_{\text{НОМ}}$ – номинальный момент двигателя.

Существует множество способов аппроксимации упругого момента зазора и момента сухого трения, использующих математическую функцию. В частности, тригонометрическая функция $\tanh(x)$ рассматривается как наиболее подходящая для формирования аппроксимации упругого момента

$$A(x) = \begin{bmatrix} A_{11}(x) & A_{12}(x) & 0 & -J_2^{-1} & 0 & -J_2^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{31}(x) & A_{32}(x) & 0 & J_2^{-1} & 0 & J_2^{-1} & 0 & J_1^{-1}c_d & 0 \\ c_{32} & 0 & 0 & 0 & -c_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ -K_i T_i^{-1} & 0 & -K_i T_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

зазора и момента сухого трения. При этом функции (14), (15) могут быть переписаны как

$$\begin{aligned} M_{y21}(\varphi_1 - \varphi_2) &= \\ &= c_{21\vartheta} \{(\varphi_1 - \varphi_2) - \varphi_0 \tanh[a(\varphi_1 - \varphi_2)]\}; \\ M_{f2}(\omega_2) &= M_{f0} \tanh(b\omega_2), \end{aligned}$$

где a, b – положительные коэффициенты, которые можно выбирать. Упругие моменты зазора, сухого трения и их приближения изображены на рис. 3, 4. В этом случае выбираем $a = 2.25, b = 9.68$.

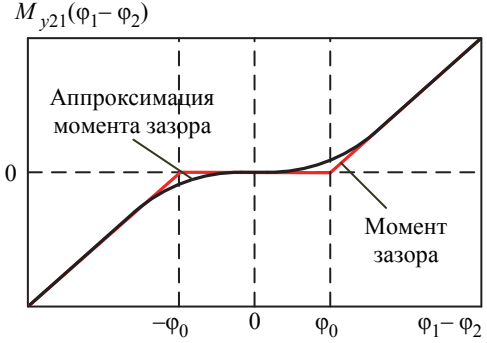


Рис. 3

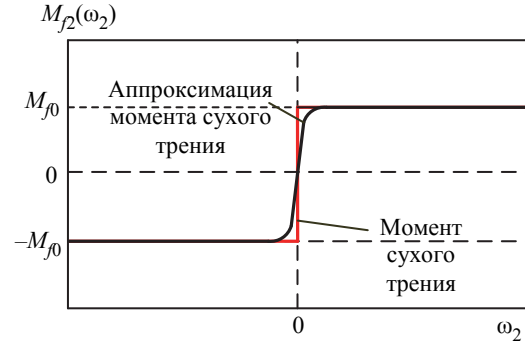


Рис. 4

Нелинейная система (13) может быть представлена в виде SDC-моделей состояний (2) с координатами

$$\mathbf{x} = [\omega_2 \quad \varphi_1 - \varphi_2 \quad \omega_1 - \omega_2 \quad M_{32} \quad \omega_3 \quad M_{42} \quad \omega_4 \quad i_d \quad \varphi_3]^T;$$

$$B(x) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad K_i T_i^{-1} \quad 0]^T;$$

$$C(x) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1];$$

$$A_{11}(x) = -J_2^{-1} M_{f0} \tanh(bx_1);$$

$$A_{12}(x) = J_2^{-1} c_{21\vartheta} [x_2 - \varphi_0 \tanh(ax_2)];$$

$$A_{31}(x) = J_2^{-1} M_{f0} \tanh(bx_1);$$

$$A_{32}(x) = -(J_2^{-1} + J_1^{-1}) c_{21\vartheta} [x_2 - \varphi_0 \tanh(ax_2)].$$

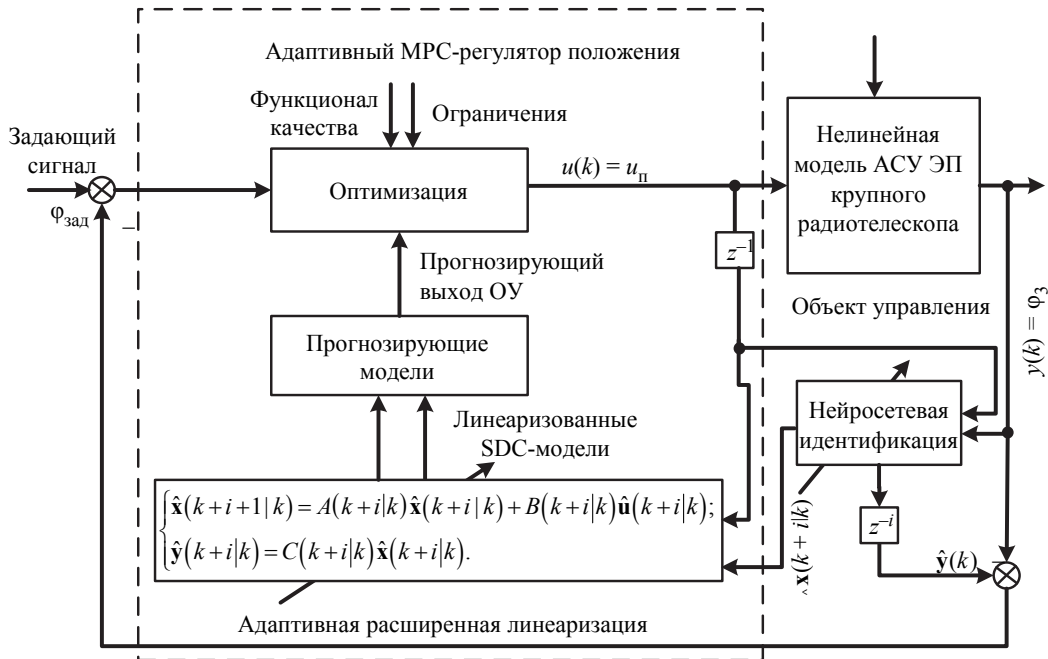


Рис. 5

Результаты моделирования. В данной статье представлена разработанная в среде MATLAB/Simulink программа для моделирования работы адаптивного прогнозирующего управления в контуре положения АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70. Структурная схема моделирования (рис. 5) включает блоки управляемого объекта, адаптивного прогнозирующего регулятора, нейросетевой идентификации.

Электромеханические параметры АСУ ЭП наведения крупного радиотелескопа РТ-70 подробно показаны в [5]. Предположим, что все параметры вектора состояний объекта управления оцениваются с помощью блока нейросетевой идентификации [8]. Как упоминалось ранее, рассмотренный управляемый объект представляет собой нелинейную модель состояний с одним входом и одним выходом, или SISO-систему (Single-Input Single-Output). Выходным сигналом SISO-системы служит угловое азимутальное положение зеркальной части ($y(k) = \phi_3$). Управляющим напряжением ШИМ на входе инвертора служит оптимальное управляющее воздействие системы у выхода адаптивного прогнозирующего регулятора ($u(k) = u_{п}$). На рис. 5 показан блок адаптивного прогнозирующего регулятора. Он состоит из трех субблоков: субблок расширенной линеаризации, в который входит множество линеаризованных SDC-моделей; субблок прогнози-

рующих моделей, содержащих вектор прогнозируемых выходов ОУ; субблок оптимизации для поиска оптимального управляющего воздействия СУ по алгоритму квадратичного программирования. Данные субблоки реализованы с помощью программы S-функции в среде MATLAB/Simulink. Структурная блок-схема процесса синтеза предлагаемого адаптивного прогнозирующего регулятора показана на рис. 6.

Далее рассматриваются основные параметры адаптивного прогнозирующего регулятора, которые приведены в таблице.

Параметр	Обозначение	Значение
Период дискретности, с	T_s	0.1
Горизонт предсказания	N_p	9
Горизонт управления	N_c	5
Весовая матрица состояний	$\text{diag}[q(i)]$	1.45
Весовая матрица управления	$\text{diag}[r(i)]$	0.07
Ограничения на управляющее воздействие, В	$u_{\text{пmin}}$	-5
	$u_{\text{пmax}}$	5
Ограничения на приращение управляющего воздействия, В/с	$\Delta u_{\text{пmin}}$	-2
	$\Delta u_{\text{пmax}}$	2

Для исследования влияния параметров адаптивного прогнозирующего регулятора на объект управления воспользуемся различными значениями задающего углового положения $\phi_{зад}$. Во-первых, графики переходных процессов следя-

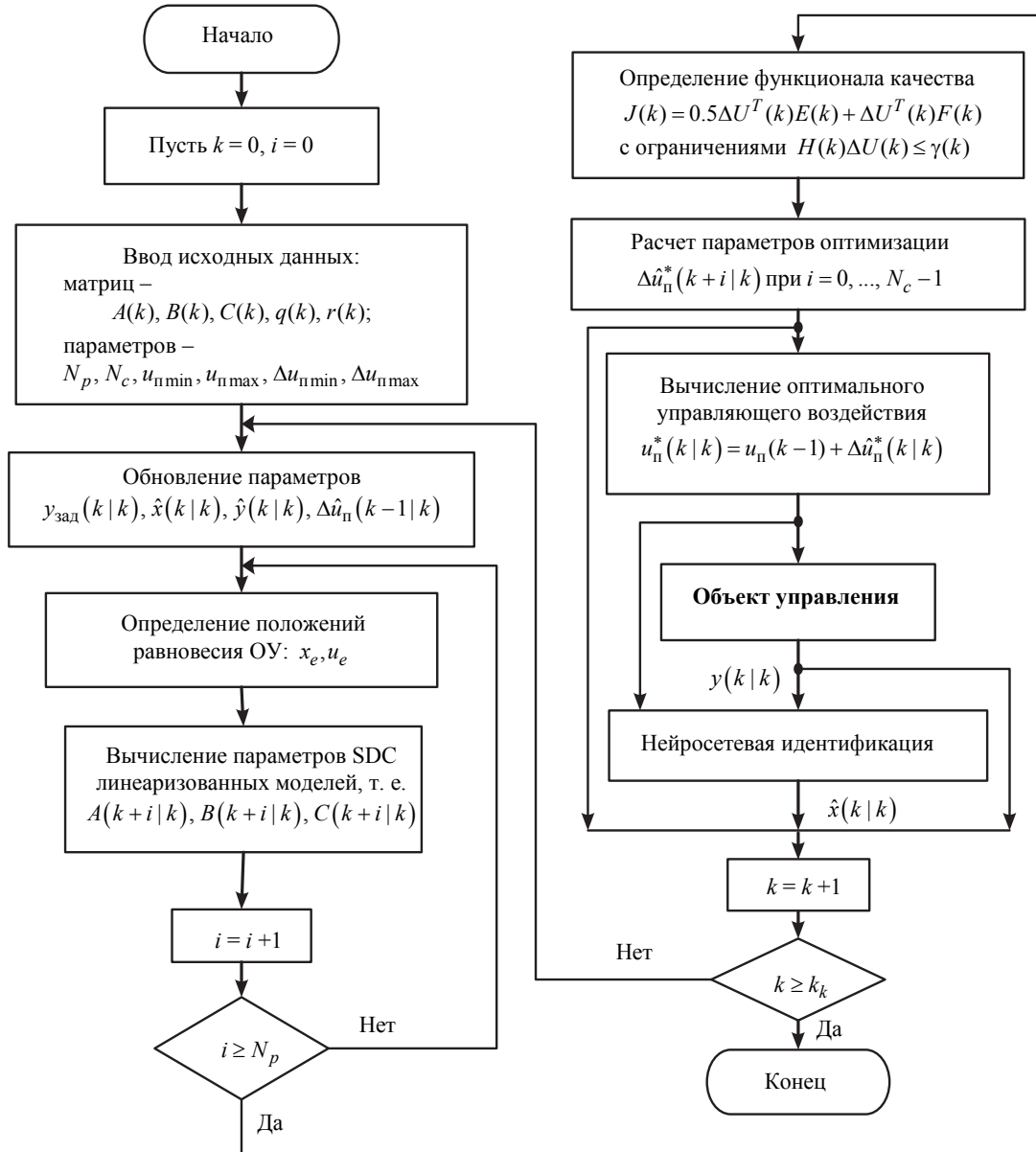


Рис. 6

щей системы управления изображены на рис. 7–8 при значении большого задающего углового положения, поступающего на вход адаптивного МРС-регулятора $\varphi_{\text{зад}} = 100^\circ$. На рис. 7 показаны кривые: 1 – задающий угол на входе регулятора положения ($\varphi_{\text{зад}}$); 2 – угловое азимутальное перемещение зеркальной части (φ_3); 3 – угловая скорость зеркальной части (ω_3). Как видно из рис. 7–8, в течение большего отрезка времени задание обрабатывается при ограничении управляющего воздействия ($u_{\text{п}}$) на выход регулятора положения.

Во-вторых, моделирование следящей СУ связано с обработкой эквивалентного синусоидального воздействия, поступающего на вход регулятора положения. При этом синусоидальное воз-

действие $\varphi_{\text{зад}} = \varphi_{\text{М}} \sin(\omega_3 t)$ соответствует параметрам амплитуды $\varphi_{\text{М}} = 100^\circ$ и периода $\omega_3 = 0.05 \text{ с}^{-1}$. На рис. 9 показаны осциллограммы обработки углового азимутального перемещения зеркальной части (φ_3) при сравнении качества работы следящей системы управления между оптимальным LQR (3') [9] и предлагаемым адаптивным МРС- (2') регуляторами в контуре положения. На вход системы подается входное значение управления $\varphi_{\text{зад}}$ (рис. 9, 1'). Среднеквадратичные отклонения ошибок (СКО) следящей СУ регуляторов, характеризуемых в нормированной форме $\|\varphi_{\text{зад}} - \varphi_3\|_2$, изображены на рис. 10. Видно, что с оптимальным LQR-регулятором ампли-

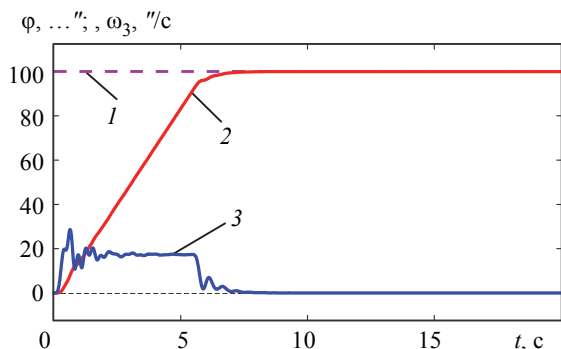


Рис. 7

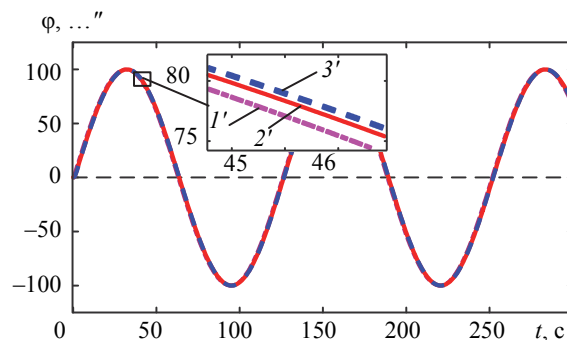


Рис. 9

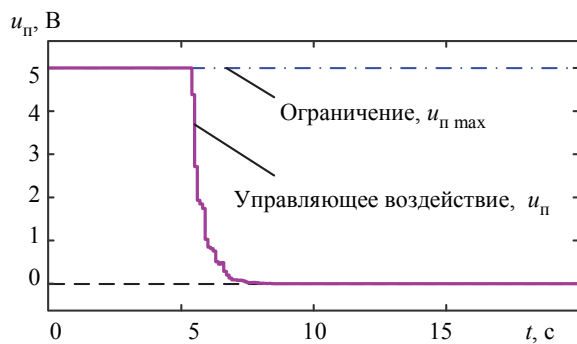


Рис. 8

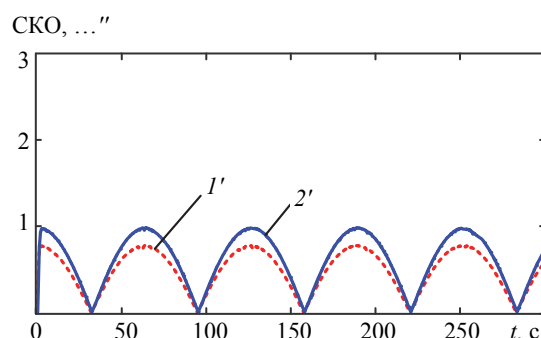


Рис. 10

туда СКО составляет $0.85''$ (штриховая 1') по сравнению с адаптивным MPC-регулятором – $0.72''$ (штриховая 2'). Результаты показывают, что адаптивный MPC-регулятор наиболее удовлетворяет заданному требованию по точности следящих СУ.

Основные выводы по статье:

1. Предложена математическая методология к синтезу адаптивного MPC-регулятора в контуре положения для следящих электроприводных СУ с упругими связями при наличии неопределенных нелинейностей в кинематических передачах. Был разработан метод расширенной линеаризации для поиска SCD-линеаризованных моделей из нелинейной системы в каждый момент времени. В задаче оптимизации был представлен и обсужден алгоритм квадратичного программирования для решения функционала качества.

2. После анализа данных результатов стало понятно, что принципиальным отличием адаптивного MPC-управления от обычных линейных регуляторов состоит в том, что при вычислении оптимизации функционала качества учитываются ограничения на управляющие воздействия. Данные результаты являются нелинейным законом современного управления.

3. Результаты моделирования в следящих АСУ ЭП крупного радиотелескопа РТ-70 показали, что предлагаемый адаптивный MPC-регулятор может устранить негативные последствия от зазора, упругого и сухого трения и снизить колебания в ОУ. И по сравнению с обычным LQR-регулятором при использовании адаптивного MPC-регулятора достигается более эффективное и быстродействующее качество регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maciejowski J. M. Predictive Control with Constraints. Prentice Hall, 2002. 331 p.
2. Rossiter J. A. Model-based predictive control: a practical approach. CRC Press, 2003. 318 p.
3. Афанасьев В. Н. Метод расширенной линеаризации в задаче управления неопределенным динамическим нелинейным объектом // Совр. проблемы автоматизации и управления: материалы 4-го науч.-техн. семинара. М.: ИПИ РАН, 2014. С. 47–54.
4. Szabat K., Serkies P., Cychowski R. M. Predictive position control of elastic dual-mass drives under torque

and speed constraints // 2010 Intern. Power Electronics and Motion Control Conf. EPE-PEMC, Wroclaw, 2010. P. 579–583.

5. Phuong T. H., Belov M. P., Tran D. K. Model predictive controller based on Laguerre functions for large radio telescope servo control system // IEEE Conf. El-ConRusNW, SPb., 2018. P. 1020–1024.

6. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. СПб.: Академия, 2006. 272 с.

7. Путов В. В. Адаптивное и модальное управление механическими объектами с упругими деформациями: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2002. 112 с.

8. Белов М. П., Фьонг Ч. Х., Чьонг Н. К. Разработка рекуррентных нейронных сетей в задачах идентификации систем управления следящими электро-

приводами крупного радиотелескопа // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 8. С. 43–51.

9. Белов М. П., Фьонг Ч. Х. Синтез линейного оптимального управления скоростью электропривода крупного радиотелескопа // Сб. докл. Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM 2017, СПб., 24–26 мая 2017. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. Т. 1. С. 369–373.

M. P. Belov, T. H. Phuong
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

D. V. Thuy
Vietnam Scientific and Technical Institute (Hanoi)

ADAPTIVE MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR NONLINEAR ELASTIC SERVO DRIVE CONTROL SYSTEMS

The paper presents an approach to designing an adaptive model predictive controller for elastic electrical servo drive systems with uncertain nonlinear parameters. For the synthesis of an adaptive predictive control, extended linearization based on state-dependent coefficient matrices is used to adaptively linearize a nonlinear system at each internal sampling instant during the prediction procedure. For solving the objective function of a predicted model, the quadratic programming optimization algorithm is considered. The next section introduces the mathematical state space model of nonlinear multi-mass elastic servo drive of a large radio telescope control system with taking the backlash and dry Coulomb friction torque into consideration. Finally, the proposed adaptive model predictive controller is tested in simulation of servo position tracking of a large radio telescope (the RT-70 antenna) in comparing with traditional optimal LQR controller. It is shown that the proposed controller can guarantee control system at global asymptotic stability and robustness. In this work, designing and testing of nonlinear model predictive control are implemented on Matlab/SIMULINK environment.

Servo drive system, adaptive model predictive controller, extended linearization, quadratic programming
