

Обеспечение устойчивой синхронизации нелинейных осцилляторов с инерцией

В. С. Лавриновский[✉], Н. А. Доброскок, Р. М. Мигранов,
А. Д. Стоцкая, П. Д. Шувалова

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

[✉] Vslavrinovskii@etu.ru

Аннотация. Рассматривается задача синхронизации колебаний нелинейных осцилляторов с инерцией для обеспечения условий параллельной работы большого количества источников электрической энергии, включенных в локальную электроэнергетическую систему через согласующие инверторы напряжения. Целью служит повышение эквивалентной инерции или, что эквивалентно, динамической устойчивости сети с большим объемом инверторной генерации. В настоящее время поставленная задача решается либо при отсутствии инерции, либо в рамках семейства алгоритмов, получивших обобщенное название «виртуальная синхронная машина», которая позволяет при управлении инвертором имитировать поведение эквивалентного синхронного генератора. Однако реальные синхронные машины имеют высокую перегрузочную способность, что позволяет осуществлять синхронизацию напряжений с погрешностью и, соответственно, с возникновением ударных токов. Исследуется альтернативный вариант управления на основе виртуального нелинейного осциллятора, позволяющий использовать способность колебательных систем к точной самосинхронизации, что существенно упрощает процесс втягивания в синхронизм без возникновения ударных токов. Однако известная классическая реализация алгоритмов на основе виртуального нелинейного осциллятора при параллельной работе инверторов не позволяет улучшить динамическую устойчивость электроэнергетической системы. В представленной статье предложена модификация алгоритма на основе виртуального нелинейного осциллятора, позволяющая обеспечивать устойчивую синхронную или антисинхронную работу осцилляторов в структуре направленного кольца за счет дополнения математической модели виртуального осциллятора инерционной кинематической моделью «Дженерал Моторс». Средствами компьютерного моделирования показана работоспособность предложенного алгоритма для синхронизации большого числа нелинейных осцилляторов и возможность управления инерционными свойствами системы таких осцилляторов на примере локальной электроэнергетической системы.

Ключевые слова: управление на основе виртуального осциллятора, виртуальная инерция, модель Курамото, модель преследования, осцилляторы с инерцией, синхронизация нелинейных осцилляторов

Для цитирования: Обеспечение устойчивой синхронизации нелинейных осцилляторов с инерцией / В. С. Лавриновский, Н. А. Доброскок, Р. М. Мигранов, А. Д. Стоцкая, П. Д. Шувалова // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 3. С. 64–75. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-3-64-75.

Финансирование. Исследование выполнено в рамках НИОКТР «Разработка цифровых структур и базовых элементов масштабируемых систем преобразователей электрической энергии на новой элементной базе (СП/ПОПР-4.1)» (Регистрационный номер: 126012716076-7), проводимого в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Ensuring Stable Synchronization of Nonlinear Oscillators with Inertia

V. S. Lavrinovsky[✉], N. A. Dobroskok, R. M. Migranov,
A. D. Stotskaya, P. D. Shuvalova

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia
[✉] VsLavrinovskii@etu.ru

Abstract. Considers the problem of synchronizing the oscillations of nonlinear oscillators with inertia to ensure the conditions for the parallel operation of a large number of electrical energy sources connected to a local power grid via matching voltage-source inverters. The objective is to increase the equivalent inertia or, equivalently, the dynamic stability of a grid with a high penetration of inverter-based generation. Currently, this problem is addressed either without considering inertia or within a family of algorithms broadly referred to as «virtual synchronous machines» (VSM), which allow the inverter control system to emulate the behavior of an equivalent synchronous generator. However, real synchronous machines possess a high overload capacity, which permits voltage synchronization with a certain degree of error and, consequently, the emergence of inrush currents. This study investigates an alternative control strategy based on a virtual nonlinear oscillator, which utilizes the inherent capacity of oscillatory systems for precise self-synchronization. This significantly simplifies the pull-in process without causing inrush currents. Nevertheless, the known classical implementation of dispatchable virtual oscillator (dVOC) algorithms for the parallel operation of inverters unable to increase the time constant of the power grid. This paper proposes a modification of the dVOC algorithm that ensures the stable synchronous or anti-synchronous operation of oscillators on a directed ring topology by augmenting the mathematical model of the virtual oscillator with the General Motors inertial kinematic model. Through computer simulation, the effectiveness of the proposed algorithm for synchronizing a large number of nonlinear oscillators is demonstrated, along with the feasibility of controlling the inertial properties of such an oscillator system, using a local power grid as a case study

Keywords: virtual oscillator control, virtual inertia, Kuramoto model, car following model, inertial dVOC, VOC synchronization

For citation: Ensuring Stable Synchronization of Nonlinear Oscillators with Inertia / V. S. Lavrinovsky, N. A. Dobroskok, R. M. Migranov, A. D. Stotskaya, P. D. Shuvalova // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 3. P. 64–75. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-3-64-75.

Funding: The study was carried out as part of the research and development project «Development of digital structures and basic elements of scalable electrical energy converter systems based on a new component base (SP/POPR-4.1)» (Reg. № 126012716076-7), which is part of the «Priority 2030» strategic academic leadership program.

Conflict of interests. The authors declare no conflicts of interests.

Введение. Механическая инерция – важное свойство электрической машины, позволяющее ей запасать энергию при своем вращении. При резком росте электрической нагрузки эта механическая энергия преобразуется в электрическую и позволяет в переходном процессе обеспечить питание нагрузки без существенных изменений параметров выходного напряжения, позволяя системе управления перевести генератор в новую рабочую точку [1]. Аналогично, при резком сбросе нагрузки часть энергии может быть преобразована в энергию вращающейся массы ротора с увеличенной скоростью. Чем больше инерция, тем менее чувствительна сеть к отклонению от баланса мощностей и тем больше времени у системы управления и защиты для отработки возмущающих воздействий со стороны сети/нагрузки.

Виртуальная электрическая машина, в первую очередь синхронная, позволяет обеспечить наличие виртуальной инерции у статического преоб-

разователя [2]–[4]. При этом применяются разработанные для синхронных машин механизмы синхронизации, что приводит к значительным ударным токам синхронизации и требует значительного запаса по току для таких преобразователей.

Виртуальный осциллятор может быть использован в качестве альтернативного механизма синхронизации преобразователей, обеспечивающего как отсутствие ударных токов, так и существенно большее количество синхронизируемых объектов по сравнению с традиционными [5]–[7]. Однако если в связях осцилляторов появляется фазовая задержка, в том числе по причине инерционности элементов сети, модель Курамото первого порядка, широко рассмотренная при решении указанных задач, становится неприменима и появляется необходимость применения модели второго порядка, которая пока не гарантирует синхронизацию всего множества осцилляторов и предсказы-

вает их кластеризацию [8], [9]. Известные работы в области синхронизации в модели Курамото второго порядка на настоящий момент не применимы к решаемой задаче [10].

Чтобы совместить преимущества виртуальной машины и виртуального осциллятора, нужно обеспечить последнему работу с инерцией. Это позволит достичь двух ключевых целей. Во-первых, справиться с временными задержками распространения сигналов при расположении группы осцилляторов на большой площади. Во-вторых, обеспечить инерционность реакции на внешние возмущения.

В области преобразовательной техники существует не зависящая от задачи синхронизации преобразователей схожая задача антисинхронизации несущих сигналов при формировании фазосмещенной широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [11]–[13] при реализации систем управления, например, модульными преобразователями. Антисинхронизация несущих сигналов необходима для улучшения электромагнитной совместимости модульных источников на основе последовательного или параллельного соединения элементарных модулей меньшей мощности. Для простой и эффективной антисинхронизации также может применяться модель Курамото [13], [14] с отталкивающими связями, обеспечиваемыми инверсным знаком разности фаз. Однако антисинхронное состояние равновесия в модели Курамото, в отличие от синхронного, неустойчиво. При числе нод (узлов) более трех появляются химерные состояния, когда несколько нод собираются в синхронную группу. Полная антисинхронизация, без химеризации, большого числа нод при этом становится затруднительной.

В то же время, существует ряд кинематических моделей следования за лидером для колонны автомобилей [15], [16]. Эти модели учитывают различные факторы (не только кинематические связи, но и психологические факторы, свойственные поведению человека), но решают математически схожую задачу в схожих условиях. Рассмотрим только кинематическую составляющую движения автомобиля на примере модели «Дженерал Моторс» первого порядка [17], замкнутую на кольце. Она учитывает инерцию ноды и обеспечивает устойчивое равноудаленное движение нод на замкнутой траектории, а также гашение осцилляций скорости при внешних возмущениях, что необходимо при решении поставленных задач.

Кинематическая модель рассматривает движение по кольцу, что определяет топологию рассматриваемой сети осцилляторов. Переход к гра-

фу тесного мира требует отдельного рассмотрения и не является целью настоящей публикации. Ограничимся только кольцом.

Модель Курамото второго порядка. Решение задач синхронизации и антисинхронизации в кольцевой сети. В рамках статьи под синхронизацией будем понимать задачу выравнивания частот всех осцилляторов при обеспечении сдвига фаз между осцилляторами, стремящегося к нулю, под антисинхронизацией – задачу выравнивания частот всех осцилляторов при обеспечении равномерного распределения сдвига фаз в диапазоне от 0 до 2π в зависимости от количества осцилляторов. Модель Курамото – обобщенное название для целого семейства моделей. Они бывают разного порядка, разной размерности и с разными функциями связи. Базовое представление можно записать в разной форме, пользуясь тригонометрическим тождеством

$$\dot{\theta}_i = \omega_0 + \frac{k}{N} \sum_{j \neq i} \sin(\theta_j - \theta_i);$$
$$\dot{\theta}_i = \omega_0 + \frac{k}{N} \sum_{j \neq i} (\sin \theta_j \cos \theta_i - \cos \theta_j \sin \theta_i),$$

где θ_i , θ_j – фазы i -й и j -й нод; ω_0 – собственная частота ноды (в статье принята у всех одинаковой, но может иметь нормальное распределение); k – коэффициент связи между нодами; N – общее число нод.

Также для анализа процесса синхронизации в модели Курамото введен параметр порядка

$$R = \frac{1}{N} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \sin \theta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \cos \theta_i \right)^2}$$

– усреднение векторной суммы фаз всех нод. По аналогии введем локальный параметр порядка, т. е. средний между двумя нодами:

$$R_{\theta_i, \theta_j} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sin \theta_i + \sin \theta_j)^2 + (\cos \theta_i + \cos \theta_j)^2}.$$

В простейшей модели Курамото связь осуществляется через синус разности фаз с лидирующей нодой. Это знакопеременная функция с двумя пересечениями нуля при равенстве разности фаз 0 и π . Это соответствует двум точкам равновесия: синхронное и антисинхронное. Антисинхронное равновесие в простой модели Курамото неустойчиво. При использовании же стягивающих связей искомое равновесие устойчиво. При антисинхронизации, когда связи отталкивающие, это приводит к возникновению устойчивых химерных состояний (сближении нескольких

ва-Хопфа, задаются случайным образом. В модели задание начальных условий реализовано через блок «JY», в котором программно реализован интегратор со случайными начальными условиями из заданного диапазона значений.

На рис. 2 приведена реализация кинематической модели «Дженерал Моторс» для формирования частоты осциллятора с учетом наличия виртуальной инерции, где введены следующие обозначения входов и выходов: $U_{\alpha\beta}$ – вектор из переменных состояния собственного осциллятора ноды, α , β и $\alpha\beta$ – переменные состояния и вектор из переменных состояния осциллятора лидирующей ноды, PRJ – блоки подсистем, реализующие

нелинейный осциллятор Андронова-Хопфа (см. рис. 1), связь по классической модели Курамото при синхронизации (рис. 3, а) и расчет параметра порядка между собственной нодой и лидирующей.

На рис. 3, а и б соответственно приведены расчеты связи по классической модели Курамото и параметра порядка для пары осцилляторов.

Общий вид модели для синхронизации и антисинхронизации на примере семи нелинейных осцилляторов представлен на рис. 4 и 5 соответственно. Оценка согласованности осуществляется по значению параметров порядка с R_1 по R_7 . Для антисинхронизации, чтобы сделать синхронное положение менее устойчивым, в качестве

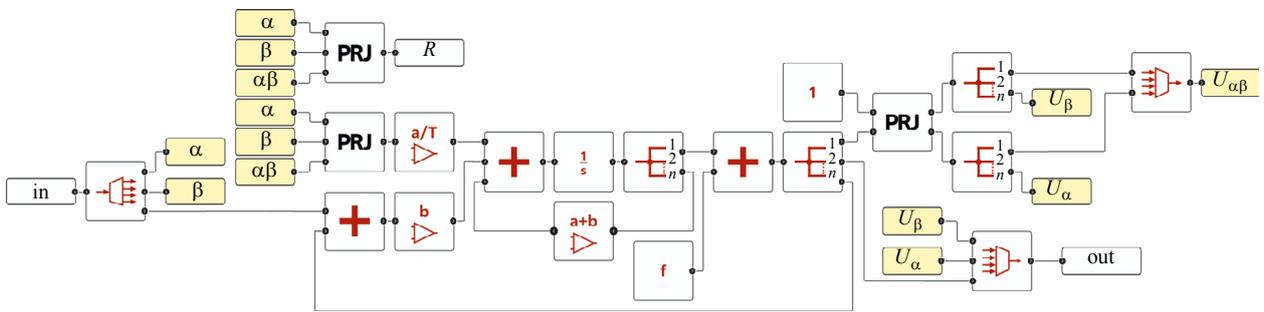


Рис. 2. Модель управления частотой осциллятора с добавлением виртуальной инерции
Fig. 2. Oscillator frequency control model with added virtual inertia

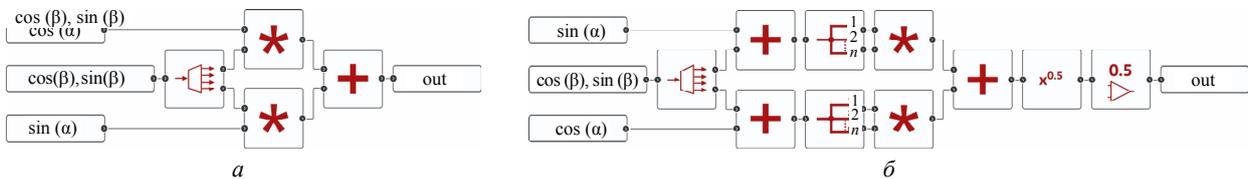


Рис. 3. Расчет связи по модели Курамото (а) и параметр порядка для двух осцилляторов (б)
Fig. 3. Coupling calculation based on the Kuramoto model (а) and order parameter for two oscillators (б)

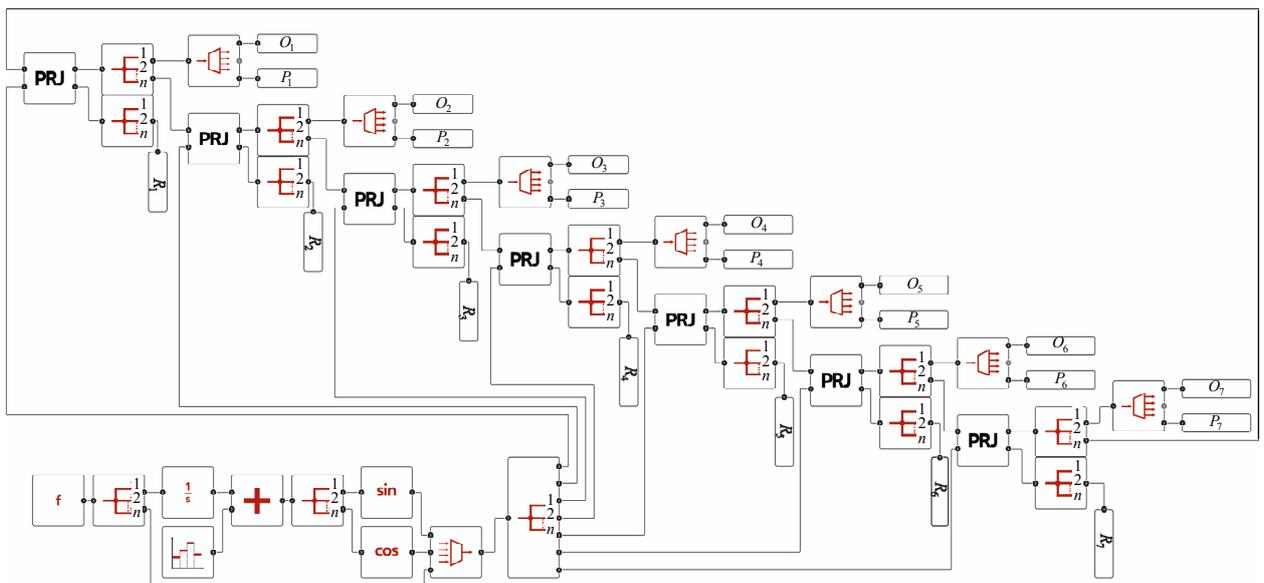


Рис. 4. Модель синхронизации осцилляторов с виртуальной инерцией
Fig. 4. Oscillator synchronization model with virtual inertia

обратной связи выбран локальный параметр порядка, а внешний общий сигнал отсутствует. Для синхронизации, наоборот, связь сформирована, как в модели Курамото, и добавлен внешний общий сигнал (для простоты – гармонический, желаемой частоты), чтобы гарантировать втягивание в синхронизм. Для визуализации результатов исследований в представленных моделях сделаны дополнительные выходы, не участвующие в управлении: мгновенное значение частоты каждого осциллятора с O_1 по O_7 и переменная состояния нелинейного осциллятора с P_1 по P_7 .

Далее приведены динамические процессы подстройки частоты (рис. 6) и изменения локальных параметров порядка (рис. 7) осцилляторов

при исследовании процесса антисинхронизации, при которой частоты всех нод с течением времени должны стать равными, а фазовые сдвиги друг относительно друга равномерно распределены от 0 до 2π , со случайными значениями параметров для семи нод с частотой 10π и $\tau = 0.1$. Стоит отметить, что согласно используемой модели каждая нода следует за своим ближайшим соседом в структуре направленного кольца. Таким образом, процесс выравнивания частот между всеми нодами происходит одновременно.

На рис. 8 изображены осциллограммы выхода каждого осциллятора в процессе антисинхронизации: *a* – в переходном режиме; *b* – в установившемся режиме.

На рис. 9 приведены результаты 150 итераций моделирования процессов со случайными началь-

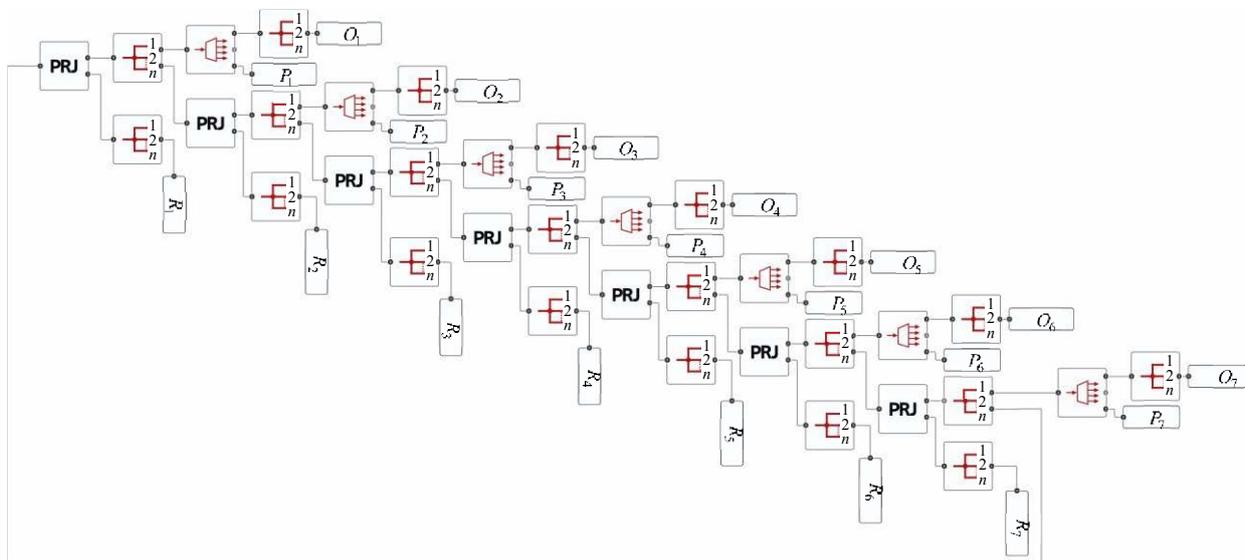


Рис. 5. Модель антисинхронизации осцилляторов с виртуальной инерцией
 Fig. 5. Oscillator anti-synchronization model with virtual inertia

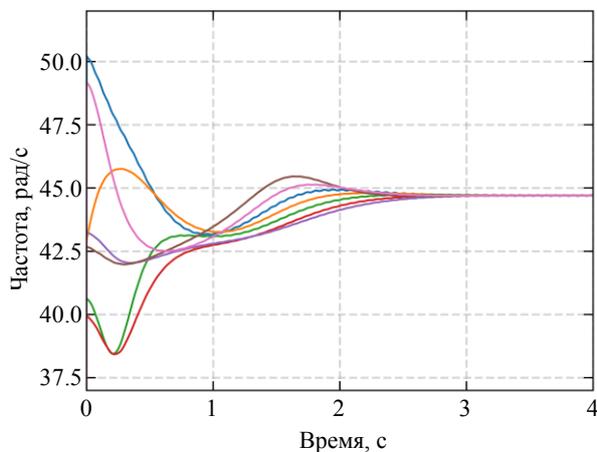


Рис. 6. Частоты нод, соответствующие выходам с O_1 по O_7
 Fig. 6. Node frequencies corresponding to outputs O_1 through O_7

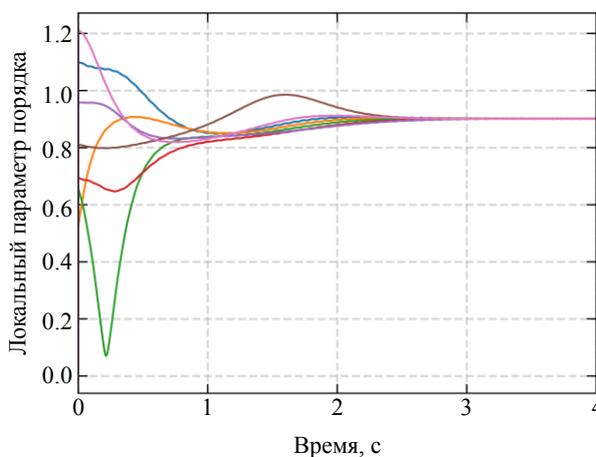


Рис. 7. Локальные параметры порядка нод, соответствующие выходам с R_1 по R_7
 Fig. 7. Nodal local order parameters for outputs R_1 through R_7

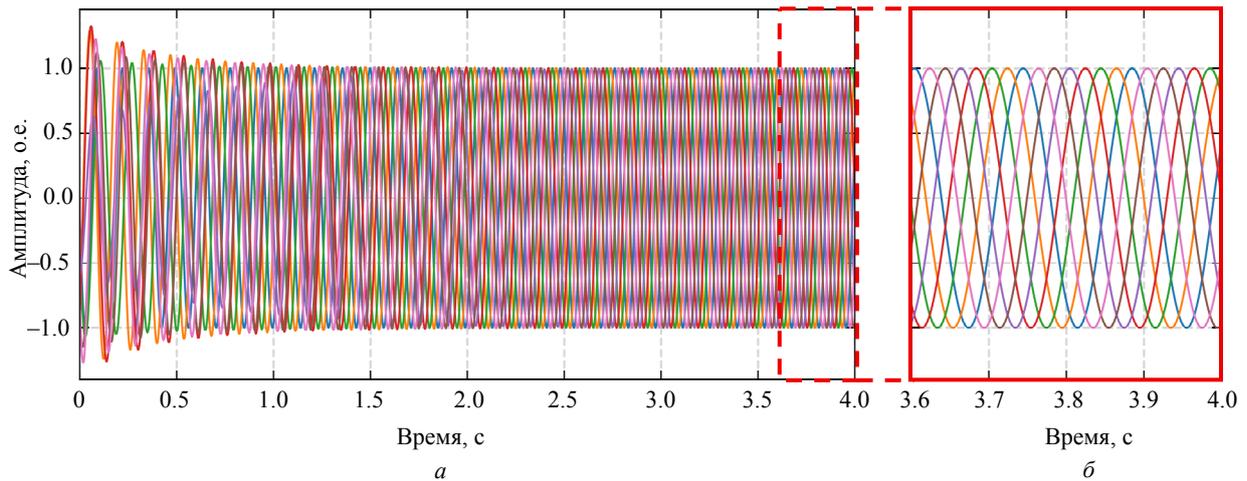


Рис. 8. Фазовая переменная с P_1 по P_7 , при антисинхронизации осцилляторов:

a – общий вид с переходным процессом, b – в установившемся режиме

Fig. 8. Phase variable from P_1 to P_7 under oscillator anti-synchronization:

a – general view with transient process, b – steady-state mode

ными условиями для антисинхронизации. Горизонтальными линиями обозначены значения локального параметра порядка для расстояния $2\pi/7$, $4\pi/7$ и $6\pi/7$, а точками – установившееся значение локального параметра порядка для каждой ноды.

Как видно из рис. 9, полной защиты от химерных состояний в исследуемой системе не обеспечивается, однако, для простого числа нод химерные состояния возникнуть уже не могут. Таким образом, получена защита от химерных состояний для простого числа нод. Для числа нод, не являющегося простым числом, сохраняется возможность химеризации через кратные интервалы. Причина возникновения кратных интервалов – отсутствие контроля дистанции (интервала) со стороны выбранной механической модели. Контроль дистанции присутствует в более сложных моделях: «Дженерал Моторс» второго порядка [19], [20], модели Бандо [21], [22] и модели разумного вождения [23], [24].

Рассмотрим особенности синхронизации в модели Курамото второго порядка. Связь по параметру порядка для синхронизации не требуется – это избыточное усложнение. Для борьбы с антисинхронным состоянием достаточно добавить общий шум [25], [26] или один общий осциллятор для всей группы (внешнюю сеть). Результат для 150 опытов со случайными начальными условиями приведен на рис. 10. На рис. 11–13 приведем реакцию системы осцилляторов на мгновенное изменение фазы внешней сети. Мгновенная реакция осциллятора на ступенчатое изменение фазы не выражена – процесс монотонно растягивается до момента 11 с, что можно видеть на рис. 11. В то же время, рис. 12 показывает, что синхронизм при этом не нарушается.

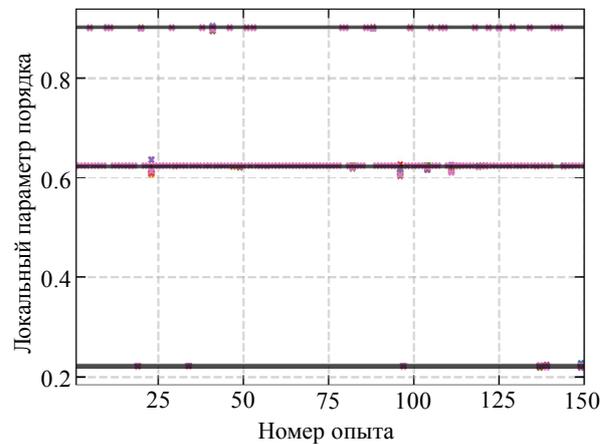


Рис. 9. Установившийся параметр порядка при случайных начальных условиях для антисинхронизации семи осцилляторов

Fig. 9. Steady-state order parameter for runs from random initial conditions for anti-synchronization of seven oscillators

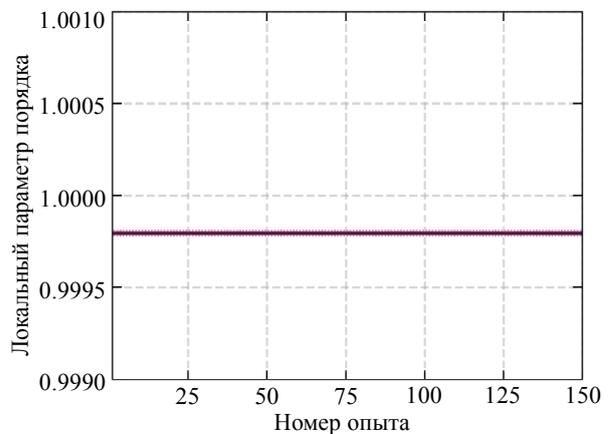


Рис. 10. Установившийся параметр порядка при случайных начальных условиях для синхронизации семи осцилляторов

Fig. 10. Steady-state order parameter for runs from random initial conditions for synchronization of seven oscillators

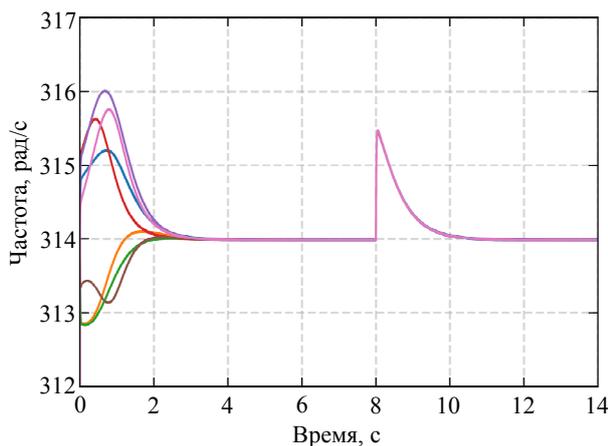


Рис. 11. Реакция частоты с O_1 по O_7 системы осцилляторов при отработке мгновенного изменения фазы в сети на $\pi/3$ в 8 с

Fig. 11. Frequency response of oscillators O_1 to O_7 to an instantaneous network phase shift of $\pi/3$ at 8 seconds

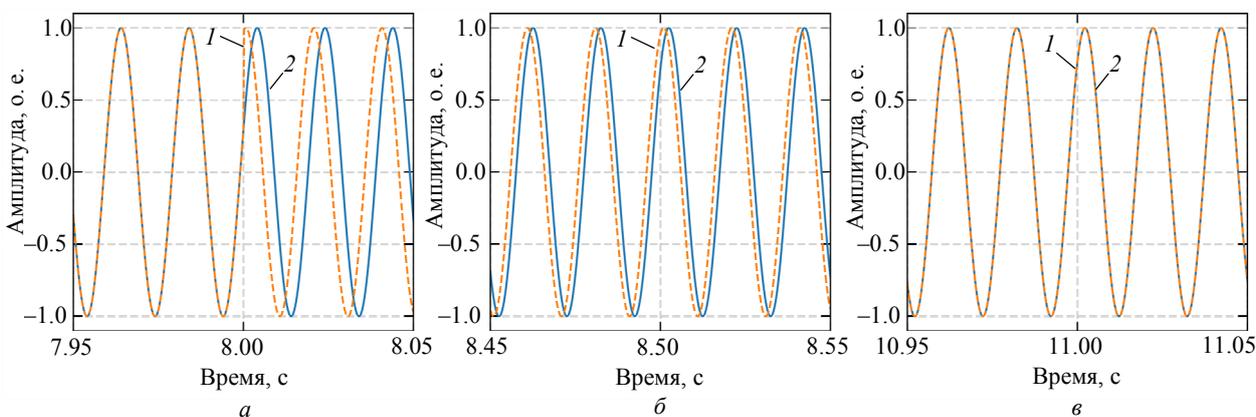


Рис. 12. Реакция одной из фазовых переменных осциллятора выходов с P_1 по P_7 системы осцилляторов при отработке мгновенного изменения фазы в сети на $\pi/3$ в 8 с: а – момент подачи возмущения; динамический режим подстройки; установившийся режим

Fig. 12. Response of an oscillator phase variable (outputs P_1 to P_7) to an instantaneous network phase shift of $\pi/3$ at 8 seconds: а – moment of disturbance; б – dynamic adjustment; в – steady state

Чтобы показать, что параметр a действительно определяет инерцию, выполним исследование влияния параметра. Результаты, выходы частот осцилляторов с O_1 по O_7 , приведены на рис. 14, где семейство кривых 1 соответствует параметрам $a = 1.62$, $b = 0.38$, $\tau = 1$ из предыдущих опытов, а семейство кривых 2 – параметрам $a = 16.2$, $b = 38$, $\tau = 0.1$. Корректировке подвергалась не только инерция для соблюдения условий (2).

Из анализа проведенных исследований можно отметить несколько особенностей предложенного подхода к синхронизации или антисинхронизации групп нелинейных осцилляторов. Так, из рис. 10 видно, что, несмотря на близость к единице локального параметра порядка, что соответствует условию точной синхронизации, остается некото-

рая ошибка. Вызвана она дискретностью решателя системы уравнений. Чем меньше шаг решения систем дифференциальных уравнений, тем точнее синхронизация. К сожалению, это неизбежная погрешность дискретных систем. Из рис. 13 видно, что все локальные параметры порядка приходят к значению, близкому к единице, и не реагируют на возмущение в виде мгновенного изменения фазы сети в момент 8 с. Отсюда следует, что воздействие по фазе не нарушает синхронизм, т. е. отклонения мощности не разрушат синхронизм группы осцилляторов. Из сравнения ансамбля графиков 1 и 2, приведенных на рис. 14 при разных наборах параметров модели (1), можно увидеть, что при мгновенном изменении фазы внешней сети сформированная группа осцилляторов не распадается и продолжает действовать согла-

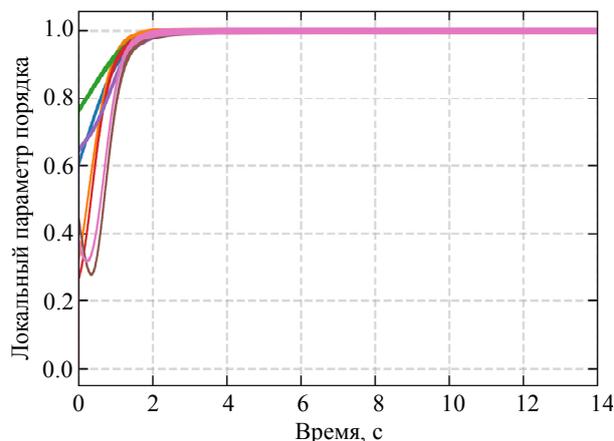


Рис. 13. Реакция локальных параметров порядка с R_1 по R_7 системы осцилляторов при отработке мгновенного изменения фазы в сети на $\pi/3$ в 8 с

Fig. 13. Response of the oscillator system's local order parameters (R_1 to R_7) to an instantaneous network phase shift of $\pi/3$ at 8 seconds

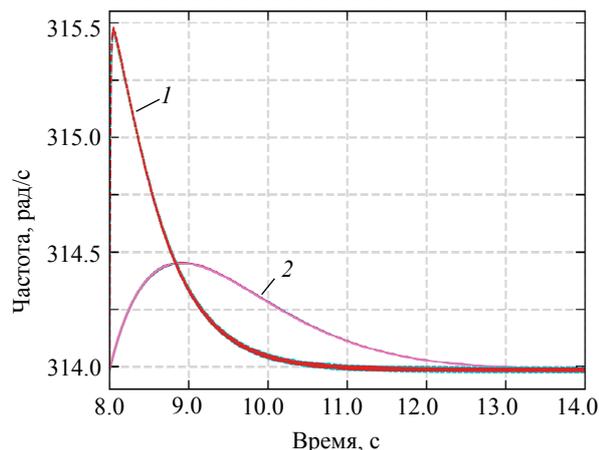


Рис. 14. Переходный процесс: 1 – при $a = 1.62$, $b = 0.38$, $\tau = 1$; 2 – при $a = 16.2$, $b = 38$, $\tau = 0.1$

Figure 14. Transient process: 1 – $a = 1.62$, $b = 0.38$, $\tau = 1$; 2 – $a = 16.2$, $b = 38$, $\tau = 0.1$

совано. При этом время реакции на возмущение зависит от параметров кинематической цепи. Качественное изменение инерционных свойств в рамках предложенного подхода обеспечивается согласованным изменением группы параметров и может быть подобрано эмпирически. Аналитическое задание требуемой инерции подлежит дальнейшей разработке. Главным результатом служит обеспечение синхронного состояния инерционных осцилляторов.

Заключение. В рамках статьи предложено сочетание виртуального осциллятора с механической моделью «Дженерал Моторс» первого порядка, что позволило согласовать осцилляторы, соединенные по модели Курамото второго порядка в направленной кольцевой сети. Получено

устойчивое антисинхронное состояние, что может быть использовано для формирования фазосмещенной ШИМ при работе инверторов в группе (отдельные блоки параллельного модульного преобразователя или плечо модульного многоуровневого преобразователя). При этом для простого числа модулей достигнута защита от химеризации состояний. Для контроля дистанции необходимо в выражение для расчета ускорения ввести расстояние между нодами, воспользовавшись любой из усложненных механических моделей.

Синхронное состояние с общим воздействием также получено, что позволяет заявить о разработке управления ансамблем инерционных виртуальных осцилляторов. Показать его эквивалентность с виртуальной синхронной машиной, как это было сделано [27] для управления жесткостью (droop control) и диспетчеризуемого виртуального осциллятора (dispatchable virtual oscillator control) еще только предстоит, однако уже сейчас возможно заявить, что инверторный источник может создавать виртуальную инерцию и при этом пользоваться свойством самосинхронизации осцилляторов.

Исследование выполнено в рамках НИОКТР «Разработка цифровых структур и базовых элементов масштабируемых систем преобразователей электрической энергии на новой элементной базе (СП/ПОПР-4.1)» (Регистрационный номер: 126012716076-7), проводимого в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Список литературы

1. Исследование влияния синтетической инерции на динамическую устойчивость электроэнергетических систем / И. А. Разживин, А. А. Суворов, М. В. Андреев, В. Е. Рудник, А. С. Гусев // *Электричество*. 2022. № 8. С. 16–26. doi: 10.24160/0013-5380-2022-8-16-26.
2. Virtual synchronous generator, a comprehensive overview / W. Sang, W. Guo, Sh. Dai, Ch. Tian, S. Yu, Yu. Teng // *Energies*. 2022. Vol. 15, no. 17. P. 1–29. doi: 10.3390/en15176148.
3. Cheema K. M. A comprehensive review of virtual synchronous generator // *Intern. J. of Electr. Power and Energy Syst.* 2020. Vol. 120. P. 1–10. doi: 10.1016/j.ijepes.2020.106006.
4. Dynamic optimisation of virtual synchronous generator to enhance stability of power system / K. Koiwa, A. Tomabechi, T. Zanma, K.-Zh. Liu // *IET Smart Grid*. 2024. Vol. 7, no. 6. P. 858–871. doi: 10.1049/stg2.12183.
5. Berner R. Patterns of synchrony in complex networks of adaptively coupled oscillators // Springer Theses. Springer Cham: Switzerland, 2021. 203 p. doi: 10.1007/978-3-030-74938-5.
6. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena / J. A. Acebrón, L. L. Bonilla, C. J. P. Vicente, F. Ritort, R. Spigler // *Rev. of Modern Phys.* 2005. Vol. 77, no. 137. doi: 10.1103/RevModPhys.77.137.
7. Jadbabaie A., Motee N., Barahona M. On the stability of the Kuramoto model of coupled nonlinear oscillators // *Proc. of the 2004 Am. Control Conf.* Boston, MA, USA: IEEE, 2004. Vol. 5. P. 4296–4301. doi: 10.23919/ACC.2004.1383983.
8. Jian G., Efstathiou K. Synchronization of coupled second-order Kuramoto–Sakaguchi oscillators. 2020. P. 1–18. doi: 10.48550/arXiv.2012.14088.
9. Partial synchronization in the second-order Kuramoto model: An auxiliary system method / N. V. Barabash, V. N. Belykh, G. V. Osipov, I. V. Belykh // *Chaos*. 2021. Vol. 31, no. 11. P. 1–13. doi: 10.1063/5.0066663.
10. Jin Ch., Wu Ya. Complete synchronization for a second-order Kuramoto type model of identical oscillators in a switching network // *Discrete and Continuous Dynamical Syst. – Ser. B (DCDS-B)*. 2025. Vol. 30, no. 10. P. 3813–3828. doi: 10.3934/dcdsb.2025049.

11. Joseph G. V., Pakrashi V. Limits on anti-phase synchronization in oscillator networks // *Sci. Rep.* 2020. Vol. 10. P. 10178. doi: 10.1038/s41598-020-67021-6.
12. Maistrenko Yu. L., Popovych O. V., Tass P. A. Desynchronization and Chaos in the Kuramoto model // *Dynamics of Coupled Map Lattices and of Related Spatially Extended Systems. Lecture Notes in Physics.* Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. Vol. 671. P. 285–306. doi: 10.1007/11360810_12.
13. Decentralized interleaving of paralleled Dc-Dc buck converters / M. Sinha, S. Dhople, B. Johnson, M. Rodriguez, J. Poon // 2017 IEEE 18th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL). Stanford, CA, USA: IEEE, 2017. P. 1–6. doi: 10.1109/COMPEL.2017.8013331.
14. Pat. US9484745B2 (USA). Virtual oscillator control of power electronics inverters / B. Johnson, S. Dholpe, A. Hamadeh, Ph. Krein. The board of trustees of the university of Illinois, Urbana, IL (US). Prior. 04.08.2014, publ. 12.03.2015. 46 s.
15. Car-following models: A multidisciplinary review / T. T. Zhang, P. J. Jin, S. T. McQuade, A. Bayen, B. Piccoli // *IEEE Trans. on Intelligent Vehicles.* 2025. Vol. 10, no. 1. P. 92–116. doi: 10.1109/TIV.2024.3409468.
16. FollowNet: A comprehensive benchmark for car-following behavior modeling / X. Chen, M. Zhu, K. Chen, P. Wang, H. Lu, H. Zhong, Xu Han, X. Wang, Y. Wang // *Sci. Data.* 2023. Vol. 10. P. 1–11. doi: 10.1038/s41597-023-02718-7.
17. Chakroborty P., Kikuchi Sh. Evaluation of the General Motors based car-following models and a proposed fuzzy inference model // *Transportation Research. Part C: Emerging Technol.* 1999. Vol. 7, no. 4. P. 209–235. doi: 10.1016/S0968-090X(99)00020-0.
18. Barahona M., Pecora L. M. Synchronization in small-world systems // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89, no. 5. P. 054101. doi: 10.1103/PhysRevLett.89.054101.
19. Modeling car-following behavior in downtown area based on unsupervised clustering and variable selection method / D.-A. Nguyen, J. Nwadiuto, H. Okuda, T. Suzuki // 2020 IEEE Intern. Conf. on Syst., Man, and Cybernetics (SMC). Toronto, ON, Canada: IEEE, 2020. P. 3714–3720. doi: 10.1109/SMC42975.2020.9282910.
20. A new multi-anticipative car-following model with consideration of the desired following distance / J. Chen, R. Liu, D. Ngoduy et al. // *Nonlinear Dynamics.* 2016. Vol. 85. P. 2705–2717. doi: 10.1007/s11071-016-2856-4.
21. Analysis of optimal velocity model with explicit delay / M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58, no. 5. P. 5429. P. 1–21. doi: 10.1103/PhysRevE.58.5429.
22. Jiang R., Wu Q., Zhu Z. Full velocity difference model for a car-following theory // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64, no. 1. Art. 017101. doi: 10.1103/PhysRevE.64.017101.
23. Kesting A., Treiber M., Helbing D. Enhanced intelligent driver model to assess the impact of driving strategies on traffic capacity // *Philos. Trans. Roy. Soc. A: Math., Phys. Eng. Sci.* 2010. Vol. 368(1928). P. 4585–4605. doi: 10.1098/rsta.2010.0084.
24. Driver intent inference at urban intersections using the intelligent driver model / M. Liebner, M. Baumann, F. Klanner, Ch. Stiller // 2012 IEEE Intelligent Vehicles Symp. Madrid, Spain: IEEE, 2012. P. 1162–1167. doi: 10.1109/IVS.2012.6232131.
25. Ódor G., Kelling J., Deco G. The effect of noise on the synchronization dynamics of the Kuramoto model on a large human connectome graph // *Neurocomp.* 2021. Vol. 461. P. 696–704. doi: 10.1016/j.neucom.2020.04.161.
26. Фрадков А. Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003. 208 с.
27. Li M. Power calculation algorithm under nonlinear loads and Hopf oscillator-based synchronization controller for grid-forming inverters in a microgrid. Tesi doctoral, UPC, Departament d'Enginyeria Elèctrica, 2023. doi: 10.5821/dissertation-2117-396557.

Информация об авторах

Лавриновский Виктор Сергеевич – ст. преподаватель кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: vslavrinovskii@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-6474-6624>

Доброскок Никита Александрович – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: nadobroskok@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-0569-3304>

Мигранов Руслан Михайлович – ассистент кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: rmmigranov@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-4543-7535>

Стоцкая Анастасия Дмитриевна – канд. техн. наук, доцент, декан факультета электротехники и автоматизации СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: adstotckaia@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2934-490X>

Шувалова Полина Дмитриевна – студентка третьего курса гр. 3408 СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: shuwalowa.p@yandex.ru

Вклад авторов

Лавриновский В. С. – разработка алгоритмов самосинхронизации и антисинхронизации нелинейных осцилляторов.

Доброскок Н. А. – научное руководство, обзор научных источников, анализ кинематических моделей.

Мигранов Р. М. – проведение иммитационных экспериментов.

Шувалова П. Д. – подготовка графических и текстовых материалов, аналитическое решение дифференциальных уравнений движения.

Стоцкая А. Д. – постановка задачи, анализ результатов и условий возникновения химерных состояний.

References

1. Issledovanie vliyanija sinteticheskoy inercii na dinamicheskuyu ustojchivost' elektroenergeticheskikh sistem / I. A. Razzhivin, A. A. Suvorov, M. V. Andreev, V. E. Rudnik, A. S. Gusev // *Elektrichestvo*. 2022. № 8. S. 16–26. doi: 10.24160/0013-5380-2022-8-16-26/ (In Russ.).
2. Virtual synchronous generator, a comprehensive overview / W. Sang, W. Guo, Sh. Dai, Ch. Tian, S. Yu, Yu. Teng // *Energies*. 2022. Vol. 15, no. 17. P. 1–29. doi: 10.3390/en15176148.
3. Cheema K. M. A comprehensive review of virtual synchronous generator // *Intern. J. of Electr. Power and Energy Syst.* 2020. Vol. 120. P. 1–10. doi: 10.1016/j.ijepes.2020.106006.
4. Dynamic optimisation of virtual synchronous generator to enhance stability of power system / K. Koiwa, A. Tomabechei, T. Zanma, K.-Zh. Liu // *IET Smart Grid*. 2024. Vol. 7, no. 6. P. 858–871. doi: 10.1049/stg2.12183.
5. Berner R. Patterns of synchrony in complex networks of adaptively coupled oscillators // Springer Theses. Springer Cham: Switzerland, 2021. 203 p. doi: 10.1007/978-3-030-74938-5.
6. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena / J. A. Acebrón, L. L. Bonilla, C. J. P. Vicente, F. Ritort, R. Spigler // *Rev. of Modern Phys.* 2005. Vol. 77, no. 137. doi: 10.1103/RevModPhys.77.137.
7. Jadbabaie A., Motee N., Barahona M. On the stability of the Kuramoto model of coupled nonlinear oscillators // *Proc. of the 2004 Am. Control Conf. Boston, MA, USA: IEEE, 2004. Vol. 5. P. 4296–4301. doi: 10.23919/ACC.2004.1383983.*
8. Jian G., Efstathiou K. Synchronization of coupled second-order Kuramoto-Sakaguchi oscillators. 2020. P. 1–18. doi: 10.48550/arXiv.2012.14088.
9. Partial synchronization in the second-order Kuramoto model: An auxiliary system method / N. V. Barabash, V. N. Belykh, G. V. Osipov, I. V. Belykh // *Chaos*. 2021. Vol. 31, no. 11. P. 1–13. doi: 10.1063/5.0066663.
10. Jin Ch., Wu Ya. Complete synchronization for a second-order Kuramoto type model of identical oscillators in a switching network // *Discrete and Continuous Dynamical Syst. – Ser. B (DCDS-B)*. 2025. Vol. 30, no. 10. P. 3813–3828. doi: 10.3934/dcdsb.2025049.
11. Joseph G. V., Pakrashi V. Limits on anti-phase synchronization in oscillator networks // *Sci. Rep.* 2020. Vol. 10. P. 10178. doi: 10.1038/s41598-020-67021-6.
12. Maistrenko Yu. L., Popovych O. V., Tass P. A. De-synchronization and Chaos in the Kuramoto model // *Dynamics of Coupled Map Lattices and of Related Spatially Extended Systems. Lecture Notes in Physics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. Vol. 671. P. 285–306. doi: 10.1007/11360810_12.
13. Decentralized interleaving of paralleled Dc-Dc buck converters / M. Sinha, S. Dhople, B. Johnson, M. Rodriguez, J. Poon // *2017 IEEE 18th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*. Stanford, CA, USA: IEEE, 2017. P. 1–6. doi: 10.1109/COMPEL.2017.8013331.
14. Pat. US9484745B2 (USA). Virtual oscillator control of power electronics inverters / B. Johnson, S. Dholpe, A. Hamadeh, Ph. Krein. The board of trustees of the university of Illinois, Urbana, IL (US). Prior. 04.08.2014, publ. 12.03.2015. 46 s.
15. Car-following models: A multidisciplinary review / T. T. Zhang, P. J. Jin, S. T. McQuade, A. Bayen, B. Piccoli // *IEEE Trans. on Intelligent Vehicles*. 2025. Vol. 10, no. 1. P. 92–116. doi: 10.1109/TIV.2024.3409468.
16. FollowNet: A comprehensive benchmark for car-following behavior modeling / X. Chen, M. Zhu, K. Chen, P. Wang, H. Lu, H. Zhong, Xu Han, X. Wang, Y. Wang // *Sci. Data*. 2023. Vol. 10. P. 1–11. doi: 10.1038/s41597-023-02718-7.
17. Chakroborty P., Kikuchi Sh. Evaluation of the General Motors based car-following models and a proposed fuzzy inference model // *Transportation Research. Part C: Emerging Technol.* 1999. Vol. 7, no. 4. P. 209–235. doi: 10.1016/S0968-090X(99)00020-0.
18. Barahona M., Pecora L. M. Synchronization in small-world systems // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89, no. 5. P. 054101. doi: 10.1103/PhysRevLett.89.054101.
19. Modeling car-following behavior in downtown area based on unsupervised clustering and variable selection method / D.-A. Nguyen, J. Nwadiuto, H. Okuda, T. Suzuki // *2020 IEEE Intern. Conf. on Syst., Man, and Cybernetics (SMC)*. Toronto, ON, Canada: IEEE, 2020. P. 3714–3720. doi: 10.1109/SMC42975.2020.9282910.
20. A new multi-anticipative car-following model with consideration of the desired following distance / J. Chen, R. Liu, D. Ngoduy et al. // *Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 85. P. 2705–2717. doi: 10.1007/s11071-016-2856-4.
21. Analysis of optimal velocity model with explicit delay / M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 58, no. 5. P. 5429. P. 1–21. doi: 10.1103/PhysRevE.58.5429.

22. Jiang R., Wu Q., Zhu Z. Full velocity difference model for a car-following theory // *Phys. Rev. E*. 2001. Vol. 64, no. 1. Art. 017101. doi: 10.1103/PhysRevE.64.017101.

23. Kesting A., Treiber M., Helbing D. Enhanced intelligent driver model to assess the impact of driving strategies on traffic capacity // *Philos. Trans. Roy. Soc. A: Math., Phys. Eng. Sci.* 2010. Vol. 368(1928). P. 4585–4605. doi: 10.1098/rsta.2010.0084.

24. Driver intent inference at urban intersections using the intelligent driver model / M. Liebner, M. Bauermann, F. Klanner, Ch. Stiller // 2012 IEEE Intelligent Vehicles Symp. Madrid, Spain: IEEE, 2012. P. 1162–1167. doi: 10.1109/IVS.2012.6232131.

25. Ódor G., Kelling J., Deco G. The effect of noise on the synchronization dynamics of the Kuramoto model on a large human connectome graph // *Neurocomp.* 2021. Vol. 461. P. 696–704. doi: 10.1016/j.neucom.2020.04.161.

26. Fradkov A. L. *Kiberneticheskaja fizika: principy i primery*. SPb.: Nauka, 2003. 208 s. (In Russ.).

27. Li M. Power calculation algorithm under nonlinear loads and Hopf oscillator-based synchronization controller for grid-forming inverters in a microgrid. *Tesi doctoral*, UPC, Departament d'Enginyeria Elèctrica, 2023. doi: 10.5821/dissertation-2117-396557.

Information about the authors

Viktor S. Lavrinovsky – Senior lecturer of Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: vslavrinovskii@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-6474-6624>

Nikita A. Dobroskok – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: nadobroskok@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-0569-3304>

Ruslan M. Migranov – Assistant of the Departments of Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: rmmigranov@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-4543-7535>

Anastasiia D. Stotskaya – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Dean of the Faculty of Electrical Engineering and Automatic, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: adstotckaia@etu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2934-490X>

Polina D. Shuvalova – third-year student gr. 3408 Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: shuwalowa.p@yandex.ru

Author contribution statement:

Lavrinovsky V. S. – development of self-synchronization and anti-synchronization algorithms for nonlinear oscillators.

Dobroskok N. A. – scientific supervision, literature review, analysis of kinematic models.

Migranov R. M. – conducting simulation experiments.

Shuvalova P. D. – preparation of graphical and textual materials, analytical solution of differential equations of motion.

Stotskaya A. D. – problem formulation, analysis of results and conditions for the emergence of chimera states.

Статья поступила в редакцию 23.12.2025; принята к публикации после рецензирования 03.02.2026; опубликована онлайн 30.03.2026.

Submitted 23.12.2025; accepted 03.02.2026; published online 30.03.2026.