УДК 621.3 Научная статья

https://doi.org/10.32603/2071-8985-2024-17-3-67-74

Математические модели обменных процессов для идентификации и управления электромеханическими объектами

А. Ю. Омельченко

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ alex1957.12@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются вопросы построения математических моделей для систем, в которые, кроме объекта, включены силовой преобразователь, измерительная система и бортовой компьютер. Последние три элемента объединены понятием «прибор». Показано, что вновь полученная система «прибор–объект» при определенных условиях должна рассматриваться и описываться как единое целое при решении задач идентификации и управления. Эвристически строятся и обосновываются математические модели системы «прибор–объект», в частности система уравнений обмена, функция обмена и функция Грина в координатно-временном и импульсно-энергетическом представлениях. Предлагаются расчеты примеров реализации этих моделей.

Ключевые слова: измерительно-управляющий прибор, обменная механика, квант действия, функция Грина, система «прибор–объект», функция обмена, уравнение обмена, импульсно-энергетическое представление, координатно-временное представление, комплексное действие

Для цитирования: Омельченко А. Ю. Математические модели обменных процессов для идентификации и управления электромеханическими объектами // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 3. С. 67–74. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-3-67-74.

Original article

The Mathematical Models of Exchange Processes for Identification and Control of Electromechanical Objects

A. Yu. Omelchenko

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

✉ alex1957.12@mail.ru

Abstract. The issues of constructing mathematical models for systems that, in addition to the object, include a power converter, a measuring system and an on-board computer are considered. The last three elements are united by a single concept – «device». It is shown that the newly obtained «device–object» system, under certain conditions, should be considered and described as a single whole when solving problems of identification and control. Using a heuristic method, mathematical models of the «device–object» system are constructed and justified, in particular, the system of exchange equations, the exchange function and the Green's function in the coordinate-time and pulse-energy representation.

Keywords: measuring and control device, exchange mechanics, quantum of action, Green's function, «device-object» system, exchange function, exchange equation, impulse-energy representation, coordinate-time representation, complex action

For citation: Omelchenko A. Yu. The Mathematical Models of Exchange Processes for Identification and Control of Electromechanical Objects // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 3. P. 67–74. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-3-67-74.

Введение. Аппарат классической электромеханики с некоторыми математическими приложениями остается сегодня по-прежнему самым надежным и результативным средством для решения задач идентификации объектов и управления ими. Частотные методы, разработанные на основе подхода Хевисайда [1], успешно применяются при решении указанных задач. Это позволяет считать, что дифференциальное уравнение и сейчас служит основным средством моделирования в науке [2].

С другой стороны, развитие новых областей знаний, в частности «компьютерных наук», приводит к внедрению «интеллектуальных компонентов» в механизмы и системы, ранее находившиеся на сравнительно низком уровне автоматизации.

В связи с этим назрела необходимость по-новому взглянуть на известные, ставшие уже классическими, области знаний с целью унифицировать и оптимизировать обработку данных из мира физических и технических явлений для компьютера, оснащенного искусственным интеллектом (ИИ).

В данной статье рассматриваются физико-математические аспекты формирования моделей для идентификации и управления электромеханическими объектами широкого класса.

Достоинством этих моделей служит простая и однородная база данных об объекте, создаваемая при его идентификации для последующего использования, например в управлении объектом. Недостатком иногда становится значительный размер базы данных, влекущий за собой внушительный объем вычислений при управлении.

Ясно, что подобные модели объекта нужно строить на совершенно иной базе, отсутствующей в классической механике и не используемой в современной теории управления. Более того, сама модель объекта требует существенного понятийного пересмотра.

Эта новая идейная база для построения указанных моделей позволила получить и ряд побочных, но важных результатов, заключающихся как в решении новых задач идентификации и управления, так и в улучшении решений уже известных задач.

В основе этих моделей лежит идея о существовании импульсно-энергетического обмена как в процессах идентификации, так и в процессах управления объектами. Таким образом, наряду с консервативной частью в рассматриваемой системе присутствует и неконсервативная часть, требующая равноправного рассмотрения вместе с консервативным элементом.

Хотя модели неконсервативности давно введены в классическую механику (например, функция Рэлея или неголономная связь), их базовые явления заимствованы из других областей физики посредством необходимого упрощения, все-таки основная ее модель – консервативная.

В представленном здесь подходе неконсерватизм входит в основную модель, так как определяет импульсно-энергетический обмен. В основной модели присутствует измерительно-управляющий прибор (ИУП), который понуждает объект к измеряемому движению и, возможно, вызывает неконсервативные явления в окружающей объект среде.

Однако идея рассматривать движение объекта с учетом свойств прибора не нова. Впервые последовательная теория прибора, измеряющего движение объектов микроскопического масштаба, появилась около ста лет назад в квантовой механике [3]. Посылки этой теории следующие. Классический (соизмеримый с наблюдателем) прибор взаимодействует с квантовым объектом, изменяя состояние последнего. Вследствие этого переменная квантового объекта или их набор могут быть измерены. Свойства квантового объекта проявляются через показания такого прибора. Вне показаний прибора наблюдатель ничего не может знать о квантовом объекте.

Прибор в квантовой физике включает в себя анализатор (на основе дифракционной решетки, поляризатора, системы магнитов и т. д.) и детектор (фотоумножитель, счетчик, фотопластинка и т. п.). Система, отвечающая за подготовку измеряемого квантового ансамбля (формирователь) и расположенная на удалении от прибора, обычно в него не включается [4].

Следует отметить, что после открытий в квантовой физике в технических областях стали известны явления, которые укладываются в так называемый «квазиклассический случай» квантовой механики [3]. Это, прежде всего, результаты теоремы Котельникова–Шеннона, ограничения в передаче информации по реальному (ограниченному) каналу связи и т. д.

Рассмотрим, например, часто встречающееся в технике измерение скорости датчиком координаты. В случае простого численного дифференцирования положения погрешность при определении самого положения будет минимальной, но погрешность при определении скорости будет весьма велика, и тем более, чем меньше скорость. Если попытаться улучшить точность измерения скорости, то на это придется потратить несколько периодов и точность одновременного измерения положения координаты упадет.

Таким образом, рассматривать «прибор» как неотъемлемую часть объекта в технике, если последний подлежит идентификации с последующим управлением, обосновано квантовой физикой и последующим опытом.

Несколько десятилетий назад неоднократно делались попытки обосновать применение методов неклассической механики в управлении [5]–[9]. Однако все они делались в рамках соответствующей предметной области.

Методы приближения теории управления к ее физическим основам рассмотрены в [10]. Здесь указано на целесообразность использования при постановке задач и представления моделей естественных физических ограничений и размерностей для переменных и критериев.

В предлагаемом подходе (назовем его «обменная механика») модель прибора существенно отличается от его модели в квантовой механике как вследствие того, что здесь прибор – измерительно-управляющий, а не только измерительный, так и вследствие «квазиклассического случая», в рамках которого эта методология развита.

Измерительно-управляющий прибор (ИУП) в обменной механике (ОМ) состоит из трех элементов для задачи как идентификации (обратная задача ОМ), так и управления (прямая задача ОМ).

В случае решения обратной задачи ОМ прибор состоит из двух анализаторов и детектора. Детектор служит для распознавания функции обмена, а два анализатора – для расчета функции Грина двух аргументов – энергии и импульса. Перечисленные понятия будут раскрыты далее.

В случае решения прямой задачи ОМ прибор состоит из «инверсных» по отношению к задаче идентификации элементов: двух синтезаторов и модулятора. Синтезаторы переводят функцию Грина регулятора из импульсно-энергетического представления в координатно-временное. Модулятор рассчитывает управляющий сигнал, реализуя импульсно-энергетический обмен с объектом, выполняя модуляцию рассогласования.

Физико-математическое обоснование и методика решения прямой задачи ОМ в данной статье не представлены.

Квант действия, фигурирующий в расчетах следующих разделов, представляет собой совокупность ограничений в ИУП: пространственно-временной точности, точности управления, диапазона управления и измерения, «полосы» частот и отношения «сигнал–шум».

Будучи константой для данной системы «прибор-объект», квант действия определяется на этапе решения обратной задачи. В процессе ее решения квант действия сохраняется вследствие явления адиабатической инвариантности действия [11], что обеспечивается квазистатическим характером изменения параметров системы.

Шкалы ИУП предполагаются линейными. В технической реализации ИУП – это измерительная система, силовой преобразователь и бортовой компьютер.

Таким образом, два феноменологически одинаковых объекта, у которых ИУП имеют разные характеристики, будут восприниматься наблюдателем как разные объекты.

При стремлении кванта действия к нулю наблюдается редукция системы «прибор–объект» (СПО) к системе с идеальным прибором: нулевой пространственно-временной и управляющей дискретностью, бесконечными диапазонами и отношением «сигнал–шум». При этом система разделяется на прибор и объект, для которых при аналитическом решении прямой задачи ОМ (управления) расчет ведется отдельно [12].

Далее представлены физико-математические основания моделей ОМ в эвристической форме. Вопросы инженерно-технического применения метода и решения прямой задачи ОМ будут рассмотрены в следующих публикациях.

Постановка задачи. Для построения фундаментальных моделей ОМ следует объединить двумерное преобразование Лапласа и аппарат гамильтоновой механики и при этом учесть ограничения ИУП.

Импульсно-энергетический обмен прибора, объекта и окружающей среды происходит в квазиустановившемся режиме, в рамках гармонических колебаний. При этом с учетом адиабатической инвариантности действия справедлив закон сохранения энергии, из которого можно получить уравнение обмена.

Из этого уравнения можно найти функцию обмена, представляющую собой характеристику протекания обменных процессов в СПО (консервативных и неконсервативных).

Усреднение функции обмена по времени и последующее гармоническое усреднение по пространству позволит получить функцию Грина СПО, аргументами которой служат импульс и энергия.

Задача, включающая в себя указанные этапы, названа здесь обратной задачей ОМ.

Таким образом, данная статья нацелена на представление и обоснование приведенных этапов расчета функции Грина СПО, на которую можно смотреть как на обобщение передаточной функции в теории систем.

Эвристический подход к построению математических моделей обменной механики. Рассмотрим общий одномерный случай решения обратной задачи обменной механики – идентификации. При этом объект, находящийся в среде, совершает установившиеся малые гармонические колебания. Мерой малости колебаний служит постоянная I, о которой будет сказано далее. Энергия и импульс колебаний объекта в случае его неконсервативности возобновляются (или подавляются) ИУП или средой. Таким образом, в СПО имеется встроенная поддержка колебаний, которая в данной модели не описывается.

Благодаря ИУП СПО приписывается измерительно-управляющий диапазон, который позволяет размещать колебания в разных точках переменной (координаты) объекта. Тем самым в модели создается эффект пространственного распределения колебаний, хотя СПО может быть системой с сосредоточенными параметрами.

Для построения такой модели ядро одномерного преобразования Лапласа (ПЛ) e^{-pt} (p – здесь комплексная переменная с положительной абсциссой сходимости) [13] заменяется двумерным ядром φ (в смысле двух переменных, x и t), следующего вида:

$$\varphi = A e^{S_z/I}, \qquad (1)$$

где A – масштабный коэффициент; S_z – действие для материальной точки массы m, находящейся в свободном пространстве или в диссипативной (контрдиссипативной, термин взят из [14]) среде.

Преобразование Лапласа (в частном случае, преобразование Фурье), если на него смотреть как на специальное линейное преобразование векторов – функций в функциональном пространстве [15], будучи мощным средством для постановки и решения ряда задач физики и техники, в частности тех, которые рассматриваются здесь. Использование ПЛ как инструмента для облегчения решения линейных дифференциальных уравнений (метод Хевисайда) представляет лишь часть его достоинств.

При наличии среды импульс и энергия для действия S_z – это комплексные функции (индекс «z» указывает на комплексную плоскость). И далее: $S_z = S_{z_1} + jS_{z_2}$; $S_{z_1} = p_{z_1}x - E_{z_1}t$; $S_{z_2} = p_{z_2}x - E_{z_2}t$. Здесь p_{z_1} и E_{z_1} – активные импульс и энергия, поступающие или отходящие в виде потока в СПО; p_{z_2} и E_{z_2} – реактивные импульс и энергия, отражающие состояние СПО как консервативной системы в колебательном процессе; $j = \sqrt{-1}$.

Активные импульсно-энергетические потоки вычисляются как действующие в течение периода T значения силы F (напряжения) и мощности N:

$$p_{z_1}(T) = \int_0^T F(\tau)\,d\tau;\; E_{z_1}(T) = \int_0^T N(\tau)\,d\tau, \qquad (2)$$

где τ – подынтегральный временной аргумент.

Квант действия I в (1) определен свойствами прибора в СПО: пространственно-временной дискретностью по измерению и управлению, диапазоном регулирования, полосой пропускания, а также выбором коэффициента отношения «сигнал–шум».

Смысл вводимой терминологии следующий. Диссипативная или контрдиссипативная СПО удерживается в статическом колебательном состоянии благодаря импульсно-энергетическим потокам, протекающим через нее в окружающую среду. Тем самым соблюдается закон сохранения энергии и импульса.

Оформление закона сохранения энергии и импульса позволяет получить уравнение обмена – основное уравнение обменной механики. Делается это следующим образом. Если действие S_z в (1) имеет только консервативную часть $S_z = jS_{z_2}$, то справедливы следующие соотношения: $\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{j}{I}\frac{\partial S_z}{\partial t}\varphi$; $\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{j}{I}\frac{\partial S_z}{\partial x}\varphi$. В консервативной системе $\frac{\partial S_z}{\partial t} = -E_{z_2}$; $\frac{\partial S_z}{\partial x} = p_{z_2}$, поэтому получим

$$jI\frac{\partial\varphi}{\partial t} = E_{z_2}\varphi;\; -jI\frac{\partial\varphi}{\partial x} = p_{z_2}\varphi. \qquad (3)$$

Из последних выражений видно, что при волновых колебательных процессах консервативной системы в виде свободной материальной точки ее энергия представляется оператором $jI\frac{\partial\varphi}{\partial t}$, а импульс – оператором $-jI\frac{\partial\varphi}{\partial x}$. Это возможно только из-за наличия ИУП с неидеальными свойствами, при которых $I \neq 0$.

Появление активной составляющей у СПО в виде импульсно-энергетических потоков ведет к добавлению к дифференциальным операторам «пропорциональных» частей p_{z_1} и E_{z_1}. Операторы будут иметь вид

$$\widehat{E}_z = E_{z_1} + jI\frac{\partial}{\partial t};\ \widehat{p}_z = p_{z_1} - jI\frac{\partial}{\partial x}. \qquad (4)$$

Тогда вместо (3) можно записать

$$\widehat{E}_z\varphi = E_z\varphi;\ \widehat{p}_z\varphi = p_z\varphi. \qquad (5)$$

Уравнения (5) – это задачи на поиск собственных значений и собственных функций операторов энергии и импульса, для объединения их в одно уравнение следует вместо энергии E_z записать функцию Гамильтона H_z. Эта функция отражает зависимость энергии консервативной системы от ее импульсов и координат как независимых переменных и времени: $H_z = H_z(x, p, t)$. Система (5) неконсервативная, так как операторы (4) содержат активные элементы. Однако, с учетом усреднения за период (2), возможно расширенное толкование консерватизма СПО, распространив это понятие на установившийся импульсно-энергетический поток.

Заменяя таким образом в первом уравнении (5) $\widehat{E}_z$ на $\widehat{H}_z = \widehat{H}_z\left(\widehat{p}_z, x\right)$, получим стационарное уравнение обмена для системы материальных точек (или системы ротаторов) со связями при их взаимодействии со средой:

$$\widehat{H}_z\left(\widehat{p}_z, x\right)\varphi = E_z\varphi. \qquad (6)$$

Функцию φ в (6), которую, наряду со спектром E_z, следует найти, можно назвать *функцией обмена*. Будучи функцией координаты, энергии и времени, она определяет количественные показатели обмена, а вследствие неидеальности прибора – и вероятностное распределение интенсивности обмена по координате и энергии. Поэтому для среднего значения $\overline{f}$ какой-либо переменной f, участвующей в обмене, справедливо выражение: $\overline{f} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi\widehat{f}\varphi^* dx$, где φ^* – комплексное сопряжение для функции обмена φ; $\widehat{f}$ – оператор переменной f.

Активная часть p_{z_1} оператора импульса $\widehat{p}_z$ – это управляющая переменная со стороны ИУП, в то время как активная часть энергетического спектра E_{z_1} в (6) – диссипативное или контрдиссипативное воздействие на СПО со стороны внешней среды.

При обозначении входа со стороны ИУП $u = p_{z_1}$ в более подробном виде вместо (6) получим

$$\widehat{H}_z\left(u - jI\frac{\partial}{\partial x}, x\right)\varphi = \left(E_{z_1} + jE_{z_2}\right)\varphi. \qquad (7)$$

Решение (7) можно найти следующим образом. Разделяя действительную и мнимую части справа и слева в (7), а затем приравнивая их друг другу, получим систему из двух уравнений относительно функций u и φ:

$$\begin{cases}(\mathrm{Re}\,\widehat{H}_z)\varphi = E_{z_1}\varphi,\\ (Lm\widehat{H}_z)\varphi = E_{z_2}\varphi.\end{cases} \qquad (8)$$

Выражая в одном из уравнений (8) u через элементы оператора импульса: $u = u\left(jI\frac{\partial}{\partial x}\right)$, а затем подставляя это выражение во второе, получим уравнение только относительно функции обмена φ.

Конечной целью решения обратной задачи обменной механики служит расчет функции Грина СПО, т. е. реакции СПО на двумерную функцию Дирака $\delta(x, t)$ со стороны ИУП. Общее решение (7) при малом кванте действия I можно представить в следующей форме:

$$\varphi = A(x, t)\mathrm{e}^{S_z/I}, \qquad (9)$$

где амплитуда $A(x, t)$, медленно меняясь по сравнению со скоростью изменения фазы, в отличие от (1), служит функцией координаты и времени. Гармонически усредняя (9) по времени, получим для некоторого значения координаты x_0:

$$W(x_0, E_z)\mathrm{e}^{\Delta p x_0/I} = \int\limits_0^{\infty}\varphi\, dt, \qquad (10)$$

где Δp – одна из главных осей эллипса кванта действия I, так что если $I \to 0$, то $W(x_0, E_z)\mathrm{e}^{\Delta p x_0/I} \to W(x_0, s)$, где $s = \sigma + j\omega$, σ – действительная часть комплексной частоты s. Интеграл (10) сходится благодаря «абсциссе абсолютной сходимости» E_{z_1}. Выражение $W(x_0, s)$ известно в инженерной теории управления как «передаточная функция» в бесконечно малой окрестности точки x_0.

Для расчета функции Грина СПО $G(p_z, E_z)$ следует (10) разложить по импульсу p_z на всем диапазоне x:

$$G(p_z, E_z) = \int_{-X_m}^{X_m} W(x, E_z) e^{p_z x/I} dx, \qquad (11)$$

где $\pm X_m$ – границы указанного диапазона для СПО.

На (11) заканчивается решение обратной задачи обменной механики. Присутствующие в этом выражении волновые процессы при идентификации не наблюдаются, так как оно получается расчетным путем. Однако при решении *прямой* задачи (управление СПО) волновые свойства функции Грина играют важную роль, так как они определяют энергию и импульс движения СПО в переходных процессах. Именно в движении наблюдается «волновой пакет», длина волн в котором λ определяется по выражению: $\lambda = \dfrac{2\pi I}{p}$. Чем меньше длины волн в пакете, тем, при условии быстрого затухания, короче пакет. Отсюда, в частности, следует, что пользоваться выражениями $W(x, s)$ при расчете управления нецелесообразно, так как в этом случае длина волн велика: $\lambda = \dfrac{2\pi I}{\Delta p}$. Фазовая скорость волн в пакете v определяется по формуле: $v = \dfrac{\omega}{k}$, где k – волновое число, $k \neq 0$; $k = \dfrac{p}{I}$; ω – круговая частота, $\omega = \dfrac{E}{I}$.

Пример расчета функции Грина для СПО. Аналитический расчет функции Грина $G(p_z, E_z)$ возможен только для ограниченного числа простых систем.

Рассмотрим расчет функции Грина для движущейся в диссипативной среде материальной точки массы m. В этом случае $\widehat{H}_z = \dfrac{1}{2m}\hat{p}_z^{\,2}$ и (7) будет иметь вид: $\dfrac{1}{2m}\left(u^2 - 2jIu\dfrac{\partial}{\partial x} + I^2\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\varphi = (E_{z_1} + jE_{z_2})\varphi$. Разделяя действительные и мнимые части, получим, по (8):

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2m}\left(u^2 + I^2\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\varphi = E_{z_1}\varphi, \\ -u\dfrac{1}{m}\dfrac{\partial}{\partial x}\varphi = E_{z_2}\varphi. \end{cases} \qquad (12)$$

Пусть, например, диссипация весьма мала. Тогда из первого уравнения (12) имеем: $E_{z_1} \approx 0$ и $u = \pm I\dfrac{\partial}{\partial x}$. Подставляя это во второе уравнение, получим:

$$\mp\frac{I^2}{m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi = E_{z_2}\varphi. \qquad (13)$$

Уравнение (13) имеет решение: $\varphi = A\mathrm{e}^{\mp jS_{z_2}/I}$, где A = const. Так как решение обратной задачи существует, согласно (10), в окрестности точки x_0, при заметании площади I в фазовой плоскости, то $S_{z_2} = \Delta p x_0 - E_{z_2}t$, поэтому

$$W(x_0, E_{z_2}) = \int_0^{\infty} A\mathrm{e}^{\Delta p x_0/I}\,\mathrm{e}^{-jE_{z_2}t/I}\,dt =$$

$$= -A\mathrm{e}^{\Delta p x_0/I}\frac{I\,\mathrm{e}^{-jE_{z_2}t}}{jE_{z_2}}\Bigg|_0^{\infty} \approx -A\mathrm{e}^{\Delta p x_0/I}\frac{1}{j\omega_{z_2}}, \qquad (14)$$

где $\omega_{z_2} = \dfrac{E_{z_2}}{I}$.

При нулевой диссипации выражение $e^{-jE_{z_2}t}$ при $t \to \infty$ не стремится ни к какому пределу, но при наличии хотя бы малой диссипации E_{z_1} выражение $e^{(E_{z_1} - jE_{z_2})t}$ стремится к нулю. В (14) предполагается, что эта малая диссипация присутствует.

Если ИУП имеет конечный диапазон, то (14) следует подвергнуть интегрированию (11). Для этого надо положить: $e^{\Delta p x_0/I} \to e^{px/I}$, так как появляется отраженная от границ диапазона волна. Если этот диапазон бесконечен, то следует считать, что функция Грина есть $A\dfrac{1}{j\omega}$. В инженерной практике эта функция называется интегрирующим звеном.

При наличии диссипации имеем из (12): $\dfrac{1}{2m}\left(u^2 + I^2\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - E_{z_1}\right)\varphi = 0$ и поэтому

$u^2 + I^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - E_{z_1} = 0.$ Тогда $u = \sqrt{E_{z_1} - I^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}}$, подставляя это выражение во второе уравнение (12), получим:

$$\left(\frac{1}{m} \sqrt{E_{z_1} - I^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi = E_{z_2} \varphi. \qquad (15)$$

Уравнение (15) линейное, но оператор в левой части – нелинейный, и его можно линеаризовать, разложив нелинейную часть $\sqrt{E_{z_1} - I^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}}$ в ряд по степеням $jI \dfrac{\partial}{\partial x}$. Использование линейной части разложения даст уравнение типа (14), что возможно при малых значениях импульса.

Для полного решения (15) следует использовать численные методы.

Обсуждение результатов. Приведено обоснование и рассмотрено в эвристическом ключе построение основных моделей обменной механики в части решения ее обратной задачи (идентификации).

Инженерные методы решения обратной задачи требуют дополнительной математической разработки с опорой на (8)–(11) и должны быть доведены до уровня алгоритмов.

Весьма интересно было бы рассмотреть в дальнейшем обобщение прямой и обратной задач обменной механики на многомерный случай, а также интерполяцию данного подхода к методам решения задач управления и идентификации с использованием обыкновенных дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Ван дер Поль Б., Бремер Х. Операционное исчисление на основе двустороннего преобразования Лапласа. М.: Изд-во иностр. лит., 1952. 507 с.

2. Неймарк Ю. И. Динамическая система как основная модель современной науки // Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 196–201.

3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1984. 752 с.

4. Блохинцев Д. И. Принципиальные вопросы квантовой механики. М.: Наука, 1966. 160 с.

5. Красовский А. А. О предельной точности микроуправления // Автоматика и телемеханика. 1973. № 12. С. 27–39.

6. Красовский А. А. Предельная точность микронаблюдения и микроуправления // Техническая кибернетика. 1974. № 3. С. 177–187.

7. Бутковский А. Г., Самойленко Ю. И. Управление квантовомеханическими процессами. М.: Наука, 1984. 256 с.

8. Петров Б. Н., Ульянов Г. М., Гольденблат И. И. Проблемы управления релятивистскими и квантовыми динамическими системами. М.: Наука, 1982. 523 с.

9. Овсянников Д. А. Математические методы управления пучками. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 228 с.

10. Красовский А. А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика. 1990. № 11. С. 3–28.

11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1988. 216 с.

12. Омельченко А. Ю. Квантовый подход к управлению двухмассовым объектом // Тр. науч.-техн. семинара «80 лет отечественной школы электропривода». СПб.: СПГЭТУ «ЛЭТИ», 2002. С. 65–73.

13. Араманович И. Г., Лунц Г. Л., Эльсгольц Л. Э. Функции комплексного переменного, операционное исчисление, теория устойчивости. М.: Наука, Физматлит, 1968. 416 с.

14. Алабян А. М., Панченко Е. Д., Алексеева А. А. Особенности динамики вод в приливных устьях малых рек бассейна Белого моря // Вестн. Московского ун-та. Сер. 5. География. 2018. № 4. С. 39–48.

15. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука. Физматлит, 1981. 544 с.

Информация об авторе

Омельченко Алексей Юрьевич – канд. техн. наук, доцент кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».
E-mail: alex1957.12@mail.ru

References

1. Van der Pol' B., Bremer H. Operacionnoe ischislenie na osnove dvustoronnego preobrazovanija Laplasa. M.: Izd-vo inostr. lit., 1952. 507 s. (In Russ.).

2. Nejmark Ju. I. Dinamicheskaja sistema kak osnovnaja model' sovremennoj nauki // Avtomatika i telemehanika. 1999. № 3. S. 196–201. (In Russ.).

3. Landau L. D., Lifshic E. M. Kvantovaja mehanika. M.: Nauka, 1984. 752 s. (In Russ.).

4. Blohincev D. I. Principial'nye voprosy kvantovoj mehaniki. M.: Nauka, 1966. 160 s. (In Russ.).

5. Krasovskij A. A. O predel'noj tochnosti mikroupravlenija // Avtomatika i telemehanika. 1973. № 12. S. 27–39. (In Russ.).

6. Krasovskij A. A. Predel'naja tochnost' mikronabljudenija i mikroupravlenija // Tehnicheskaja kibernetika. 1974. № 3. S. 177–187. (In Russ.).

7. Butkovskij A. G., Samojlenko Ju. I. Upravlenie kvantovomehanicheskimi processami. M.: Nauka, 1984. 256 s. (In Russ.).

8. Petrov B. N., Ul'janov G. M., Gol'denblat I. I. Problemy upravlenija reljativistskimi i kvantovymi dinamicheskimi sistemami. M.: Nauka, 1982. 523 s. (In Russ.).

9. Ovsjannikov D. A. Matematicheskie metody upravlenija puchkami. L.: Izd-vo LGU, 1980. 228 s. (In Russ.).

10. Krasovskij A. A. Problemy fizicheskoj teorii upravlenija // Avtomatika i telemehanika. 1990. № 11. S. 3–28. (In Russ.).

11. Landau L. D., Lifshic E. M. Mehanika. M.: Nauka, 1988. 216 s. (In Russ.).

12. Omel'chenko A. Ju. Kvantovyj podhod k upravleniju dvuhmassovym ob#ektom // Tr. nauch.-tehn. seminara «80 let otechestvennoj shkoly jelektroprivoda». SPb.: SPGJeTU «LJeTI», 2002. S. 65–73. (In Russ.).

13. Aramanovich I. G., Lunc G. L., Jel'sgol'c L. Je. Funkcii kompleksnogo peremennogo, operacionnoe ischislenie, teorija ustojchivosti. M.: Nauka, Fizmatlit, 1968. 416 s. (In Russ.).

14. Alabjan A. M., Panchenko E. D., Alekseeva A. A. Osobennosti dinamiki vod v prilivnyh ust'jah malyh rek bassejna Belogo morja // Vestn. Moskovskogo un-ta. Ser. 5. Geografija. 2018. № 4. S. 39–48. (In Russ.).

15. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Jelementy teorii funkcij i funkcional'nogo analiza. M.: Nauka. Fizmatlit, 1981. 544 s. (In Russ.).

Information about the author

Aleksey Yu. Omelchenko – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Robotics and Automation of Production Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.
E-mail: alex1957.12@mail.ru

Статья поступила в редакцию 03.10.2023; принята к публикации после рецензирования 10.01.2024; опубликована онлайн 25.03.2024.

Submitted 03.10.2023; accepted 10.01.2024; published online 25.03.2024.