

УДК 534.232

И. С. Пестерев  
ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ „Электроприбор“»

Б. Г. Степанов  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Обобщенная модель преобразователя волноводного типа. Задача синтеза

*Рассматривается решение задачи об излучении и возбуждении преобразователя волноводного типа (ПВТ) с использованием метода частичных областей. ПВТ образован соосным набором водозаполненных пьезоцилиндров с амплитудно-фазовым возбуждением, которое обеспечивает режим широкополосного излучения по типу бегущей волны через водозаполненные апертуры преобразователя в границах с ними конусные полупространства, изменяемые по углу раскрытия. Приводятся и анализируются результаты расчетов частотных характеристик звукового давления при излучении ПВТ, возбуждаемого в соответствии с решением задачи синтеза, во фронтальном и тыльном направлениях. Учитывается влияние толщины пассивных фланцев, которые используются для компоновки ПВТ в антеннах. Дается сопоставительная оценка с результатами экспериментальных исследований. Рассматривается влияние отраженных от апертур ПВТ звуковых волн на сопротивление излучения пьезоцилиндров и на возбуждающие их электрические напряжения в зависимости от угла раскрытия конусных полупространств.*

### Широкополосность, преобразователь волноводного типа, решение задачи синтеза, частотные характеристики, сопротивление излучения

Одним из условий повышения эффективности работы различных гидроакустических систем является использование ими широкополосных преобразователей. Многие пути построения таких преобразователей традиционны: применение акустических согласующих структур, электрических корректирующих цепей, связанных мод колебаний, разночастотных преобразователей и др. [1]–[8]. Еще один путь построения широкополосных преобразователей – использование волноводного излучения [9]–[13]. С позиций достижения эффективного широкополосного излучения здесь можно выделить преобразователи волноводного типа (ПВТ), обеспечивающие полосу пропускания до 3...3.5 октавы [12], [13]. Благодаря своему построению и способу возбуждения образующих ПВТ элементов (пьезоцилиндров) эти преобразователи обладают не только сравнительно равномерной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), но и линейной фазочастотной характеристикой (ФЧХ) излучения. В [12]–[14] рассматривались принципы построения сверхширокополосных преобразователей волноводного типа (ПВТ), а также их расчетные и эксперименталь-

ные частотные и импульсные характеристики. В качестве расчетных моделей ПВТ ранее использовались два частных варианта решения задачи об излучении: в соосно расположенные с ПВТ водозаполненные волноводы [12] и в полупространства [14]. В данной статье рассматривается обобщенная расчетная модель ПВТ, излучающего в перестраиваемые по углу раскрытия конусные полупространства, которая позволяет объединить оба частных варианта решения и учесть влияние отраженных от излучающих апертур ПВТ волн на его полевые характеристики.

**Постановка задачи с использованием метода частичных областей.** Структура построения ПВТ, который реализован соосным набором  $N$  идентичных пьезоцилиндров радиусом  $a$  и высотой  $l$ , разделенных по торцам тонкими гибкими прокладками, приведена на рис. 1 (здесь показана только внутренняя, заполненная жидкостью область ПВТ); расстояние между центрами двух соседних пьезоцилиндров равно  $d$  [12], [14]. В отличие от модели ПВТ, рассмотренной в [15], в данной статье учитывается расположение между крайними пьезоцилиндрами (с номерами 1 и  $N$ ) и внешней жид-

кой средой (например, водой) пассивных жестких цилиндрических вставок радиусом  $a$  и высотой  $z_{\text{фл}}$ , которые имитируют металлические фланцы корпусов реальных макетов антенн, составленных из ПВТ [13]. Другие геометрические параметры, используемые при решении задачи, указаны непосредственно на рис. 1. Внутренняя полость ПВТ заполнена жидкостью с акустическими параметрами, соответствующими параметрам внешней среды, и контактирует при этом с ней через фронтальную и тыльную излучающие апертуры фланцев. Внешняя поверхность ПВТ считается свободной. Пьезоцилиндры с номерами  $i = 1, 2, \dots, N$  (обозначены в рамке на рис. 1) возбуждаются в общем случае частотно зависимыми электрическими напряжениями  $U_i(\omega) = U_{\text{им}}(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)}$ , где  $U_{\text{им}}(\omega)$  и  $\varphi_i(\omega)$  – амплитуда и фаза;  $\omega$  – круговая частота.

В соответствии с геометрией обобщенной расчетной модели (рис. 1) ПВТ излучает звуковые волны через внешние апертуры фланцев в соосные фронтальную (индекс  $F$ ) и тыльную (индекс  $T$ ) полубесконечные конусные области с регулируемыми углами раскрыва  $2\theta_F$  и  $2\theta_T$ . Если  $\theta_{F,T} = \pi/2$ , вершины конусов (точки  $O_F$  и  $O_T$ ) перемещаются к плоскостям апертур ПВТ и излучение происходит с их поверхности в полупространства [14]. Когда  $\theta_{F,T} = 0$ , поверхности  $S_F$  и  $S_T$  совпадают с плоскостями апертур ПВТ и излучение происходит в соосные цилиндрические волноводы [12]. Граничным условием на конических поверхностях (как [12] и [14]) служит равенство нулю нормальной к ним компоненты колебательной скорости.

Подобно алгоритму решения задачи, изложенному в [15], воспользуемся методом частичных областей [16], [17], согласно которому вся область существования звукового поля делится на частичные области I, II и III (рис. 1) отдельно для

фронтального (индекс  $F$ ) и тыльного (индекс  $T$ ) направлений излучения. При этом границей областей I и II служат плоскости излучающих апертур ПВТ, а областей II и III – поверхности  $S_F$  и  $S_T$ . В каждой из частичных областей звуковое поле определяется в виде суммы известных частных решений уравнения Гельмгольца с неопределенными коэффициентами. Затем эти области «сшиваются» с учетом выполнения условий сопряжения звуковых давлений и колебательных скоростей на их границах. Полевые характеристики ПВТ с учетом характера его электрического возбуждения определяются отдельно для каждого пьезоцилиндра с последующим суммированием по принципу суперпозиции.

Рассмотрим вначале звуковое поле, формируемое  $i$ -м пьезоцилиндром в областях I–III во фронтальном направлении ПВТ. При этом следует учесть, что на границе цилиндрической и конусообразной областей расчетной модели ПВТ используются две системы координат с общим центром в точке  $O_F$ : цилиндрическая ( $\rho, \varphi, z$ ) и сферическая ( $r, \theta, \varphi$ ). Ввиду осевой симметрии задачи зависимость от угла  $\varphi$  отсутствует. В цилиндрической системе координат звуковое поле  $i$ -го пьезоцилиндра в области I представим в виде суммы падающей волны [12] с коэффициентами  $A_n$  и подобной ей отраженной волны с неопределенными коэффициентами  $B_n$ :

$$p_i^I = K_i \left[ \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{jk_n z_{Fi}} J_0 \left( \beta_n \frac{\rho}{a} \right) e^{jk_n (z - z_F)} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{jk_n z_{Fi}} J_0 \left( \beta_n \frac{\rho}{a} \right) e^{-jk_n (z - z_F)} \right], \quad (1)$$

где  $K_i = -2v_i z_0 k_0 a$ ,  $v_i = v_{\text{им}}(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)}$  – радиальная компонента колебательной скорости пьезоци-

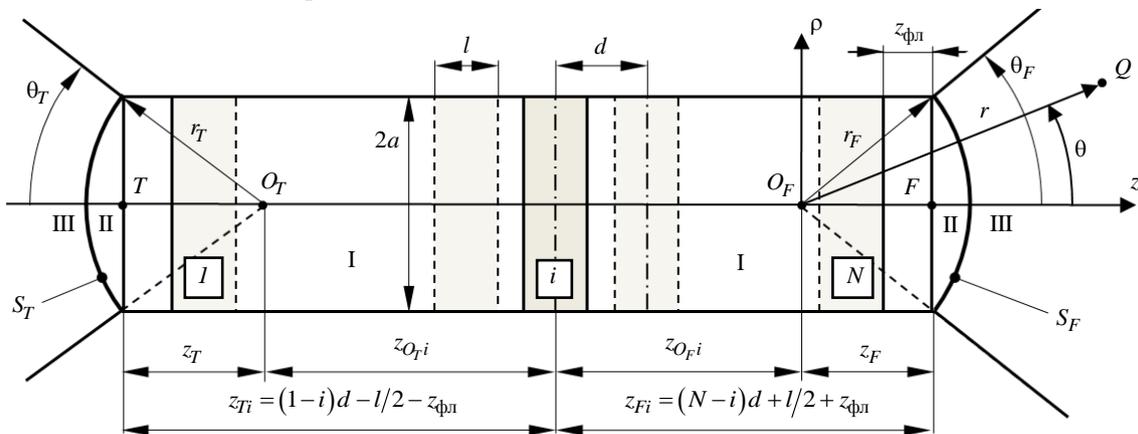


Рис. 1

линдра;  $v_{im}(\omega)$  и  $\psi_i(\omega)$  – амплитуда и фаза;  $z_0 = \rho_0 c_0$ ;  $k_0 = \omega/c_0$ ;  $\rho_0$  и  $c_0$  – плотность и скорость звука в жидкости, заполняющей ПВТ (например, вода);  $A_n = \frac{\sin(k_n l/2)}{J_0(\beta_n)(k_n a)^2}$ ;  $k_n = \sqrt{k_0^2 - (\beta_n/a)^2}$ ;  $\beta_n$  – корни уравнения  $J_1(\beta_n) = 0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Звуковое давление в области III определяется в сферических координатах [16]:

$$p_i^{III} = K_i \sum_{m=0}^{\infty} E_m P_m \left( \cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right) h_m^{(1)}(k_0 r), \quad (2)$$

где  $E_m$  – неопределенные коэффициенты;  $P_m \left( \cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right)$  – полиномы Лежандра;  $h_m^{(1)}(k_0 r)$  – сферические функции Ханкеля первого рода. Полиномы Лежандра для конусной области III ( $0 \leq \theta \leq \theta_F$ ) записаны с учетом их отображения на полную сферу ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), что позволяет сохранить свойство ортогональности [18].

Звуковое поле в частичной области II образовано суммой двух волн: прошедшей из области I и подобной волне в области III, для которой в качестве радиальной компоненты выбрана сферическая функция Бесселя  $j_m(k_0 r)$ , непрерывная на промежутке  $0 \leq r < \infty$ :

$$p_i^{II} = K_i \left[ \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{jk_n z_{Fi}} J_0 \left( \beta_n \frac{\rho}{a} \right) e^{jk_n(z-z_F)} + \sum_{m=0}^{\infty} D_m P_m \left( \cos \frac{\pi\theta}{\theta_F} \right) j_m(k_0 r) \right], \quad (3)$$

где  $C_n$  и  $D_m$  – неопределенные коэффициенты.

Решение для частичной области II может быть получено и с использованием сферической функции Ханкеля  $h_m^{(1)}(k_0 r)$ , но только для  $\theta_{F,T} < \pi/2$ , когда исключается ее особенность при  $r = 0$ . Для выполнения последующих преобразований выражение (3) на границе областей I, II ( $z = z_F$ ) удобно представить в принятой цилиндрической системе координат, заменяя сферические координаты  $\theta$  и  $r$  на  $\theta_{ц} = \arccos \left[ \sqrt{z_F^2 / (z_F^2 + \rho^2)} \right]$  и  $r_{ц} = \sqrt{z_F^2 + \rho^2}$ , а на границе областей II, III ( $r = r_F$ ) – в сферических координатах с заменой  $\rho, z$  на  $\rho_{сф} = r_F \sin \theta$  и  $z_{сф} = r_F \cos \theta$ .

В соответствии с алгоритмом решения по методу частичных областей [16] неизвестные коэффициенты в (1)–(3) определяются с использованием системы функциональных уравнений, объединяющей условия сопряжения звуковых давлений и колебательных скоростей на границах областей:

$$\left. \begin{aligned} p_i^I &= p_i^{II}; \quad \frac{\partial p_i^I}{\partial z} = \frac{\partial p_i^{II}}{\partial z} \end{aligned} \right\}, \quad z = z_F, \quad 0 \leq \rho \leq a; \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} p_i^{II} &= p_i^{III}; \quad \frac{\partial p_i^{II}}{\partial r} = \frac{\partial p_i^{III}}{\partial r} \end{aligned} \right\}, \quad r = r_F, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_F.$$

Подстановка выражений (1)–(3) в граничные условия (4) и последующая алгебраизация полученных уравнений с использованием интегральных соотношений для функций Бесселя и полиномов Лежандра [18] приводит к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} B_m - C_m - \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(1)} D_n &= -A_m; \\ B_m + C_m + \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(2)} D_n &= A_m; \\ \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(3)} C_n + j_m(k_0 r_F) D_m - h_m^{(1)}(k_0 r_F) E_m &= 0; \\ \sum_{n=0}^{\infty} I_{mn}^{(4)} C_n + j'_m(k_0 r_F) D_m - h_m^{(1)'}(k_0 r_F) E_m &= 0, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где

$$I_{mn}^{(1)} = \frac{2e^{-jk_m z_{Fi}}}{[J_0(\beta_m)]^2} \int_0^1 P_n(C_{ц}) j_n(k_0 r_{ц}) J_0(\beta_m x) x dx;$$

$$I_{mn}^{(2)} = \frac{-2je^{-jk_m z_{Fi}}}{(k_m a)[J_0(\beta_m)]^2} \int_0^1 P_n'(C_{ц}) S_{ц} \frac{\pi}{\theta_F} \frac{x}{(r_{ц}/a)^2} \times$$

$$\times j_n(k_0 r_{ц}) + P_n(C_{ц}) j_n'(k_0 r_{ц}) \frac{k_0 z_F}{r_{ц}/a} J_0(\beta_m x) x dx;$$

$$x = \rho/a; \quad C_{ц} = \cos(\pi\theta_{ц}/\theta_F); \quad S_{ц} = \sin(\pi\theta_{ц}/\theta_F);$$

$$I_{mn}^{(3)} = \frac{2m+1}{2} e^{jk_n z_{Fi}} \times$$

$$\times \int_0^{\theta_F} J_0 \left( \frac{\beta_n}{a} \rho_{сф} \right) e^{jk_n(z_{сф} - z_F)} P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

$$I_{mn}^{(4)} = \frac{2m+1}{2} e^{jk_n z_{Fi}} \int_0^{\theta_F} \left[ -J_1 \left( \frac{\beta_n}{a} \rho_{сф} \right) \left( \frac{\beta_n}{k_0 a} S_{сф} \right) + \right.$$

$$+ J_0 \left( \frac{\beta_n}{a} \rho_{\text{сф}} \right) \frac{jk_n}{k_0} C_{\text{сф}} \Big] \times$$

$$\times e^{jk_n(z_{\text{сф}} - z_F)} P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

$$\vartheta = \pi\theta/\theta_F; \quad C_{\text{сф}} = \cos(\theta_F \vartheta/\pi);$$

$$S_{\text{сф}} = \sin(\theta_F \vartheta/\pi).$$

Система уравнений для тыльного направления ПВТ, аналогичная (5), может быть получена с учетом переноса начала используемых сферической и цилиндрической систем координат из точки  $O_F$  в точку  $O_T$ . При этом она может быть записана в виде (5) с учетом замены для используемых величин индекса  $F$  на  $T$ , а также изменения знака на противоположный у фазовых показателей экспонент в выражениях для интегралов  $I_{mn}^{(1, 2, 3, 4)}$ , т. е.  $e^{jk_n z_T}$ ,  $e^{-jk_n z_T}$  и  $e^{jk_n z_T}$ . Решение полученных систем уравнений осуществляется методом редукции.

Полные звуковые давления в частичных областях I–III обобщенной расчетной модели ПВТ могут быть определены согласно принципу суперпозиции суммированием парциальных давлений, создаваемых всеми  $i$ -ми пьезоцилиндрами во фронтальном и тыльном направлениях ПВТ. В частности, для определения полевых характеристик ПВТ можно записать:  $p_{F,T}^{\text{III}} = \sum_{i=1}^N p_{iF,T}^{\text{III}}$ . При этом следует учесть, что в формулах для итоговых звуковых давлений  $p_{F,T}^{\text{III}}$  выполняется двойное суммирование как по числу пьезоцилиндров, так и по заданному порядку системы уравнений, определяемому условием сходимости ее решения. В выражения для всех парциальных давлений входит множитель  $K_i = -2v_i z_0 k_0 a$ , который зависит от задаваемых значений колебательной скорости  $v_i = v_{\text{im}}(\omega) e^{j\psi_i(\omega)}$ . В постановке задачи синтеза [12]: амплитуды  $v_{\text{im}}(\omega) = v_m = \text{const}$ , а фазы  $\psi_i(\omega) = k_0 d(i-1)$  обеспечивают формирование звукового поля во внутренней области ПВТ в виде бегущей волны.

**Результаты расчетов АЧХ излучения.** Проанализируем влияние изменения углов раскрыва конусных полупространств обобщенной модели ПВТ в интервале  $0 < \theta_{F,T} \leq 90^\circ$  на его расчетные

АЧХ излучения. При  $\theta_{F,T} = 0$  вершины правого и левого конусов  $O_F$  и  $O_T$  смещаются к бесконечности, поэтому в данной работе для случая излучения в волновод принято значение  $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$ . На рис. 2, а приведены нормированные АЧХ звуковых давлений  $|p_{F,T}^{\text{III}}|$  ПВТ при излучении во фронтальном (кривые 1–4) и тыльном (кривые 1'–4') направлениях на его оси в удаленной точке наблюдения ( $z/a = 10l/a$ ), для углов раскрыва конусных областей: 1(1') –  $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$ ; 2(2') –  $\theta_{F,T} = 30^\circ$ ; 3(3') –  $\theta_{F,T} = 60^\circ$ ; 4(4') –  $\theta_{F,T} = 90^\circ$ . Ввиду уменьшения звукового давления (более чем на порядок) при изменении углов раскрыва от  $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$  до  $\theta_{F,T} = 90^\circ$ , обусловленного увеличением области расхождения звуковой волны, графики для каждого значения угла раскрыва нормированы к звуковому давлению во фронтальном направлении при  $k_0 a \approx 2$ , т. е. на частоте радиального резонанса пьезоцилиндра. Аналогичным образом на рис. 2, б построены графики АЧХ звуковых давлений  $|p_{F,T}^{\text{III}}|$  ПВТ при использовании сферической функции Ханкеля для определения волны (3) в частичной области II (вместо сферической функции Бесселя) для углов раскрыва: 1(1') –  $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$ ; 2(2') –  $\theta_{F,T} = 20^\circ$ ; 3(3') –  $\theta_{F,T} = 40^\circ$ . Результаты расчета получены для значений параметров ПВТ  $N = 10$ ;  $l/a = 0.6$ ;  $d/a = 0.66$ ,  $z_{\text{фл}}/a = 0.95l/a$  в диапазоне частот формирования квазиплоской волны ( $k_0 a < \beta_1 \approx 3.83$ ) [15].

При увеличении углов раскрыва конических областей излучения происходит последовательное изменение АЧХ звуковых давлений от вида, соответствующего излучению в соосные волноводы [12], до вида АЧХ излучения в полупространства [14]. Сопоставление результатов расчетов, приведенных в данном исследовании и в [15], показывает, что учет в составе обобщенной расчетной модели пассивных фланцев, используемых для компоновки ПВТ в антеннах, приводит к сглаживанию АЧХ звуковых давлений, полученных при малых углах раскрыва конических областей  $\theta_{F,T}$  с использованием в частичной области II сферической функции Бесселя (рис. 2, а). Кро-

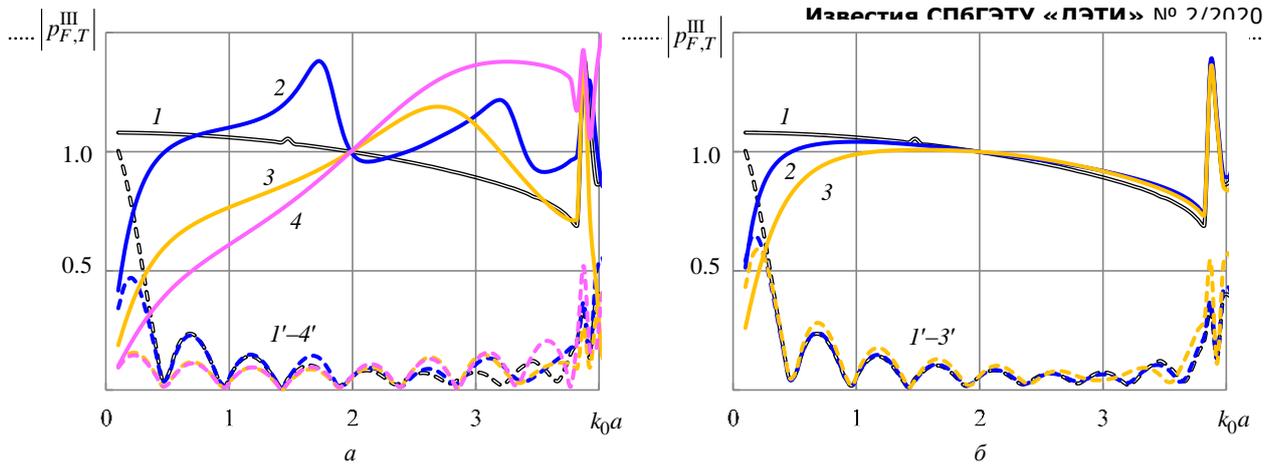


Рис. 2

ме того, наличие фланцев заметно повышает степень сопряжения звуковых давлений на границе цилиндрической и конусообразной областей обобщенной модели ПВТ. Выбор в частичной области II сферической функции Ханкеля (рис. 2, б) в качестве радиальной компоненты волны приводит к отсутствию флуктуаций амплитуды, наблюдаемых при использовании сферической функции Бесселя. Однако при этом для углов раскрыва конусных полупространств  $\theta_{F,T} > 45^\circ$  начинает проявляться увеличение невязки звуковых давлений на границе областей I и II, а на нижней границе рабочего диапазона частот ПВТ ( $k_0 a < 0.5$ ) уровень тыльного излучения начинает превышать уровень фронтального, что противоречит физическому смыслу. Независимо от выбора типа сферической функции, во фронтальном направлении сохраняется близкий к линейному характер ФЧХ излучения ПВТ [12] во всем диапазоне значений углов раскрыва  $\theta_{F,T}$ .

Увеличение углов раскрыва  $\theta_{F,T}$  приводит к снижению уровня излучения в интервале

$0.5 > k_0 a > 0$  (рис. 2) ввиду все большего расхождения волнового фронта в конических полупространствах и уменьшения нагруженности излучающих апертур ПВТ, что позволяет объяснить вид АЧХ излучения макетов антенн, составленных из ПВТ [13]. В качестве примера на рис. 3, а показаны экспериментальные АЧХ чувствительности в режиме излучения  $\gamma$ , Па·м/В во фронтальном и тыльном направлениях (кривые 1 и 1') макета 1 (частота резонанса пьезоцилиндров ПВТ  $f_p = 30$  кГц) и соответствующие им расчетные АЧХ звукового давления  $|p_{F,T}^{III}|$  при  $\theta_{F,T} = 40^\circ$  (в частичной области II используется сферическая функция Ханкеля), приведенные к значению чувствительности макета на частоте  $f_p$  (кривые 2 и 2'). Аналогичным образом на рис. 3, б представлены экспериментальные (кривые 1 и 1') и расчетные (кривые 2' и 2') АЧХ излучения макета 2 ( $f_p = 44$  кГц). Здесь параметры обобщенной модели ПВТ соответствуют параметрам ПВТ, используемых в составе макетов [13].

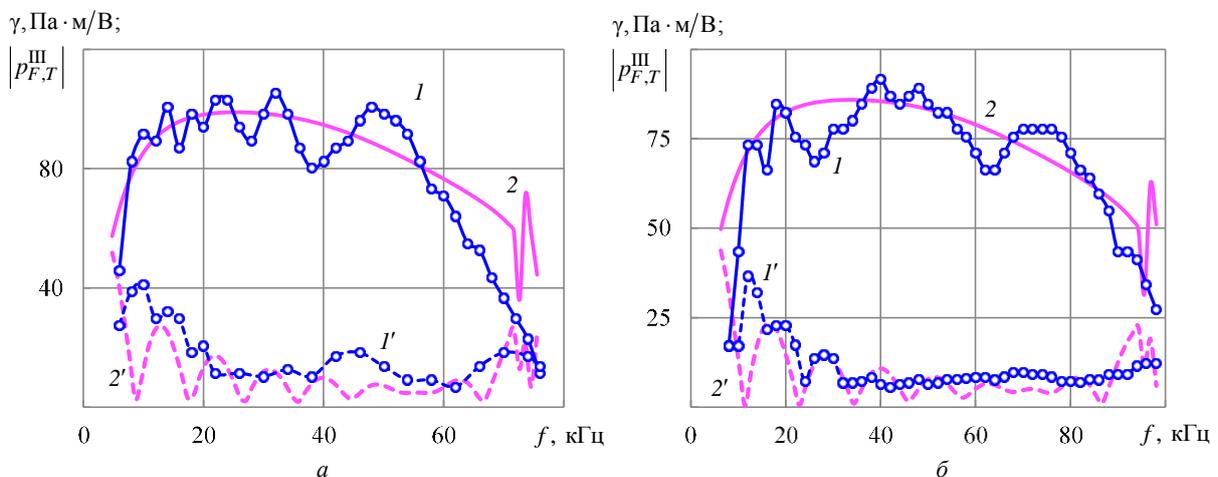


Рис. 3

Видно, что в основном рабочем диапазоне частот ПВТ расчетные АЧХ звуковых давлений, полученные для средних значений углов раскрытия конических полупространств обобщенной модели ПВТ, вполне удовлетворительно соответствуют экспериментально полученным АЧХ излучения рассматриваемых макетов. Причем это соответствие проявляется как для общего вида частотных характеристик излучения макетов, так и для реализуемой ширины полосы пропускания (около 3–3.5 октав).

**Определение сопротивлений излучения.** Реализация указанных частотных характеристик излучения требует соответствующего способа электрического возбуждения ПВТ, который базируется на решении для преобразователя задачи синтеза [12]. Для постановки задачи синтеза необходимо располагать сведениями о нагрузочных характеристиках пьезоцилиндров ПВТ, и в частности – об их сопротивлении излучения. В публикациях [12] и [14] рассматривался характер нагруженности пьезоцилиндров для частных случаев излучения ПВТ в соосно расположенные цилиндрические волноводы и в полупространства. При использовании обобщенной расчетной модели излучение осуществляется в конусные области, изменение раскрытия которых, как показано ранее, приводит к изменению нагруженности излучающих апертур ПВТ, что сказывается на виде частотных зависимостей сопротивлений излучения и напряжений возбуждения его пьезоцилиндров.

Для определения сопротивлений излучения пьезоцилиндров необходимо предварительно рассмотреть характер распространения падающих и отраженных от излучающих апертур звуковых волн во внутренней водозаполненной полости ПВТ, или частичной области I его обобщенной модели. На соответствующей схеме, приведенной на рис. 4, стрелками со сплошными линиями показаны звуковые волны, сформированные  $i$ -м пьезоцилиндром, а стрелками со штриховыми линия-

ми –  $k$ -м пьезоцилиндром. Здесь удобно, в отличие от схемы обобщенной расчетной модели (см. рис. 1), перенести начало отсчета цилиндрической системы координат  $(\rho, \varphi, z)$  в геометрический центр  $i$ -го пьезоцилиндра. При этом экспоненциальный множитель  $e^{\pm jk_n(z+z_{F,T}i-z_{F,T})}$  в выражении для звукового давления  $i$ -го пьезоцилиндра справа  $P_{Fi0}(\rho, z)$  и слева  $P_{Ti0}(\rho, z)$  от него меняется на  $e^{\pm jk_n z}$ :

$$P_{F,Ti0}(\rho, z) = -2z_0 v_i k_0 a \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0 \left( \beta_n \frac{\rho}{a} \right) e^{\pm jk_n z}. \quad (6)$$

Звуковое давление  $P_{Fi0}(\rho, z)$  соответствует падающей волне, определяемой первым слагаемым (1). Выражение для звукового давления волны, отраженной от фронтальной (индекс  $F$ ) или тыльной (индекс  $T$ ) апертуры ПВТ, можно записать в следующем виде:

$$P_{F,Ti1}(\rho, z) = -2z_0 v_i k_0 a \times \sum_{n=0}^{\infty} B_{F,Tin} e^{\pm j2k_n z_{F,Ti}} J_0 \left( \beta_n \frac{\rho}{a} \right) e^{\mp jk_n z}, \quad (7)$$

где  $B_{F,Tin}$  – коэффициенты  $B_n$  для  $i$ -го пьезоцилиндра, соответствующие отраженной волне в частичной области I (второе слагаемое (1)) и полученные в результате решения систем уравнений вида (5) для фронтального и тыльного направлений излучения. Суммарные фазовые сдвиги для отраженных звуковых волн  $P_{F,Ti1}(\rho, z)$ , воздействующих на  $i$ -й пьезоцилиндр со стороны фронтальной и тыльной апертур ПВТ, определяются показателями экспоненциальных множителей  $e^{j2k_n z_{Fi}}$  и  $e^{-j2k_n z_{Ti}}$ .

Выражения для звуковых волн, воздействующих на  $i$ -й пьезоцилиндр со стороны  $k$ -го пьезоцилиндра, подобны (6) и (7) за исключением величины фазовых сдвигов:

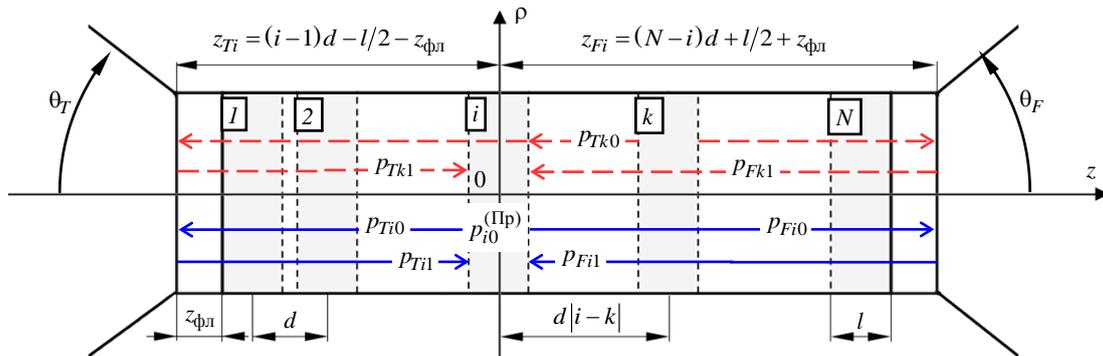


Рис. 4

$$p_{F,T k0}(\rho, z) = -2z_0 v_k k_0 a \times \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) e^{jk_n d|i-k|} e^{\pm jk_n z}; \quad (8)$$

$$p_{F,T k1}(\rho, z) = -2z_0 v_k k_0 a \times \sum_{n=0}^{\infty} B_{F,T kn} e^{\pm jk_n(z_{F,T k} + z_{F,T i})} J_0\left(\beta_n \frac{\rho}{a}\right) e^{\mp jk_n z}. \quad (9)$$

Непосредственное воздействие  $k$ -го пьезоцилиндра на  $i$ -й ( $i \neq k$ ) описывается (8). Причем в случае  $k > i$  (см. рис. 4) используется представление для  $p_{Tk0}(\rho, z)$  с экспоненциальным множителем  $e^{-jk_n z}$ , а в случае  $i > k$  – для  $p_{Fk0}(\rho, z)$  с множителем  $e^{jk_n z}$ . Фазовый сдвиг  $\pm jk_n(z_{F,T k} + z_{F,T i})$  в (9) определяется суммарным расстоянием, пройденным звуковой волной от  $k$ -го пьезоцилиндра до фронтальной или тыльной апертуры ПВТ ( $z_{F,T k}$ ) и в обратном направлении до  $i$ -го пьезоцилиндра ( $z_{F,T i}$ ).

Выражение для звукового давления, создаваемого  $i$ -м пьезоцилиндром в его внутренней области, запишем в виде [19]

$$p_{i0}^{(Pr)}(\rho, z) = jz_0 v_i \left[ -\frac{J_0(k_0 a)}{J_1(k_0 a)} + 2k_0 a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(\beta_n \rho/a) \cos(k_n z/2) e^{jk_n l/2}}{J_0(\beta_n)(k_n a)^2} \right].$$

Собственное и взаимные сопротивления излучения пьезоцилиндров ПВТ удобно определить, используя общее выражение  $Z^{(S)} = -\int \tilde{p}_{\Sigma} D_n ds / \tilde{v}$ , где  $\tilde{p}_{\Sigma}$  и  $\tilde{v}$  – комплексные амплитуды суммарного звукового давления и колебательной скорости точки приведения;  $D_n$  – приведенная скорость элемента поверхности  $ds$ . Для  $i$ -го пьезоцилиндра интегрирование выполняется по его внутренней боковой поверхности  $S = 2\pi a l$ , при этом  $D_n = 1$  и  $\tilde{v} = v_i$ . С учетом осевой симметрии задачи и при условии равенства колебательных скоростей  $v_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) собственное  $Z_{ii}^{(S)}$  и взаимные  $Z_{ik}^{(S)}$  сопротивления излучения  $i$ -го пьезоцилиндра определяются следующими выражениями [19]:

$$Z_{ii}^{(S)} = -\frac{2\pi a}{v_i} \int_{-l/2}^{l/2} \left[ p_{i0}^{(Pr)}(a, z) + p_{Fi1}(a, z) + p_{Ti1}(a, z) \right] dz = Z_{ii} + Z_{ii}^{(R)}; \quad (10)$$

$$Z_{ik}^{(S)} = -\frac{2\pi a}{v_i} \int_{-l/2}^{l/2} \left[ p_{F,T k0}(a, z) + p_{Fk1}(a, z) + p_{Tk1}(a, z) \right] dz = Z_{ik} + Z_{ik}^{(R)}, \quad (11)$$

где

$$Z_{ii} = jz_0 S \left[ \frac{J_0(k_0 a)}{J_1(k_0 a)} - \frac{4k_0 a}{l/a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(k_n l/2) e^{jk_n l/2}}{(k_n a)^3} \right]$$

– собственное и  $Z_{ik} = z_0 S \frac{4k_0 a}{l/a} \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{jk_n d|i-k|} G_n$  – взаимные сопротивления излучения  $i$ -го пьезоцилиндра, не учитывающие воздействие на него звуковых волн, отраженных от излучающих апертур ПВТ;  $Z_{ii}^{(R)} = z_0 S \frac{4k_0 a}{l/a} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ B_{Fin} e^{j2k_n z_{Fi}} + B_{Tin} e^{-j2k_n z_{Ti}} \right] G_n$  и  $Z_{ik}^{(R)} = z_0 S \frac{4k_0 a}{l/a} \times$

$\times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ B_{Fkn} e^{jk_n(z_{Fk} + z_{Fi})} + B_{Tkn} e^{-jk_n(z_{Fk} + z_{Ti})} \right] G_n$  – составляющие собственного и взаимных сопротивлений излучения, учитывающие влияние отраженных волн;  $G_n = J_0(\beta_n) \frac{\sin(k_n l/2)}{k_n a}$ . Полное

сопротивление излучения  $i$ -го пьезоцилиндра определяется с учетом взаимодействия по полю с другими пьезоцилиндрами ( $v_i \neq v_k, i \neq k$ ) выражением [12]:  $Z_{Si} = Z_{i1}^{(S)} \frac{v_1}{v_i} + Z_{i2}^{(S)} \frac{v_2}{v_i} + \dots + Z_{ii}^{(S)} + \dots + Z_{iN}^{(S)} \frac{v_N}{v_i}$ .

В предположении, что возбуждение ПВТ осуществляется в соответствии с решением задачи синтеза, на рис. 5 приведены частотные зависимости модуля полного сопротивления излучения  $i$ -х пьезоцилиндров  $|z_{Si}| = |Z_{Si}|/z_0 S$  обобщенной модели с углами раскрытия конусных областей:  $a - \theta_{F,T} = 0.1^\circ$ ;  $b - \theta_{F,T} = 30^\circ$ ;  $c - \theta_{F,T} = 60^\circ$ ;  $d - \theta_{F,T} = 90^\circ$ , при использовании в качестве радиальной компоненты волны в частичной

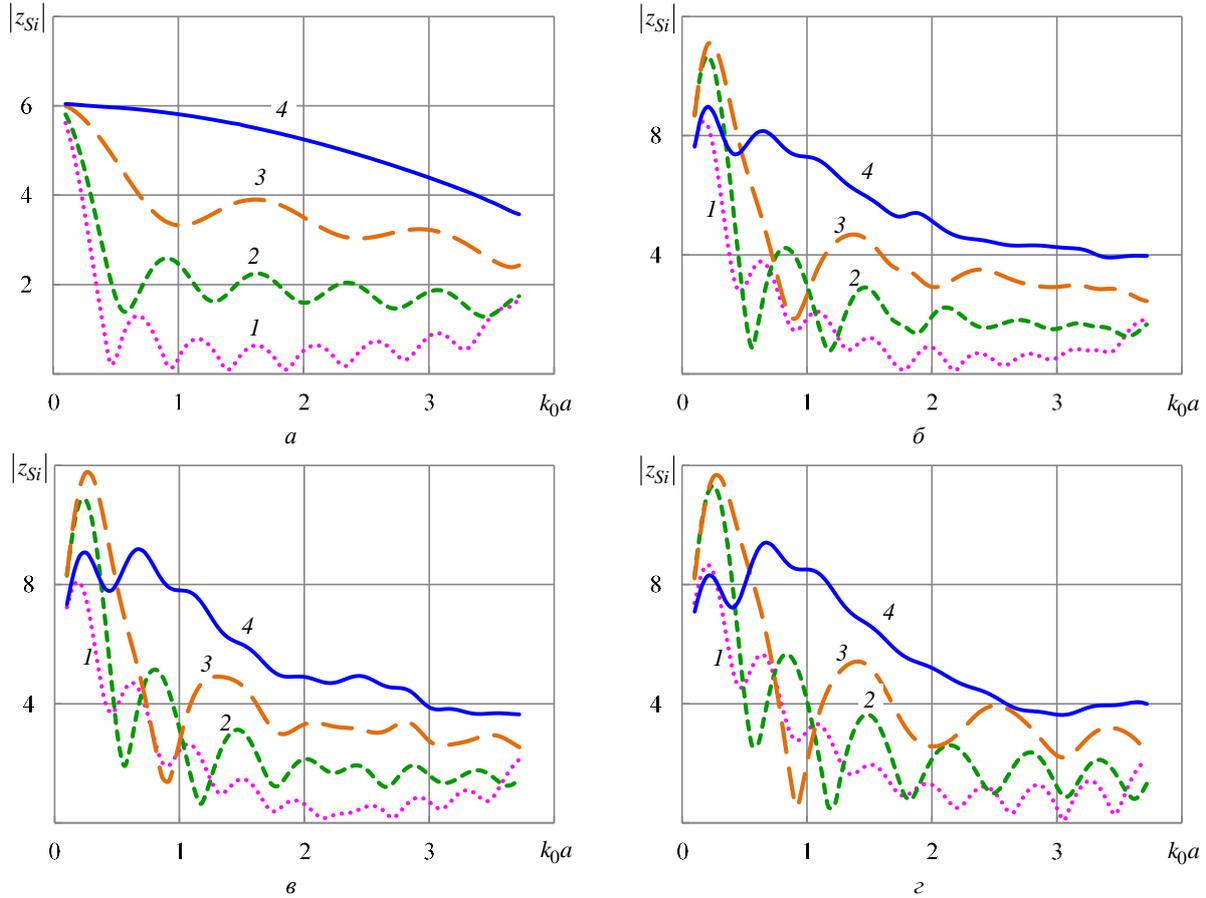


Рис. 5

области  $\Pi$  сферической функции Бесселя  $j_m(k_0 r)$ . Номера кривых соответствуют: 1 –  $i=1$ ; 2 –  $i=4$ ; 3 –  $i=7$ ; 4 –  $i=10$ . Принятые параметры ПВТ аналогичны используемым для определения АЧХ звуковых давлений (рис. 2):  $N=10$ ;  $l/a=0.6$ ;  $d/a=0.66$ ;  $z_{\text{фл}}/a=0.95l/a$ .

Частотные зависимости  $|z_{Si}|$ , полученные для углов раскрыва  $\theta_{F,T}=0.1^\circ$  (рис. 5, а) и  $\theta_{F,T}=90^\circ$  (рис. 5, г), демонстрируют вполне удовлетворительное соответствие полученным в частных случаях излучения в цилиндрические волноводы [12] и полупространства [14]. Для обобщенной модели ПВТ во всем рассматриваемом диапазоне углов раскрыва  $\theta_{F,T}$  сохраняется отмечавшаяся ранее ([12], [14]) тенденция к увеличению значений  $|z_{Si}|$  с ростом порядкового номера  $i$  пьезоцилиндра, но в основном в области частот вблизи и выше радиального резонанса пьезоцилиндра ( $k_0 a \approx 2$ ). В области более низких частот при использовании значений  $\theta_{F,T}$  отличных от случая излучения в цилиндрические вол-

новоды, в частотных зависимостях  $|z_{Si}|$  заметно усиливаются осцилляции, обусловленные влиянием отраженных от излучающих апертур ПВТ волн. Это, в свою очередь, сказывается на увеличении уровня осцилляций в частотных зависимостях возбуждающих пьезоцилиндры электрических напряжений, полученных в результате решения задачи синтеза.

**Электрические напряжения возбуждения ПВТ.** Для постановки и решения задачи синтеза используется система уравнений [12], [14], которая описывает колебательный процесс  $N$  пьезоцилиндров, образующих ПВТ:

$$\sum_{k=1}^N Z_{ik}^* v_k = N_T U_i, \quad (12)$$

где  $v_k$  – колебательная скорость  $k$ -го пьезоцилиндра,  $k=1, 2, 3, \dots, N$ ;  $N_T = 2\pi d_{31} l / S_{11}^{(E)}$  – коэффициент электромеханической трансформации ( $d_{31}$  – пьезомодуль,  $S_{11}^{(E)}$  – упругая податливость);  $Z_{ii}^* = Z_{ii}^{(S)} + Z_i^{(\text{Пр})}$ ,  $i=k$ ;  $Z_{ik}^* = Z_{ik}^{(S)}$ ,

$i \neq k$ ;  $Z_{ii}^{(S)}$  и  $Z_{ik}^{(S)}$  – собственное (10) и взаимные (11) сопротивления излучения  $i$ -го пьезоцилиндра;

$$Z_i^{(Пр)} = z_0 S \left[ r_{Si} \frac{1-\eta}{\eta} - jQ \frac{n_{0П}^2 (k_0 a)^2 - 1}{n_{0П} k_0 a} \right] - \text{приведенный механический импеданс } i\text{-го пьезоцилиндра};$$

$r_{Si}$  – активная компонента полного сопротивления излучения  $Z_{Si} = R_{Si} - jX_{Si} = z_0 S (r_{Si} - jx_{Si})$ ;  $\eta$  – механоакустический КПД;  $Q$  – предельная акустическая добротность пьезоцилиндра,

$n_{0П} = \left(1 + \frac{\delta}{2a}\right) \frac{c_0}{c_{П}}$ ,  $\delta$  и  $c_{П}$  – толщина стенки пьезоцилиндра и скорость звука в его материале).

В результате решения системы уравнений (12) могут быть определены частотные зависимости электрических напряжений  $U_i$ , необходимые для реализации заданного амплитудно-фазового распределения колебательной скорости пьезоцилиндров ПВТ, в частности для задачи синтеза, когда  $v_{im}(\omega) = v_{im} = \text{const}$  и  $\psi_i(\omega) = k_0 d (i-1)$ . В качестве примера на рис. 6 приведены частотные зави-

симости амплитуд  $U_{im}$  электрических напряжений для различных углов раскрыва конусных областей обобщенной модели ПВТ:  $a - \theta_{F,T} = 0.1^\circ$ ;  $b - \theta_{F,T} = 30^\circ$ ;  $в - \theta_{F,T} = 60^\circ$ ;  $г - \theta_{F,T} = 90^\circ$ , имеющего следующие параметры:  $N = 10$ ;  $l/a = 0.6$ ;  $d/a = 0.66$ ;  $z_{фл}/a = 0.95l/a$ ;  $Q = 3$ ;  $\eta = 0.7$ ;  $n_{0П} = 0.52$ . Расчет выполнен в предположении  $N_T/v_{im} = 1$ ; нумерация кривых аналогична рис. 5.

Наблюдаемые для частных расчетных моделей [12], [14] рост амплитуд электрических напряжений при увеличении порядкового номера пьезоцилиндра, а также сходство частотных зависимостей  $U_{im}$  с характеристиками полосового фильтра с регулируемым затуханием, максимальное значение которого приходится на область частот радиального резонанса пьезоцилиндров ( $k_0 a \approx 2$ ), в целом повторяются и в случае использования обобщенной расчетной модели ПВТ. Электрические напряжения для угла раскрыва  $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$  (рис. 6, а) практически полностью воспроизводят полученные в частном случае из-

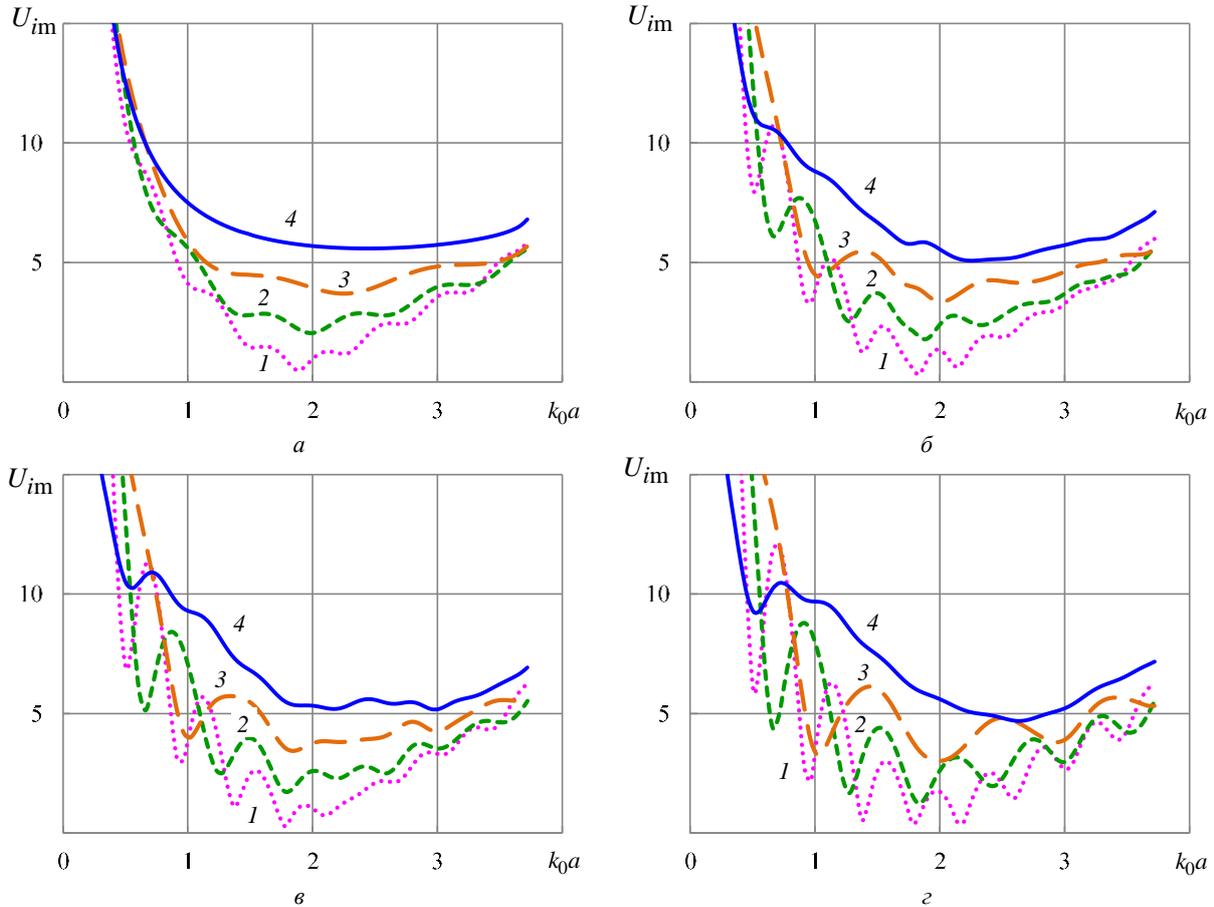


Рис. 6

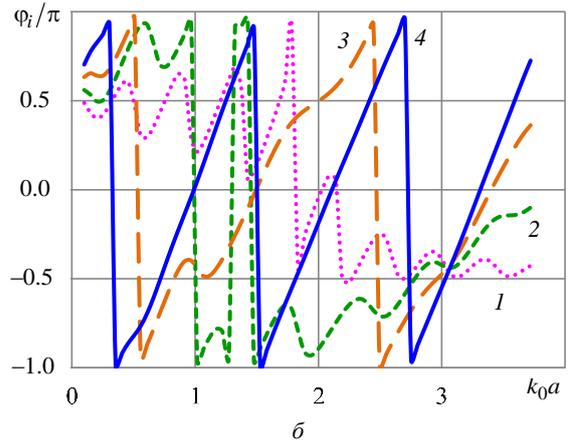
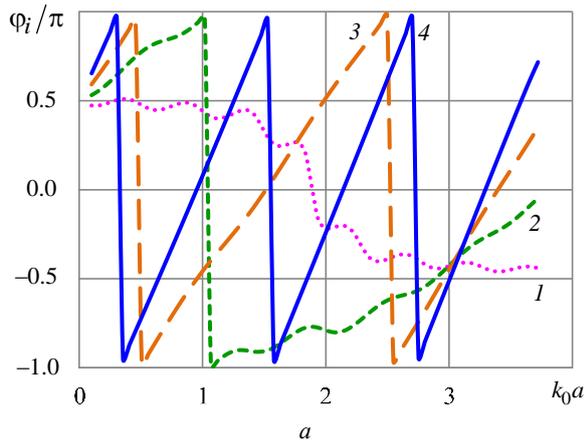


Рис. 7

лучения ПВТ в соосно расположенные цилиндрические волноводы [12]. По мере увеличения углов раскрыва конусных полупространств ( $\theta_{F,T} = 30, 60, 90^\circ$ ) в частотных зависимостях  $U_{im}$  повышается уровень осцилляций, что наиболее заметно проявляется для пьезоцилиндров с первыми номерами. Частотные зависимости амплитуд электрических напряжений, полученные в результате решения задачи синтеза для частной модели излучения ПВТ в полупространство [14] и для обобщенной модели с углами раскрыва  $\theta_{F,T} = 90^\circ$  (рис. 6, з), тоже вполне удовлетворительно соответствуют друг другу.

Что касается фаз  $\phi_i$  электрических напряжений  $U_i$ , то характер поведения их частотных зависимостей, как это ранее указывалось в [12] для частного случая излучения ПВТ в цилиндрические волноводы, последовательно изменяется с ростом номера пьезоцилиндра от вида, подобного ФЧХ излучения одиночного пьезоцилиндра ( $i = 1$ ), до ФЧХ излучения ПВТ ( $i = 10$ ). Увеличение углов раскрыва конусных полупространств обобщенной модели ПВТ в диапазоне  $0 < \theta_{F,T} \leq 90^\circ$  сопровождается постепенным повышением уровня осцилляций ФЧХ напряжений  $U_i$ , в основном для пьезоцилиндров с начальными номерами. Указанные положения иллюстрируются графиками частотных зависимостей фаз  $\phi_i$  электрических напряжений, приведенными на рис. 7 для двух крайних значений углов раскрыва конусных полупространств излучения ПВТ: в соосные волноводы ( $\theta_{F,T} = 0.1^\circ$ , рис. 7, а) и по-

лупространства ( $\theta_{F,T} = 90^\circ$ , рис. 7, б); нумерация кривых соответствует рис. 5 и 6.

АЧХ звуковых давлений обобщенной модели ПВТ, полученные в результате решения задачи об излучении в конусные полупространства с углами раскрыва  $\theta_{F,T} \approx (40 - 45)^\circ$ , т. е. среднего значения в интервале  $0 < \theta_{F,T} \leq 90^\circ$ , оптимальны для представления реального звукового поля, формируемого макетами гидроакустических систем на базе ПВТ. Учет в обобщенной модели корпусных фланцев макетов приводит к улучшению сходимости звуковых полей в области излучающих апертур ПВТ, а также к сглаживанию АЧХ излучения преобразователя. Частотные зависимости сопротивлений излучения и напряжений возбуждения пьезоцилиндров ПВТ, полученные с использованием обобщенной модели для крайних значений углов раскрыва ( $\theta_{F,T} = 0.1$  и  $90^\circ$ ), хорошо согласуются с результатами для частных моделей излучения в соосные цилиндрические волноводы и полупространства, а также демонстрируют достаточно плавное изменение рассматриваемых частотных характеристик при изменении углов раскрыва конусных полупространств. Полученные в результате решения задачи синтеза для обобщенной модели ПВТ частотные зависимости электрических напряжений возбуждения могут быть использованы для проведения более детальных исследований полевых и импульсных характеристик антенн, составленных из ПВТ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Широкополосность преобразователей. Гидроакустическая энциклопедия / под ред. В. И.

Тимошенко. Таганрог: Изд-во ТГРУ, 1999. С. 696–697.

2. Алексеев Б. Н., Дианов Д. Б. О расширении полосы пропускания пьезокерамических преобразователей с помощью переходных слоев // Акуст. журн. 1974. Т. 20, № 5. С. 663–668.

3. Ультразвуковые пьезопреобразователи для неразрушающего контроля / под ред. И. Н. Ермолова. М.: Машиностроение, 1986.

4. Mc Mahon G. W. Performance of open ferroelectric ceramic cylinders in underwater transducers // J. Acoust. Soc. Amer. 1964. Vol. 36, № 3. P. 528–533.

5. Пат. РФ 2270533 МПК H04R 1/14 Гидроакустический стержневой преобразователь / В. И. Позерн, Р. П. Павлов, О. Б. Ступак, Л. А. Виноградова, М. В. Кудрявцев, О. Н. Дудаков, Е. А. Апухтина. 2004.04.19. Опубл. 20.02.2006. Бюл. № 5.

6. Pat. USA 8072843 B1 МПК H04R 17/00. Stepped multiply resonant wideband transducer apparatus / J. L. Butler, A. L. Butler. Pub. 06.12.2011.

7. Pat. USA 6722003 МПК H04R 17/00. Underwater broadband electroacoustic transducer / Dunn Sheng-Dong, Yeh Chi-Zen, Jih Jeng-Yow. Pub. 21.08.2003.

8. Sherman C. H., Butler J. L. Transducers and Arrays for Underwater Sound. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2007. Chapters 2–4.

9. Pat. USA 4415998 МПК G01V 1/40. Segmented acoustic transmitter for broad frequency investigation of a borehole / R. B. Blizard. Pub. 15.11.1983.

10. Pat. USA 4477783 МПК H03H 7/34. Transducer device / W. E. Glenn, Ft. Lauderdale. Pub. 16.10.1984.

11. Мальцев Ю. В., Прокопчик С. Е. Гидроакустические волноводные антенны и перспективы их применения в технических средствах исследо-

вания океана // Подводные исследования и робототехника. 2010. № 2 (10). С. 51–71.

12. Степанов Б. Г. Сверхширокополосный гидроакустический преобразователь волноводного типа. Задача синтеза // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 3. С. 87–96.

13. Пестерев И. С., Степанов Б. Г. Исследование широкополосной гидроакустической системы, содержащей преобразователи волноводного типа // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2018. № 5. С. 60–70.

14. Степанов Б. Г. Излучение одиночным преобразователем волноводного типа в полубесконечное пространство // Тр. XII Всерос. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». СПб., 2014. С. 360–364.

15. Пестерев И. С., Сосновский Н. Н., Степанов Б. Г. Расчетная модель сверхширокополосного гидроакустического преобразователя волноводного типа, излучающего в конусные полупространства // Материалы Всерос. откр. науч. конф. «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции радиоволн». Муром, 2019. С. 561–570.

16. Гринченко В. Т., Вовк И. В., Мацыпура В. Т. Основы акустики. Киев: Наукова думка, 2007.

17. Гринченко В. Т., Вовк И. В., Мацыпура В. Т. Волновые задачи акустики. Киев: Интерсервис, 2013.

18. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графикой и таблицами. М.: Физматгиз, 1979.

19. Степанов Б. Г. Сопrotивление излучения пьезоцилиндров преобразователя волноводного типа при излучении им в полубесконечное пространство // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. № 5. С. 67–74.

I. S. Pesterev

State Research Center of the Russian Federation – Concern CSRI Elektropribor, JSC

B. G. Stepanov

Saint Petersburg Electrotechnical University

## GENERALIZED MODEL OF THE TRANSDUCER OF WAVEGUIDE TYPE. SYNTHESIS PROBLEM

*The derivation of the transducer of waveguide type (TWT) radiation and excitation problem using the partial domain method is considered. TWT is formed by a coaxial set of water-filled piezocylinders with amplitude-phase excitation, which provides a mode of wideband radiation by a traveling wave through water-filled apertures of the transducer into conical half-spaces adjacent to them, variable in aperture angle. The results of calculations of the frequency characteristics of sound pressure during radiation of TWT excited in accordance with the solution of the synthesis problem in the frontal and rear directions are presented and analyzed. The influence of the thickness of the passive flanges, which are used for the TWT layout in the antennas, is taken into account. A comparative assessment is given with the results of experimental studies. The influence of sound waves reflected from the TWT apertures on the radiation resistance of piezocylinders and on the electric voltages exciting them, depending on the magnitude of the aperture angle of conical half-spaces, is considered.*

**Broadband, transducer of waveguide type, synthesis problem solution, frequency response, radiation resistance**