

УДК 004.032.26 + 004.896

Чан Д. Х., М. П. Белов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Линейное управление электроприводами робота-манипулятора с применением нейронного компенсатора момента на основе робастного управления

*Представлена модель управления роботами-манипуляторами на основе электропривода бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами (БДПМ) с применением искусственной нейронной сети (ИНС) на базе робастного управления в качестве компенсатора момента при наличии неопределенной динамики движения из-за неизвестной нагрузки и изменения параметров системы. Проанализирована структура линейной системы электропривода робота-манипулятора на основе БДПМ с применением ИНС, а также компенсация момента. Проведена оценка критерия качества системы управления в сочетании с нелинейным оптимальным компенсатором момента на основе линейного квадратного Гаусса (ЛКГ) и с нейронным компенсатором момента на основе робастного управления Тэта-D ( $\theta$ -D). Процесс обучения нейронного компенсатора момента основан на эталонных данных, создаваемых робастным контроллером, работающим на основе критерия качества динамической системы. Оптимальные пропорционально-интегральные регуляторы электроприводов, включая ограничитель контура крутящего момента с сигналом обратной связи, нелинейный компенсатор и нейронный компенсатор момента манипулятора, контур скорости и контур положения, обеспечивают в системе управления требуемые динамические характеристики.*

### Робастное управление $\theta$ -D, нейронный компенсатор, искусственная нейронная сеть

В настоящее время благодаря разработке полупроводниковой и цифровой электроники, магнитных материалов и усовершенствованных алгоритмов управления стало возможно создавать эффективные управляющие устройства, отвечающие высоким требованиям к управлению сложными электромеханическими объектами в режиме реального времени, особенно в робототехнике.

Электропривод с применением БДПМ стал популярным благодаря высокому крутящему моменту, большому коэффициенту мощности и высокой надежности. В процессе эксплуатации у них проявляется много преимуществ – плавная работа, компактные размеры, низкая стоимость обслуживания, длительный срок службы, широкий диапазон скоростей и т. д. Быстрые и точные показатели ответов, быстрые скорости восстановления от любого изменения нагрузки и нечувствительность к изменениям системных параметров являются важными критериями работы контроллера привода.

Пропорционально-интегральные (ПИ) регуляторы чувствительны к изменениям скорости, внутренним параметрам системы и помехам нагрузки [1]. Точный контроль над работой контроллера становится сложной проблемой из-за

нелинейного электромагнитного момента [2], [3] в сочетании с сильной нелинейностью динамической связи звеньев манипулятора и влиянием изменения нагрузки. Поэтому необходимо настроить параметры ПИ-регулятора для обеспечения оптимальной производительности электропривода при различных условиях эксплуатации. Оптимизированная ИНС, построенная на основе устойчивых контроллеров, используется как компенсатор изменения момента, что позволяет обеспечить оптимальную производительность системы управления и устранить эффекты возмущений. Искусственные нейронные сети используются в методах моделирования и контроля для многих промышленных процессов [1], [2], [4]–[8], некоторые из которых основаны на приложениях ИНС для БДПМ [4]–[8]. Однако результаты симуляций и испытаний, опубликованные в [1], [2], [4]–[7], не включают в себя полные изменения возмущений – внезапные изменения нагрузки, скорости, изменение параметров системы и т. п.

В данной статье представлена модель управления роботами-манипуляторами на основе электропривода БДПМ с применением ИНС на базе робастного управления, использующая компенсатор

изменения момента при меняющейся динамике, связанной с нагрузкой и изменением параметров системы. Процесс обучения нейронного компенсатора момента основан на эталонных данных, создаваемых робастным контроллером, работающим на основе определяемого критерия качества.

**Математическая модель электропривода робота-манипулятора.** Рассмотрим модель электропривода на основе трехфазного БДПМ с  $k$  степенями [9]–[11]. По закону Кирхгофа получим уравнения двигателя

$$u_{jk} = R_k i_{jk} + L_k \frac{d}{dt} i_{jk} + e_{jk}, \quad (1)$$

где  $u_{jk}$  – матрица фазных напряжений обмоток статора  $k$ -го двигателя;  $R_k$  – матрица фазных сопротивлений обмоток статора  $k$ -го двигателя;  $i_{jk}$  – матрица токов обмоток статора  $k$ -го двигателя,  $j = a, b, c$  – обозначения фазных обмоток статора двигателя;

$$L_k = \begin{bmatrix} L_{ak}(q_{\Delta k}) - L_{mk} & 0 & 0 \\ 0 & L_{bk}(q_{\Delta k}) - L_{mk} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ck}(q_{\Delta k}) - L_{mk} \end{bmatrix}$$

– матрица индуктивности обмоток статора  $k$ -го двигателя;  $L_{ak}(q_{\Delta k})$ ,  $L_{bk}(q_{\Delta k})$ ,  $L_{ck}(q_{\Delta k})$  – индуктивность фазных обмоток статора  $k$ -го двигателя;  $q_{\Delta k}$  – угловое электрическое положение ротора  $k$ -го двигателя;  $L_{mk}$  – взаимоиנדуктивность обмоток статора  $k$ -го двигателя;  $e_{jk}$  – ЭДС фазных обмоток  $k$ -го двигателя.

Уравнения электромагнитного момента и механического момента двигателя имеют вид

$$M_{ek} = \frac{1}{q_{\Delta k}} (e_{ak} i_{ak} + e_{bk} i_{bk} + e_{ck} i_{ck}),$$

$$M_{\Delta k} \frac{d\dot{q}_{\Delta k}}{dt} + B_k \dot{q}_{\Delta k} = M_{ek} - M_k - M_{\text{нагр}}, \quad (2)$$

где  $M_{ek}$  – электромагнитный момент  $k$ -го двигателя;  $M_{\Delta k}$  – момент инерции  $k$ -го двигателя;  $B_k$  – вязкий коэффициент трения  $k$ -го двигателя;  $\dot{q}_{\Delta k}$  – угловая скорость вращения ротора  $k$ -го двигателя;  $M_{\text{нагр}}$ ,  $M_k$  – моменты нагрузки и управления роботами-манипуляторами.

Предположим, что взаимоиנדуктивность обмоток статора двигателя незначительна и что электродвижущая сила двигателя пропорцио-

нальна скорости вращения ротора двигателя; тогда имеем:  $L_{mk} = 0$ ;  $e_{jk} = K_m \dot{q}_{\Delta k}$ . Уравнения (1) и (2) переписаны в следующем виде:

$$\frac{\partial i_{\Delta k}}{\partial t} = -\frac{R_{\Delta k}}{L_{\Delta k}} i_{\Delta k} - \frac{K_m}{L_{\Delta k}} \dot{q}_{\Delta k} + \frac{1}{L_{\Delta k}} u_k, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{q}_{\Delta k}}{\partial t} = -\frac{K_m}{M_{\Delta k}} i_{\Delta k} - \frac{B_{\Delta k}}{M_{\Delta k}} \dot{q}_{\Delta k} - \frac{1}{M_{\Delta k}} (M_k + M_{\text{нагр}}). \quad (4)$$

Моделью динамической системы роботов-манипуляторов служит автоматизированный электропривод. Уравнение Лагранжа (УЛ), описывающее работу манипулятора, имеет вид

$$M(q_k) \ddot{q}_k + C(q_k, \dot{q}_k) \dot{q}_k + F(\dot{q}_k) + G(q_k) = M,$$

где  $M(q_k)$ ,  $C(q_k, \dot{q}_k)$ ,  $F(\dot{q}_k)$ ,  $G(q_k)$  – матрицы инерции, центробежных и кориолисовых сил, сил трения и тяжелых сил;  $M = (M_1, M_2, \dots, M_k)^T$  – матрица совокупности внешних сил, действующих на систему;  $q_k = \frac{1}{n} q_{\Delta k}$  – угловая координата манипулятора,  $n$  – коэффициент передачи редуктора звена;  $\dot{q}_k$  – скорость манипулятора.

**Локальный линейный пропорционально-интегральный регулятор электропривода.** Применив преобразование Лапласа для уравнений (3) и (4), получим линейную передаточную функцию системы управления электроприводами роботов-манипуляторов

$$\Omega(s) = G_u(s)U(s) - G_\tau(s)M(s),$$

где два замкнутых контура имеют передаточные функции следующего вида:

$$G_u(s) = -\frac{\Omega(s)}{U(s)} \Big|_{T(s)=0} = -\frac{\Omega_{\Delta k}(s)}{U_{\Delta k}(s)} = \frac{1}{G_{0k}(s)} \frac{K_{mk}}{B_{\Delta k} R_{\Delta k}},$$

$$G_\tau(s) = -\frac{\Omega(s)}{M(s)} \Big|_{U(s)=0} = -\frac{\Omega_{\Delta k}(s)}{M_k(s)} = \frac{1}{G_{0k}(s)} \frac{s T_{e\Delta k} + 1}{B_{\Delta k}}.$$

Здесь  $G_{0k}(s) = T_{m\Delta k} T_{e\Delta k} s^2 + (T_{m\Delta k} + T_{e\Delta k})s + 1$  – характеристический полином разомкнутой системы управления электроприводами с электромагнитной постоянной времени  $T_{e\Delta k} = \frac{L_{\Delta k}}{R_{\Delta k}}$  и

электромеханической постоянной времени  $T_{m\Delta k} = \frac{M_{\Delta k}}{B_{\Delta k}}$ ;  $K_{mk}$  – коэффициент момента двигателя;  $\Omega_{\Delta k}(s)$  – передаточная функция скорости

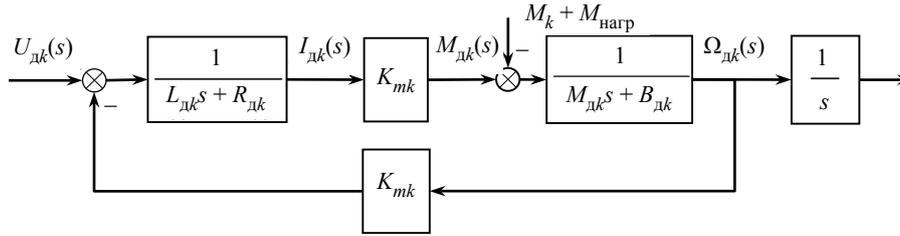


Рис. 1

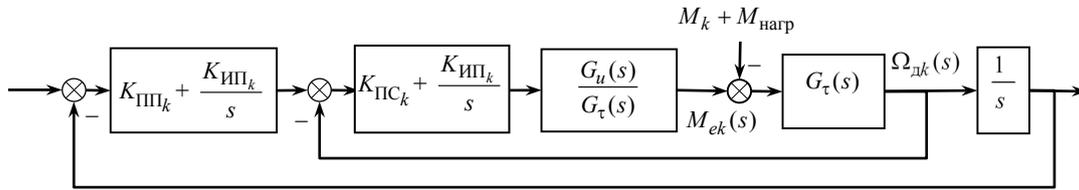


Рис. 2

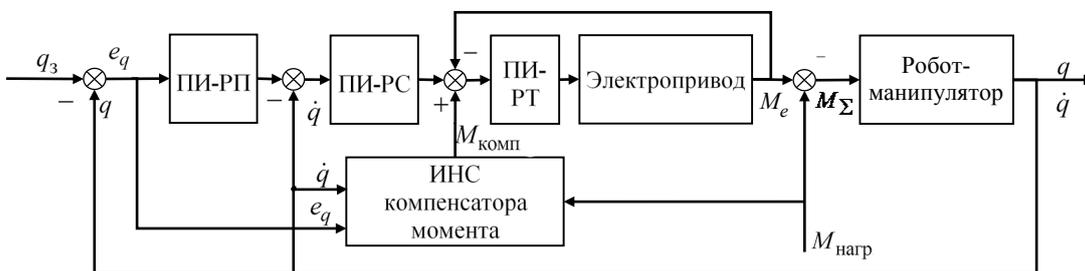


Рис. 3

$k$ -го двигателя системы управления электроприводами роботами-манипуляторами. Структурная схема системы управления электроприводами показана на рис. 1.

Линейный синтез БДПМ без учета нелинейного влияния его элементов позволяет вычислить передаточные функции ПИ-регуляторов для токового контура, контуров скорости и положения системы управления. На рис. 2 показана структурная схема системы управления электроприводом, где  $K_{ППk}$ ,  $K_{ИПk}$ ,  $K_{ПСk}$ ,  $K_{ИСk}$  – пропорциональные и интегральные коэффициенты регуляторов положения и скорости.

В статье предлагается электропривод для робота-манипулятора на основе синтезирования локальных линейных контроллеров с применением искусственной нейронной сети на основе робастного управления с функцией компенсатора момента. Линейная система управления электроприводами робота-манипулятора показана на рис. 3, где  $M_{комп}$  – компенсатор момента манипулятора;  $M_e$  – электромагнитный момент двигателя;  $M_\Sigma$  – совокупность моментов управления электроприводами;  $q_3$  – положения задания; РП, РС, РТ – регуляторы положения, скорости, тока.

**Робастный оптимальный метод для нелинейного объекта.** Метод  $\theta$ -D основан на разложении в ряд возмущений, действующих в системе управления. Члены ряда, описывающие возмущения, добавляются к функции критерия качества системы, чтобы компенсировать их воздействие на систему управления и обеспечить стабильность работы замкнутой системы управления [12].

Рассмотрим объект управления, имеющий описание

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + B(\mathbf{x})u. \quad (5)$$

Оптимальное решение этой задачи может быть получено путем решения дифференциального уравнения с частными производными уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана (Г-Я-Б):

$$V_x f(\mathbf{x}) - \frac{1}{2} V_x^T B(\mathbf{x}) R^{-1} B^T(\mathbf{x}) V_x + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T Q \mathbf{x} = 0,$$

где  $V_x = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}$ ,  $V(\mathbf{x}) > 0$ ,  $V(0) = 0$ .

Функция оценки качества имеет вид

$$V^D(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left( \mathbf{x}^T \left[ Q + \sum_{i=1}^\infty D_i \theta^i \right] \mathbf{x} + u^T R u \right) dt, \quad (6)$$

где  $\sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i$  получено разложением ряда возмущений системы;  $\theta$  – скалярная величина и  $D_i$  – матрица, включающая такие значения, что  $Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i$  – полуположительное определение;

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{\{V^D(x_0) - V^D[x(T)]\}}{T} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_0^T [Q^D(x) + u^T R u] dt,$$

или короткий вид:

$$\dot{V}^D = (V_x^D)^T (f(x) + B(x)u) = -Q^D(x) - u^T R u < 0;$$

$$Q^D(x) = \mathbf{x}^T \left[ Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right] \mathbf{x}.$$

Уравнение (5) можно записать в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[ A_0 + \theta \left( \frac{A(x)}{\theta} \right) \right] \mathbf{x} + \left[ B_0 + \theta \left( \frac{B(x)}{\theta} \right) \right] u, \quad (7)$$

где  $A_0, B_0$  – постоянные матрицы и управляемая пара.

Тогда решение (7) с критерием качества (6) получается в виде

$$\left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left[ A_0 + \theta \left( \frac{A(x)}{\theta} \right) \right] \mathbf{x} - \left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \times$$

$$\times \left[ B_0 + \theta \left( \frac{B(x)}{\theta} \right) \right] \times R^{-1} \left[ B_0 + \theta \left( \frac{B(x)}{\theta} \right) \right]^T \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} +$$

$$+ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \left[ Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right] \mathbf{x} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{i=0}^{\infty} T_i(x, \theta) \theta^i \mathbf{x}; \quad T_i(x, \theta), \quad i=0, 1, \dots, n$$

– симметричная матрица, полученная с помощью рекурсивного алгоритма в [13]. Управление электроприводами в этом случае имеет вид

$$u(x) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T(x) \sum_{i=0}^{\infty} T_i(x, \theta) \theta^i \mathbf{x}. \quad (9)$$

**Нейрокомпенсатор момента робота-манипулятора на основе робастного управления.** Используется ИНС для нахождения приближенного решения уравнения Г-Я-Б (8), которое обеспечивает робастное оптимальное управление роботами-манипуляторами.

Пусть  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ,  $\mathbf{y} = [y_0, y_1, y_2, \dots, y_m]^T$  – векторы ввода и вывода ИНС;  $W = [w_1, w_2, \dots, w_L]^T$  – весовые матрицы, тогда реальные выходы ИНС можно описать как  $\mathbf{y} = W^T \boldsymbol{\sigma}(x)$ , где  $\boldsymbol{\sigma}(x) = [\sigma_1(x), \sigma_2(x), \dots, \sigma_L(x)]^T$  – вектор функции активации ИНС.

Предположим, что функция критерия качества системы, приближенная к ИНС, имеет вид

$$\hat{V}(x) = \sum_{j=1}^L w_j \sigma(x) = W^T \boldsymbol{\sigma}(x),$$

где  $L$  – число нейронов скрытого слоя;  $\sigma(x)$  выбирается так, чтобы удовлетворять следующему условию:  $\hat{V}(0) = 0$  и  $\hat{V}(x) > 0, \forall x \neq 0$ . Тогда имеем

$$\hat{V}_x(x) = \frac{\partial \hat{V}(x)}{\partial \mathbf{x}} = \nabla \boldsymbol{\sigma}^T(x) W = \sum_{i=0}^{\infty} T_i(x, \theta) \theta^i \dot{\mathbf{x}},$$

где  $\nabla \boldsymbol{\sigma}(x) = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}(x)}{\partial \mathbf{x}}$  – функция Якоби активации и уравнение (8) будет иметь вид

$$\left( \hat{V}_x(x) \right)^T f(x) + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \left[ Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right] \mathbf{x} -$$

$$- \left( \hat{V}_x(x) \right)^T B(x) \times R^{-1} B(x)^T \hat{V}_x(x) = 0,$$

$$\left( W^T \nabla \boldsymbol{\sigma}(x) \right) f(x) + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \left[ Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right] \mathbf{x} -$$

$$- \left( W^T \nabla \boldsymbol{\sigma}(x) \right) B(x) \times R^{-1} B(x)^T \left( \nabla \boldsymbol{\sigma}^T(x) W \right) = 0.$$

В этом случае управление электроприводами (9) будет иметь вид

$$u(x) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T(x) \left( \nabla \boldsymbol{\sigma}^T(x) W \right).$$

Функция критерия качества Г-Я-Б определяется выбором из ряда функций, удовлетворяющих последовательности уравнений Ляпунова (УЛ). ИНС используется для аппроксимации функции критерия качества, связанной с каждым УЛ, с применением метода наименьших квадратов на четко определенной области работы начального стабилизирующего контроллера. По мере увеличения порядка ИНС решение с помощью метода наименьших квадратов, уравнения Г-Я-Б равномерно сходятся к точному решению нелинейного уравнения Г-Я-Б, связанного с входами управления. В результате получается почти оптимальное управление по обратной связи системы управления с ограниченным состоянием. Весовые функ-

ции нейронных сетей будут настроены таким образом, чтобы минимизировать остаточную ошибку по методу наименьших квадратов над множеством точек в области устойчивости начального стабилизирующего управления. Такое решение обеспечивает наименьшую остаточную ошибку по отношению к весовой функции ИНС:

$$\text{УЛ} \left( V^D(x) = \sum_{j=1}^L w_j \sigma_j(x, u) \right) = e_L(x).$$

Чтобы найти решение методом наименьших квадратов, применяют метод взвешенных остатков Финлэйсона [14]. Весовые функции  $W_L$  определяются путем проецирования остаточной ошибки на  $\frac{de_L(x)}{dW_L}$  и постановки результата на нуль  $\forall x \in \Omega$  с использованием внутреннего произведения, т. е.

$$\left\langle \frac{de_L(x)}{dW_L}, e_L(x) \right\rangle = 0,$$

где  $\langle f, g \rangle = \int_{\Omega} fg \, dx$  есть интеграл Лебесгу.

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} & \left\langle \nabla \sigma_L [f(x) + B(x)u], \nabla \sigma_L [f(x) + B(x)u] \right\rangle W_L + \\ & + \left\langle \left( Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right) + 2 \int_0^u \left( \Phi^{-1}(v) \right)^T R \, dv, \right. \\ & \left. \nabla \sigma_L (f(x) + B(x)u) \right\rangle = 0, \end{aligned}$$

где  $\Phi^{-1}(v) = [\varphi(v_1), \varphi(v_1), \dots, \varphi(v_m)]$  – ограниченная взаимно-однозначная функция и монотонная нечетная функция с ее первой производной, ограниченной константой  $m$ . Примером может служить гиперболический тангенс  $\Phi(\cdot) = \tanh(\cdot)$  [15] или другие функции –  $\text{tansig}(\cdot)$ ;  $\text{sigmoid}(\cdot)$ ; ...:

$$\begin{aligned} W_L = & \left\langle \nabla \sigma_L [f(x) + B(x)u], \nabla \sigma_L [f(x) + B(x)u] \right\rangle^{-1} \times \\ & \times \left\langle \left( Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right) + 2 \int_0^u \left( \Phi^{-1}(v) \right)^T R \, dv, \right. \\ & \left. \nabla \sigma_L (f(x) + B(x)u) \right\rangle. \end{aligned}$$

Приближение искусственной нейронной сети может быть улучшено с помощью метода градиентного спуска по ошибке:

$$\begin{aligned} \hat{V}^D(\hat{x}) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left[ \hat{x}^T \left( Q + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \theta^i \right) \hat{x} + u^T R u \right] dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_x \left\{ H[\hat{V}(x), u(x)] \right\}^2 dx. \end{aligned}$$

На  $t$ -м шаге алгоритм генерирует случайное состояние  $x_t$  (либо на границе, либо внутри пространства состояний) и выполняет стохастический градиентный спуск по уменьшающему направлению  $\left\{ H[\hat{V}(x), u(x)] \right\}^2$ . Это дает несмещенную оценку градиента с ограниченной дисперсией для ограниченных весовых функций, как при стандартном обратном распространении.

Предположим, что используется ИНС с одним скрытым слоем и  $n$  скрытыми нейронами, выход которых

$$\hat{V}(x) = \sum_{j=1}^n w_j^2 \sigma \left( \sum_{i=0}^m w_{ij}^1 x_i \right),$$

где  $w_{ij}^1$  ( $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, \dots, n$ ) – входные весовые функции;  $w_j^2$  – выходные весовые функции;  $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]$  – входные координаты;  $w_{0j}$  – весовые смещения;  $\sigma(x) = \text{tansig}(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$  – сигмоидальная функция в виде гиперболического тангенса.

**Модель и структурная схема системы трехзвонного робота-манипулятора (RRR-манипулятор)** показана на рис. 4. Уравнение Лагранжа, описывающее работу манипулятора (5), где

$$M(q_k) = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad \text{– матрица инерции;}$$

$$C(q_k, \dot{q}_k) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \text{– матрица центробежных и кориолисовых сил;}$$

$$F(\dot{q}) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad \text{– матрица сил трения;}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} \quad \text{– матрица сил тяжести;}$$

$q_k, \dot{q}_k$  – обобщенные координаты угла и угловой скорости манипулятора;

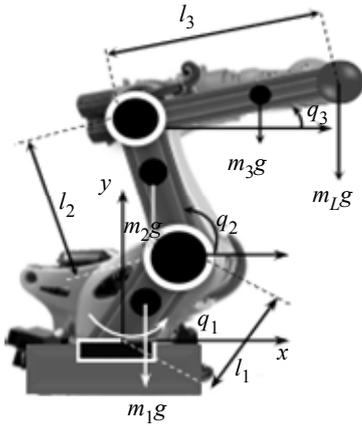


Рис. 4

$$M_{11} = \left( \frac{m_1}{12} + \frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{4} \right) l_1^2 + \left( \frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2} \right) l_2^2 \times$$

$$\times [1 + \cos(2q_2)] + \frac{m_3}{6} l_3^2 [1 + \cos(2q_2 + 2q_3)] +$$

$$+ \frac{m_3}{2} [l_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 l_3 \cos(q_3) +$$

$$+ l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3)] + \left( \frac{m_2}{2} + m_3 \right) l_1 l_2 \cos(q_2);$$

$$M_{22} = \left( \frac{m_2}{3} + m_3 \right) l_2^2 + \frac{m_3}{3} l_3^2 \cos(q_3);$$

$$M_{23} = M_{32} = \frac{m_2}{3} l_3^2 + \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \cos(q_3); M_{33} = \frac{m_3}{3} l_3^2;$$

$$C_{11} = - \left( \begin{aligned} & \left( \frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2} \right) l_2^2 \sin(2q_2) + \frac{m_3}{6} l_3^2 \times \\ & \times \sin(2q_2 + 2q_3) + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \times \\ & \times \sin(q_2 + q_3) + \left( \frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{2} \right) l_1 l_2 \sin(q_2) + \\ & + \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3) \end{aligned} \right) \dot{q}_2 -$$

$$- \left( \begin{aligned} & \frac{m_3}{6} l_3^2 \sin(2q_2 + 2q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \sin(q_2 + q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_2 l_3 \sin(q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3) \end{aligned} \right) \dot{q}_3;$$

$$C_{12} = C_{21} =$$

$$- \left( \begin{aligned} & \left( \frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2} \right) l_2^2 \sin(2q_2) + \frac{m_3}{6} l_3^2 \sin(2q_2 + 2q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \sin(q_2 + q_3) + \left( \frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{2} \right) l_1 l_2 \sin(q_2) + \\ & + \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3) \end{aligned} \right) \dot{q}_1;$$

$$C_{13} = C_{31} = - \left( \begin{aligned} & \frac{m_3}{6} l_3^2 \sin(2q_2 + 2q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \sin(q_2 + q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_2 l_3 \sin(q_3) + \\ & + \frac{m_3}{4} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3) \end{aligned} \right) \dot{q}_1;$$

$$C_{22} = - \left( \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(q_3) \right) \dot{q}_3;$$

$$C_{23} = - \left( \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(q_3) \right) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3);$$

$$C_{32} = \left( \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(q_3) \right) \dot{q}_2;$$

$F_k = b_k \dot{q}_k$ ,  $b_k$  – коэффициенты трения звеньев,  $k = 1, 2, 3$ ;

$$G_2 = \left( \frac{m_2}{2} + m_3 \right) l_2 g \cos(q_2) + \frac{m_3}{2} l_3 g \cos(q_2 + q_3);$$

$$G_3 = \frac{m_3}{2} l_3 g \cos(q_2 + q_3); \mathbf{M} = [M_1 \quad M_2 \quad M_3]^T -$$

вектор совокупности внешних сил, действующих на систему;  $m_k, l_k$  – параметры звеньев,  $k = 1, 2, 3$ ;  $g$  – ускорение свободного падения.

Определяем переменные состояния:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}.$$

Неопределенность и другие свойства нагрузки приведут к изменениям в матрице инерции  $M(q_k)$  и динамике системы. Для включения этих неопределенностей в конструкцию управления обозначим фактическую нагрузку как  $m_L = m_0 + \Delta m_L$ , неизвестную – как  $\Delta m_L$ .

Система управления электроприводами робота моделируется с параметрами, представленными в таблице.

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$m_1$ , кг	330	$J_2$ , кг·м <sup>2</sup>	$0.21 \cdot 10^{-3}$
$m_2$ , кг	185	$J_3$ , кг·м <sup>2</sup>	$0.14 \cdot 10^{-3}$
$m_3$ , кг	100	$b_1$	$15.65 \cdot 10^{-3}$
$l_1$ , м	0.4	$b_2$	$6.15 \cdot 10^{-3}$
$l_2$ , м	0.6	$b_3$	$3.25 \cdot 10^{-3}$
$l_3$ , м	0.6	$m_0$ , кг	50
$J_1$ , кг·м <sup>2</sup>	$0.74 \cdot 10^{-3}$	$\Delta m_L / m_0$ , %	0–100

Значения структурных компонентов искусственной нейронной сети после обучения в соответствии с набором данных оптимального управления  $\theta$ -D:

входы:

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]^T = [\dot{q}_1 \ \Delta m_L \ e_{q1} \ e_{q2} \ e_{q3} \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T;$$

входные весовые функции:

$$w_{10 \times 7}^1 = \begin{bmatrix} 0.1533 & -0.0313 & -0.0325 & 0.5396 & 0.5499 & -0.0605 & -0.3531 \\ -0.3146 & 0.0162 & 0.1946 & -0.0409 & 0.5304 & -0.1517 & -0.7292 \\ -0.0862 & 0.0927 & -0.1375 & 0.6475 & -0.5069 & -0.5093 & -0.8487 \\ -0.0583 & 0.0910 & -0.1664 & 0.0556 & 0.4719 & 0.0002 & -0.2120 \\ 0.3890 & -0.0841 & -0.3101 & 0.4754 & -0.0744 & 0.1098 & -0.2943 \\ -0.2636 & -0.0800 & 0.4308 & 0.4966 & 0.4843 & -0.0481 & -0.3298 \\ -0.3259 & 0.0753 & 0.1507 & 0.1089 & -0.1182 & 0.1263 & 0.3907 \\ -0.0023 & -0.0589 & 0.4386 & 0.1886 & -0.1455 & 0.0932 & -0.3010 \\ -0.3478 & 0.0563 & -0.1430 & -0.6380 & -0.9051 & 0.3087 & 0.7198 \\ 0.1218 & -0.0940 & 0.2403 & 0.5174 & -0.2390 & -0.2327 & 0.0393 \end{bmatrix};$$

входные весовые смещения:

$$b_{10 \times 1}^1 = \begin{bmatrix} -0.3643 \\ -0.1819 \\ 0.5557 \\ 0.0455 \\ 0.0433 \\ 0.5285 \\ 0.5515 \\ -0.7605 \\ -0.7040 \\ -0.2756 \end{bmatrix};$$

активные функции скрытого слоя:

$$g(n_{10 \times 1}^1) = \text{tansig} \left( \sum_{k=1}^{10} w_{kj}^1 x_k + b_k^1 \right);$$

выходные весовые смещения:

$$b_{3 \times 1}^2 = \begin{bmatrix} -0.4186 \\ 0.0794 \\ -0.1965 \end{bmatrix};$$

выходные весовые функции:

$$w_{3 \times 10}^2 = \begin{bmatrix} -0.8903 & 0.6955 & -0.7213 & -0.1329 & -0.6452 & 1.4586 & 0.6436 & 0.4799 & 0.2088 & -0.3891 \\ 0.0335 & 1.5349 & -1.8253 & 0.3400 & 0.5081 & -0.0153 & -0.0087 & -0.4224 & -1.1495 & -1.1375 \\ 0.9698 & -0.1997 & 0.2800 & 0.9677 & -0.2621 & 0.7372 & -1.2055 & 0.6220 & 0.0745 & -1.0774 \end{bmatrix}.$$

активные функции выходного слоя:

$$g(n_{3 \times 1}^2) = \text{purelin} \left( \sum_{j=1}^3 w_{ji}^2 g(n_{10 \times 1}^1) + b_j^2 \right);$$

выходы:

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [M_1 \ M_2 \ M_3]^T;$$

$$y_i = g(n_{3 \times 1}^2) = \text{purelin} \left( \sum_{j=1}^{10} w_{ji}^2 g(n_{10 \times 1}^1) + b_j^2 \right) = \text{purelin} \left[ \sum_{j=1}^3 w_{ji}^2 \text{tansig} \left( \sum_{k=1}^{10} w_{kj}^1 x_k + b_k^1 \right) + b_j^2 \right].$$

**Результат экспериментального моделирования.**

Модель RRR-манипулятора моделируется в среде Matlab/Simulink с сигналом управления вида  $q_1 = \sin 5t + \cos 7t$  рад;  $q_2 = \sin 4t + \cos 6t$  рад;  $q_3 = \sin 4t + \cos 5t$  рад. Возмущение нагрузки выбирается в виде  $\Delta m_L = 50 \sin 15t$  кг. Результаты моделирования показаны на рис. 5:  $a$  – положение,  $b$  – ошибка положения первого звена; рис. 6:  $a$  – положение,  $b$  – ошибка положения 2-го звена; рис. 7:  $a$  – положение,  $b$  – ошибка положения 3-го звена (обозначения: 1 – положение с компенсатором ЛКГ; 2 – положение с компенсатором ИНС; 3 – ошибка положения с компенсатором ЛКГ; 4 – ошибка положения с компенсатором ИНС).

На основе искусственной нейронной сети синтезируется нейронный компенсатор момента с десятью нейронами в скрытом слое, с семью состояниями манипулятора, в которых возмущение нагрузки является входом ИНС и позволяет выбрать желаемый сигнал или случайный вид через фильтр нижних частот, три входа соответствуют желаемым моментам манипулятора. Входные и

выходные данные построены с применением метода робастного метода  $\theta$ -D, методики обучения байесовской регуляризации обратного распространения. Моделирование выполняется двумя

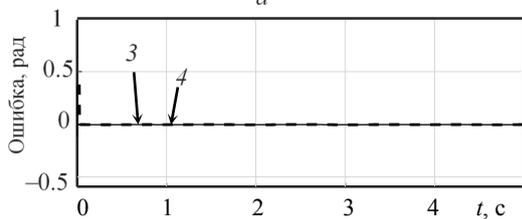
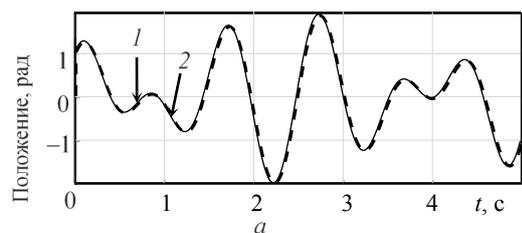


Рис. 5

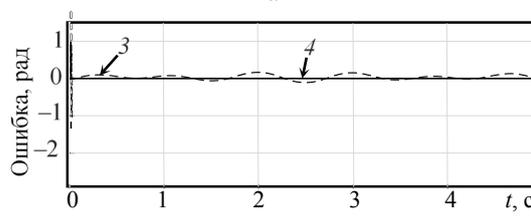
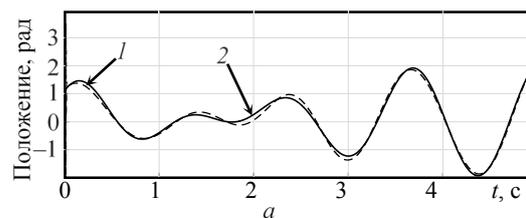


Рис. 7

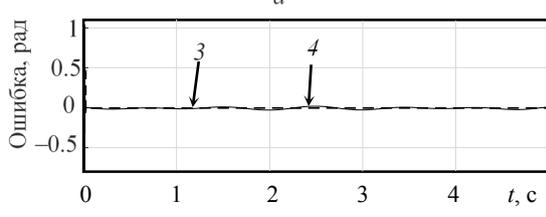
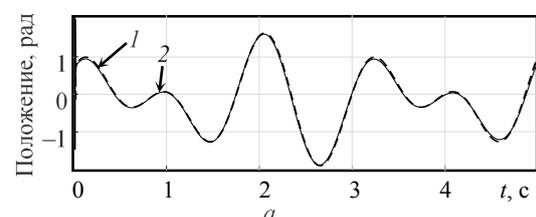


Рис. 6

способами: с линейным регулятором электропривода в сочетании с нелинейным оптимальным компенсатором момента на основе ЛКГ и с нейронным компенсатором момента на основе робастного управления  $\theta$ -D.

Результаты, представленные на рис. 5–7, показали, что нейронный компенсатор момента, построенный на основе робастного управления компенсирует возмущающие воздействия на исполнительный орган робота-манипулятора положения, обеспечивая заданный критерий качества системы при больших вариациях нагрузки. Этот метод с оптимальным решением управления может применяться к широкому классу нелинейных динамических систем с неопределенностями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rahman M. A., Hoque M. A. On-line self-tuning ANN-based speed control of a PM DC motor // IEEE ASME Transactions on Mechatronics. 1997. Vol. 2, № 3. P. 169–178.
2. Cheng T., Lewis F. L., Abu-Khalaf M. A neural network solution for fixed-final time optimal control of nonlinear systems // Automatica. 2007. Vol. 43, № 3. P. 482–490.
3. Nakamura Y. Advanced robotics: redundancy and optimization. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1990.
4. Chen C. Self-tuning PID control of induction motor speed control system based on diagonal recurrent neural network // Intern. J. of Control and Automation. 2015. Vol. 8, № 10. P. 321–334.
5. Robust control of induction motor speed regulation system based on fuzzy neural network generalized inverse / G. Liu, C. Teng, B. Dong, L. Chen, V. Jiang // Control and Decision Conf. (CCDC), 2010 Chinese. China: IEEE, 2010. P. 2729–2732.
6. Rubaai A., Kotaru R., Kankam M. D. A continually online-trained neural network controller for brushless DC motor drives // IEEE transactions on industry applications. 2000. Vol. 36, № 2. P. 475–483.
7. Direct torque control based multi-level inverter and artificial neural networks of wind energy conversion system / A. Moualdia, Dj. Boudana, O. Bouchhida, P. Wira // Modelling, Identification and Control (ICMIC), 2016 8th Intern. Conf. on. Algiers, Algeria: IEEE, 2016. P. 49–54.
8. Singh H. P., Sukavanam N., Panwar V. Neural network based compensator for robustness to the robot manipulators with uncertainties // Mechanical and Electrical Technology (ICMET), 2010 2nd Intern. Conf. on. Singapore: IEEE, 2010. P. 444–448.
9. Овчинников И. Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе. СПб.: Корона-Век, 2007.
10. A park-like transformation for the study and the control of a nonsinusoidal brushless dc motor / D. Grenier, A. Dessaint, Q. Akhrif, J. P. Louis // Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1995. Proc. of the 1995 IEEE IECON 21st Intern. Conf. on. Dayton, OH, USA: IEEE, 1995. Vol. 2. P. 836–843.
11. Analysis of electric machinery and drive systems / P. Krause, O. Wasynczuk, S. Sudhoff, S. Pekarek. John Wiley & Sons, 2013. URL: [https://play.google.com/store/books/details/Analysis\\_of\\_Electric\\_Machinery\\_and\\_Drive](https://play.google.com/store/books/details/Analysis_of_Electric_Machinery_and_Drive)

---

Systems\_E?id=ocr9wSmSZEsC&hl=ru (дата обращения 23.08.2018).

12. Xin M., Balakrishnan S. N. A new method for suboptimal control of a class of non-linear systems // Optimal Control Applications and Methods. 2005. Vol. 26, № 2. P. 55–83.

13. Белов М. П., Чан Д. Х., Фьюнг Ч. Х. Нелинейное оптимальное управление роботами-манипуляторами в неопределенных условиях // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 6. С. 66–72.

14. Finlayson B. A. The method of weighted residuals and variational principles. New York: Academic Press, 1972. 412 p.

15. Lyshevski S. E. Optimal control of nonlinear continuous-time systems: Design of bounded controllers via generalized nonquadratic functionals // American Control Conf. 1998. Proc. of the 1998. Philadelphia, America: IEEE, 1998. Vol. 1. P. 205–209.

---

T. D. Khoa, M. P. Belov

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## LINEAR CONTROL OF THE ELECTRIC DRIVES OF BRUSHLESS DC MOTOR OF THE ROBOT MANIPULATOR USING A NEURAL TORQUE COMPENSATOR BASED ON ROBUST CONTROL

*Presents a model of robot manipulator control based on an electrical drives of Brushless DC motor using an artificial neuron network (ANN) based on robust control as a torque compensator in the presence of uncertain dynamics due to unknown load and changes in system parameters. The structures of the neural torque compensator (NTC) are analyzed. The quality criterion of the control system was evaluated in combination with a nonlinear optimal torque compensator based on LQG control and a NTC based on Theta-D robust control. The learning process of a NTC is based on reference data generated by a robust controller operating on the basis of a dynamic system quality criterion. Optimal proportional-integral regulators of electric drives, including a torque loop with a feedback signal, are provided by a NTC of the manipulator torque, speed loop and position loop, provide the control system with the required dynamic characteristics.*

**Robust control  $\theta$ -D, neural compensator, artificial neural network**

---