

Исследование адаптивного скользящего режима управления для гетерогенной мультиагентной системы

В. Сюй

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

769059944@qq.com

Аннотация. Рассмотрена проблема адаптивного управления для гетерогенных мультиагентных систем, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, с учетом влияния неизвестных возмущений. Предлагается алгоритм адаптивного управления в скользящем режиме, представляющий собой настраиваемый двухпараметрический регулятор. На основе метода функций Ляпунова представлено доказательство глобальной устойчивости рассматриваемой системы и сходимости алгоритма за конечное время. Показаны результаты компьютерного моделирования адаптивной системы управления, где продемонстрирована более быстрая сходимость адаптивного алгоритма и меньшие энергозатраты по сравнению с регулятором с фиксированными коэффициентами.

Ключевые слова: мультиагентные системы, дифференциальные уравнения в частных производных, адаптивное управление в скользящем режиме, сходимость за конечное время

Для цитирования: Сюй В. Исследование адаптивного скользящего режима управления для гетерогенной мультиагентной системы // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2026. Т. 19, № 2. С. 62–70. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-2-62-70.

Scientific article

Study of Adaptive Sliding Mode Control for Heterogeneous Multi-Agent Systems

W. Xu

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

769059944@qq.com

Abstract. Addresses the problem of adaptive control for heterogeneous multi-agent systems described by partial differential equations, taking into account the influence of unknown disturbances. An adaptive sliding mode control algorithm is proposed, which consists of a tunable two-parameter regulator. Based on the Lyapunov function method, a proof of global stability for the considered system is presented, along with the convergence of the algorithm in finite time. The results of computer simulations of the adaptive control system are shown, demonstrating faster convergence of the adaptive algorithm and lower energy consumption compared to a fixed-gain regulator.

Keywords: multi-agent systems, partial differential equations, adaptive sliding mode control, finite-time convergence

For citation: Xu W. Study of Adaptive Sliding Mode Control for Heterogeneous Multi-Agent Systems // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2026. Vol. 19, no. 2. P. 62–70. doi: 10.32603/2071-8985-2026-19-2-62-70.

Введение. В последние годы, с бурным развитием таких технологий, как кластеры беспилотных летательных аппаратов, автоколонны с автономным управлением и формации роботов,

координационное управление мультиагентными системами (МАС) стало одной из ключевых областей исследований в теории управления [1]. Такие системы могут состоять из большого количе-

ства агентов, с различной динамикой, коммуникационными возможностями и распределением задач, что приводит к экспоненциальному расширению пространства параметров при моделировании на основе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и возникающим сопутствующим проблемам с синтезом классических законов управления. Один из подходов к описанию подобных сложных систем – аппарат дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) [2]–[5], позволяющий, в том числе, проводить анализ устойчивости математически строгими методами.

В литературе известны следующие работы по синтезу управления МАС, описанными в форме ДУЧП. В [5] предложено управление скользящим режимом для системы параболических ДУЧП с использованием преобразования Вольтерры, что привело к значительному снижению вычислительной сложности, однако ориентировано в основном на гомогенные системы. Применение алгоритма бэкстеппинга совместно с наблюдателем продемонстрировано в [6] для управления формированием МАС с изменяющимися во времени параметрами. Достижение консенсуса продемонстрировано в [7] для системы МАС с прямой переключающейся топологией. В [8] исследовано управление скользящим режимом для достижения синхронизации группы агентов, описываемой уравнением теплопроводности. В условиях действующих возмущений и неопределенностей адаптивное управление получило широкое признание благодаря обеспечению робастности [9]–[11]. Современные требования к адаптивности систем могут быть реализованы различными регуляторами с настраиваемыми параметрами [12], управление формацией представлено с помощью широко известной пропорционально-интегральной формы. Однако его интеграция с МАС на основе ДУЧП остается недостаточно изученной с точки зрения достижения консенсуса и оптимального уровня затрат на управление.

Чрезвычайно строгие требования ко времени отклика современных МАС (порядка 2–3 с) [13], [14] при выполнении различных маневров выйдут далеко за рамки теоретической концепции традиционной асимптотической устойчивости. Достижение устойчивости за конечное время имеет решающее значение для приложений реального времени, но создает дополнительные сложности в системах управления с ДУЧП [15], [16]: построение функционалов Ляпунова для

систем бесконечной размерности значительно сложнее, чем в конечномерном случае; оценка времени сходимости для систем с ДУЧП должна учитывать эффекты пространственного распределения; количественная связь между адаптивными параметрами и временем сходимости в существующей литературе еще не установлена.

Постановка задачи. На основе приведенного теоретического анализа и практических требований в данной статье предлагается метод адаптивного управления скользящим режимом для гетерогенной МАС, описанной волновым ДУЧП, а также теоретическая основа для анализа сходимости за конечное время в системах с ДУЧП и явная формула для оценки времени сходимости.

Описание МАС в форме непрерывного ДУЧП. В [6]–[12] прослеживается переход к описанию МАС с помощью волнового ДУЧП из-за ряда преимуществ. Динамика гетерогенной МАС, описанная волновым уравнением, учитывает взаимодействие между агентами и их реакцию на изменения в окружающей среде [17], а также имеет возможности масштабирования, простоту анализа устойчивости и универсальность. Эти свойства делают его эффективным инструментом для моделирования и управления МАС различного назначения. Рассмотрим следующую систему ДУЧП второго порядка по времени и второго порядка по пространству, относящуюся к классу уравнений, описывающих волновые процессы с переменной скоростью распространения волн [6], [7], [12], [17]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t) + d(x, t), \quad (1)$$

$$(x, t) \in [0, L] \times [0, \infty),$$

где $u(x, t)$ – состояние системы; $c^2(x)$ – функция, определяющая скорость распространения волн; $f(x, t)$ – управляющее воздействие; $d(x, t) \in L^2([0, L])$ – пространственно-распределенное возмущение, удовлетворяющее условию $\|d(\cdot, t)\|_{L^2} \leq \bar{d}$. В контексте МАС $c^2(x)$ характеризует гетерогенность системы, например плотность агентов или их взаимодействие; $c^2(x)$ может быть интерпретирована как мера устойчивости системы: высокая скорость может означать более быстрое распространение информации или влияния между агентами.

Для систем (1) основные проблемы при синтезе классического скользящего регулятора связаны со следующим:

1. Необходимость учитывать бесконечномерное возмущение, действующее в каждой точке пространства, что эквивалентно необходимости бесконечного числа адаптивных параметров.

2. Распространение возмущения вдоль характеристик, скорость изменения которых определяется функцией $c(x)$. Это приводит к тому, что локальное возмущение оказывает глобальное влияние на систему.

3. Управление скользящим режимом требует знания поверхности скольжения во всей рассматриваемой пространственной области. Однако на практике реконструкция по измерениям поверхности скольжения имеет существенные неточности.

Проектирование поверхности скольжения и стратегия адаптивного управления. Адаптивное управление скользящим режимом реализуется следующим образом [9], [10]:

$$u_c(t) = -k_1(t)s(0,t) - k_2(t)\text{sign}(s(0,t)),$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты усиления адаптивного граничного скользящего управления.

Для соответствующего класса систем ДУЧП (1) существует неравенство типа Пуанкаре, отражающее внутренние свойства системы:

$$|s(0,t)|^2 \geq \eta \int_0^L s^2(x,t) dx, \quad \eta > 0,$$

где $s(x,t)$ – поверхность скольжения; $\eta > 0$ – постоянная, зависящая от параметров системы. Это позволяет оценивать состояние всей системы по граничной информации.

Тогда управляющее воздействие может быть сформировано следующим образом:

$$f(x,t) = -c^2(x) \frac{\partial^2 u_d}{\partial x^2} - \beta s(x,t),$$

где $\beta > 0$ – коэффициент усиления распределенного управляющего воздействия по поверхности скольжения; u_d – заданное (желаемое) распределение состояния системы.

Первый член представляет собой прямую компенсацию, а второй обеспечивает распределенное скользящее воздействие. Такая структура управления гарантирует, что динамика скольжения удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\beta s + \tilde{d}(x,t),$$

где \tilde{d} – эквивалентное возмущение. Если \tilde{d} достаточно велико, можно гарантировать ограниченность

$|s(\cdot,t)|_{L^2}$, что закладывает основу для дальнейшего достижения сходимости за конечное время.

Анализ устойчивости и сходимости за конечное время. Для комплексного анализа эволюции энергии системы, динамики скользящего режима и поведения адаптивных коэффициентов усиления построим составной функционал Ляпунова $V(t)$, представляющий собой широко применяемый и эффективный метод анализа адаптивных систем управления с ДУЧП:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t),$$

где $V_1(t)$ описывает энергию системы; $V_2(t)$ – энергию поверхности скольжения, а $V_3(t)$ – энергию ошибок адаптивных параметров.

Для анализа устойчивости управляемой системы применяется метод функционалов Ляпунова. Рассмотрим энергетический функционал вида

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\rho_1 u^2 + \rho_2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \rho_3 c^2(x) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \frac{\mu}{2} \int_0^L s^2(x,t) dx + \frac{1}{2\gamma_1} (k_1 - k_1^*)^2 + \frac{1}{2\gamma_2} (k_2 - k_2^*)^2,$$

где μ , ρ_2 – положительные весовые постоянные; k_1 , k_2 – коэффициенты усиления адаптивного граничного скользящего управления; k_1^* , k_2^* – соответствующие им неизвестные идеальные значения этих коэффициентов усиления.

Теорема. Если параметры удовлетворяют следующим условиям: соотношения для весовых коэффициентов энергетических членов: $\rho_1 = \alpha \rho_2$, $\rho_3 = \lambda \rho_2$, где $\alpha > 0$, $\lambda > 0$ заданные весовые коэффициенты поверхности скольжения, условие для весового коэффициента поверхности скольжения: $\mu > \rho_2$, коэффициент распределенного управления $\beta > \max\{\alpha, \lambda, 2\bar{d}/\sqrt{\mu}\}$, тогда существуют положительные постоянные c_1 , c_2 и $\theta = 1/2$, такие, что:

$$\dot{V}(t) \leq -c_1 V(t) - c_2 V^{1/2}(t).$$

Доказательство. Продифференцируем $V(t)$, используя уравнение ДУЧП, закон управления и применяя интегрирование по частям.

Согласовав параметры ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , обеспечиваем взаимное уничтожение перекрестных членов в производных функционалов $V_1(t)$ и $V_2(t)$.

При обработке граничных членов производные составляющие \dot{V}_3 точно сокращаются с членами

$(k_1 - k_1^*)s^2(0, t) + (k_2 - k_2^*)|s(0, t)|$, возникающими из $\dot{V}_1 + \dot{V}_2$ после подстановки адаптивного закона.

Используя неравенство Коши–Буняковского и неравенство типа Пуанкаре в сочетании с выбором β и k_i^* , окончательно получаем формулу $\dot{V}(t) \leq -c_1 V(t) - c_2 V^{1/2}(t)$.

Для дифференциального неравенства $\dot{V} \leq -c_1 V - c_2 V^{1/2}$, когда член $c_1 V$ относительно мал, член $c_2 V^{1/2}$ становится доминирующим и система демонстрирует сходимость за конечное время.

Когда $V(t) \rightarrow 0$, время сходимости удовлетворяет оценке:

$$T \leq 2V^{1/2}(0)/c_2.$$

Численное моделирование. Для проверки эффективности предложенного метода адаптивного скользящего управления для гетерогенных МАС, описываемых ДУЧП, здесь – результаты численного моделирования с помощью платформы MatLab. Параметры моделирования: пространственная область $L = 10$, параметр гетерогенности $c(x) = 1 + 0.8 \sin(\pi x)$. Начальное состояние $u(x, 0) = \sin(\pi x)$. Возмущение задано следующей функцией $d(x, t) = 0.2 \cos(2\pi x) \sin(t)$. Параметры регулятора: $\alpha = 1.0$; $\lambda = 0.5$; $\beta = 2.0$; $\gamma_1 = 5.0$; $\gamma_2 = 2.0$, где γ_1 и γ_2 – коэффициенты адаптации граничных коэффициентов усиления k_1 и k_2 .

На рис. 1 представлена трехмерная пространственно-временная эволюция состояния $u(x, t)$ гетерогенной МАС. Несмотря на наличие непрерывного пространственно-временного распределенного возмущения $d(x, t)$, после момента времени $t = 10$ с состояние системы практически сходится к желаемому нулевому значению.

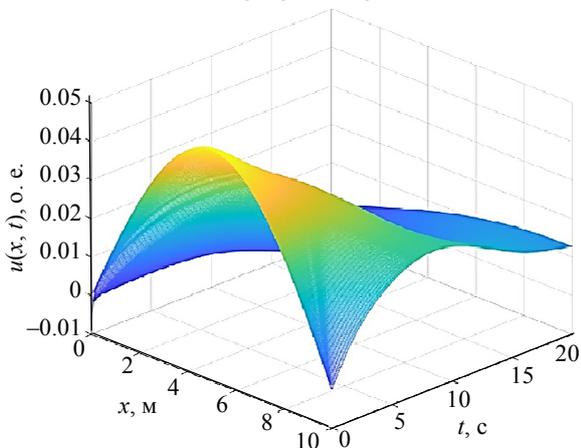


Рис. 1. Эволюция состояния гетерогенной мультиагентной системы
Fig. 1. Evolution of the state of a heterogeneous multi-agent system

Как показано на рис. 2, пространственно-временная эволюция переменной скольжения $s(x, t)$ наглядно демонстрирует динамический процесс сходимости системы к поверхности скольжения с последующим поддержанием скользящего режима. Уже после ≈ 2 с регулирования поверхность скольжения формируется в практически плоскую конфигурацию, причем переменная скольжения во всей пространственной области сходится к нулю, что подтверждает эффективность предложенного управления во всей пространственной области.

Как показано на рис. 3, эволюция адаптивных коэффициентов усиления непосредственно отражает адаптивные возможности регулятора. Оба коэффициента усиления $k_1(t)$ и $k_2(t)$ демонстрируют различные динамические характеристики:

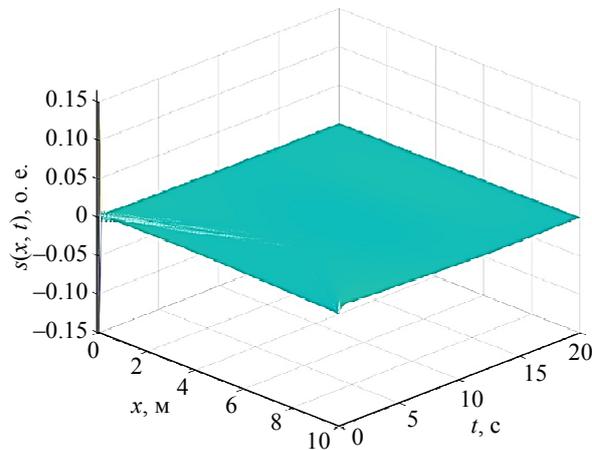


Рис. 2. Эволюция поверхности скольжения
Fig. 2. Evolution of the sliding surface

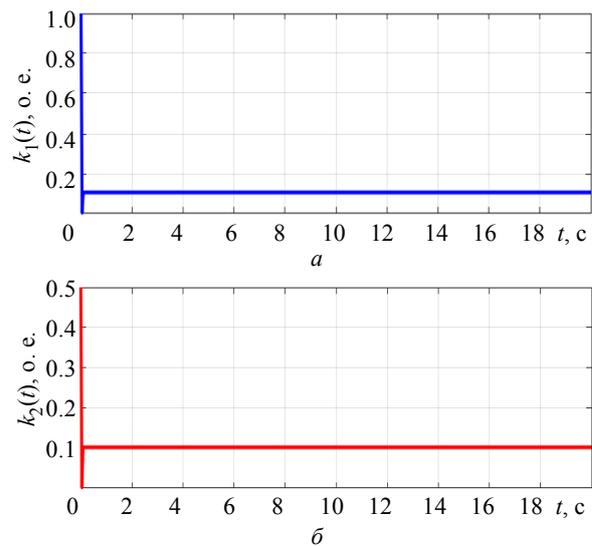


Рис. 3. Эволюция адаптивных коэффициентов усиления: а – $k_1(t)$; б – $k_2(t)$
Fig. 3. Evolution of adaptive gain factors: а – $k_1(t)$; б – $k_2(t)$

коэффициент k_1 при запуске системы мгновенно возрастает с начального значения 0.01 до ≈ 1.0 , обеспечивая быстрое подавление начального отклонения. В то же время, коэффициент $k_2(t)$ изменяется более плавно, постепенно возрастая с 0.01 до 0.5 с последующей стабилизацией около 0.1, эффективно подавляя характерное для скользящего режима явление чаттера. Оба параметра сходятся к ограниченным значениям, что не только гарантирует устойчивость системы управления, но и существенно снижает энергозатраты системы управления.

Для комплексной оценки производительности сходимости системы на рис. 4 показаны эволюционные характеристики ошибки отслеживания $e(x, t) = u(x, t) - u_d(x, t)$, где $u_d(x, t)$ – заданное (желаемое) распределение состояния, рассмотренные с нескольких точек зрения. На рис. 4: *a* – показана эволюция ошибки отслеживания; *б* – пространственное распределение ошибки в различные моменты времени; *в* – изменение максимальной ошибки $\|e\|_\infty$ во времени; *г* – эволюция

ошибки в различных пространственных точках. В момент времени $t = 2$ с пиковое значение ошибки снижается до менее 50 % от начального уровня, что свидетельствует о быстрой начальной сходимости системы. К моменту $t = 10$ с ошибка практически сходится к нулю, достигая значений менее 10^{-3} во всей пространственной области. На момент $t = 20$ с, несмотря на наличие непрерывного внешнего возмущения, система сохраняет устойчивость, поддерживая ошибку на уровне 10^{-3} . Эти результаты убедительно подтверждают выводы теоретического анализа о сходимости за конечное время.

Как показано на рис. 5, характеристики граничной динамики дополнительно подтверждают эффективность стратегии управления. Граничная переменная скольжения $s(0, t)$ после кратковременных колебаний на начальном этапе сходится к нулю в течение 0.5 с и сохраняет устойчивость. Соответственно, граничное управляющее воздействие $u_c(t)$ демонстрирует рациональный процесс регулирования: на начальной стадии прикладывается большая величина управления для быстрой

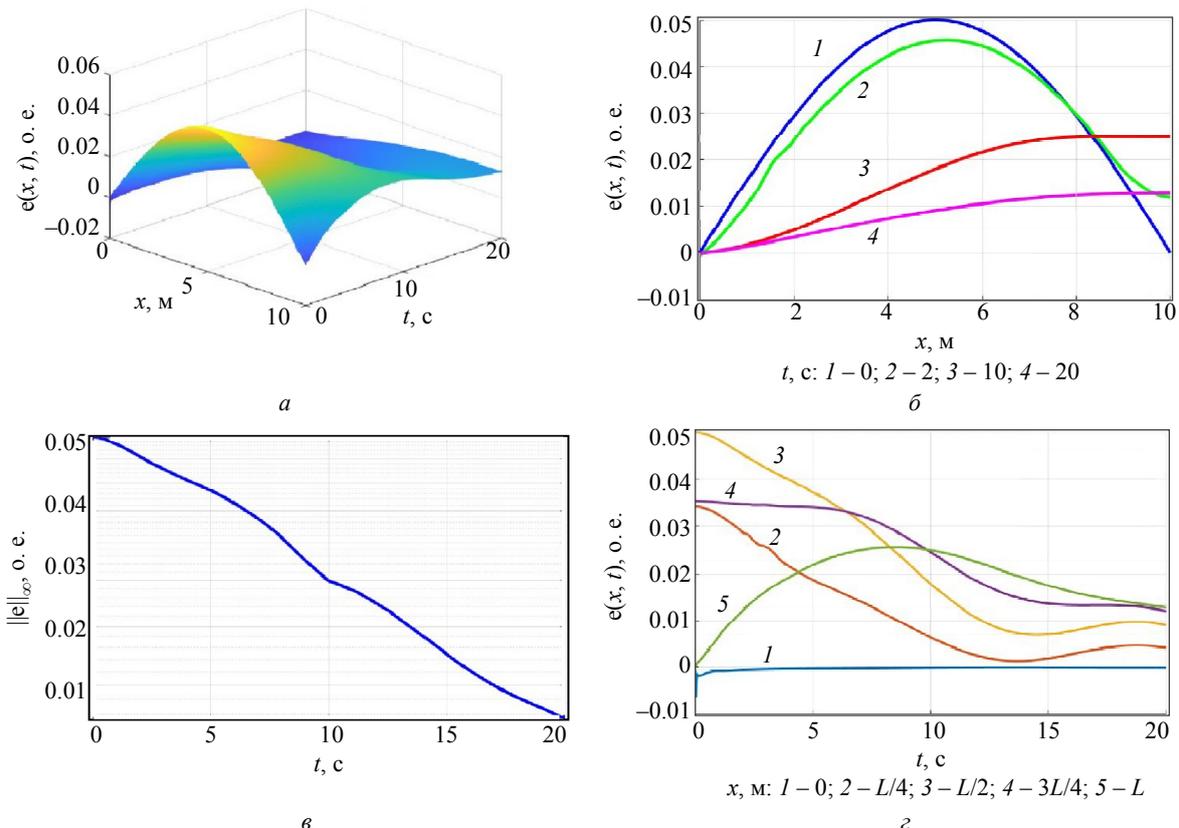


Рис. 4. Верификация характеристик сходимости: *a* – эволюция ошибки отслеживания; *б* – пространственное распределение ошибки в различные моменты времени; *в* – изменение максимальной ошибки $\|e\|_\infty$ во времени; *г* – эволюция ошибки в различных пространственных точках
Fig. 4. Verification of convergence characteristics: *a* – evolution of the tracking error; *б* – spatial distribution of the error at different time instants; *в* – time evolution of the maximum error $\|e\|_\infty$;
г – evolution of the error at different spatial locations

стабилизации системы, после чего интенсивность управления автоматически снижается в соответствии с состоянием системы, в конечном итоге асимптотически приближаясь к нулю. Такие адаптивные характеристики регулирования не только повышают эффективность управления, но и продлевают срок службы исполнительных механизмов.

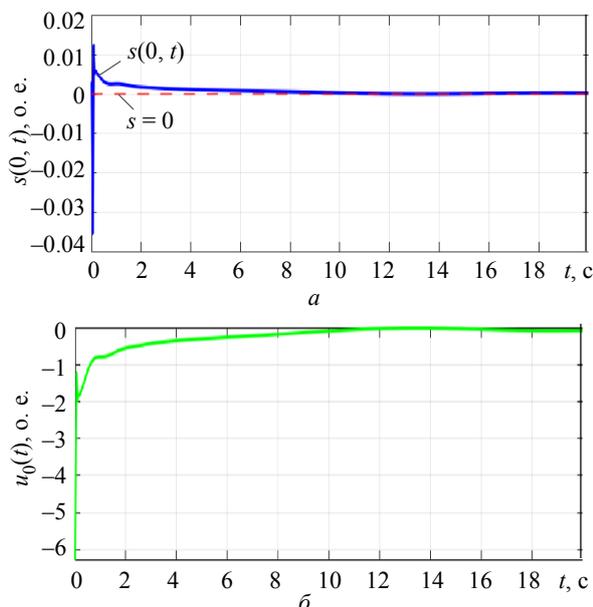


Рис. 5. Граничные динамические характеристики: a – сходимость граничной поверхности скольжения $s(0, t)$; b – граничное управляющее воздействие $u_0(t)$

Fig. 5. Boundary dynamic characteristics: a – convergence of the boundary sliding surface $s(0, t)$; b – boundary control input $u_0(t)$

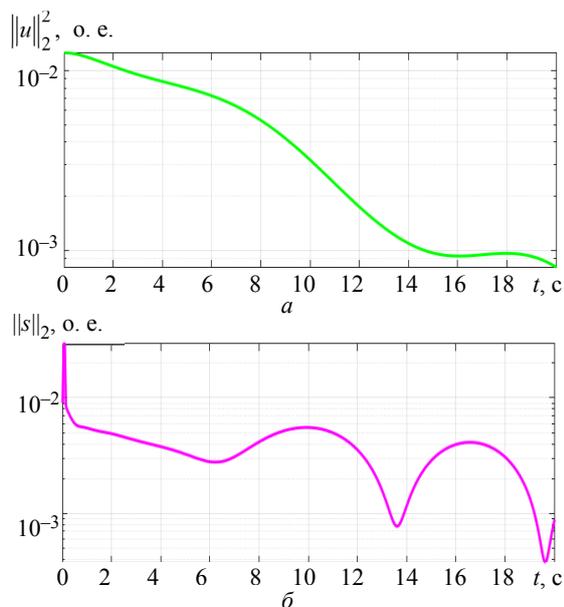


Рис. 6. Характеристики сходимости энергии системы (a) и нормы поверхности скольжения (b)

Fig. 6. Characteristics of convergence of the system energy (a) and the sliding surface norm (b)

Как показано на рис. 6, использование логарифмической шкалы позволяет наглядно продемонстрировать характеристики сходимости энергии системы и нормы поверхности скольжения.

Энергия системы $\|u\|_2^2$ снижается с начального уровня порядка 10^{-2} на три порядка величины в первые 10 с, достигая порядка 10^{-3} , демонстрируя явно выраженный экспоненциальный характер сходимости. Это полностью согласуется с дифференциальным неравенством, полученным в теоретическом анализе. Хотя величина $\|s\|_2$ немного колеблется из-за влияния периодических возмущений, в целом она остается на уровне порядка 10^{-3} , успешно поддерживая режим скольжения.

Обсуждение результатов. В данном подразделе проводится сравнительный анализ адаптивного скользящего управления и скользящего управления с фиксированными коэффициентами. При идентичных параметрах системы, начальных условиях и возмущающих воздействиях два метода демонстрируют существенные различия в производительности.

В аспекте коэффициентов усиления управления методу с фиксированными коэффициентами требуется консервативная настройка по наихудшему сценарию: значения $k_1 = 2.0$ и $k_2 = 1.0$ необходимы для гарантированной устойчивости системы во всех режимах. В отличие от этого, коэффициенты усиления в адаптивном методе динамически настраиваются в соответствии с фактическим состоянием системы, стабилизируясь на значениях $k_1 \approx 0.1$ и $k_2 \approx 0.1$, что означает снижение коэффициентов усиления управления более чем на 90 % по сравнению со случаем фиксированных коэффициентов. Такое значительное снижение не только обеспечивает меньшие энергозатраты, но и сокращает износ исполнительных механизмов.

В отношении скорости сходимости адаптивное управление демонстрирует превосходную динамическую производительность. При адаптивном управлении эффективная стабилизация системы достигается в течение 10 с, тогда как методу с фиксированными коэффициентами требуется приблизительно 15 с для достижения аналогичной точности. Эта характеристика быстрой сходимости имеет важное значение для приложений с жесткими временными ограничениями.

С точки зрения качества управления адаптивный метод эффективно подавляет высокочастотный чаттеринг. Благодаря механизму адаптивной

настройки управляющие сигналы становятся более сглаженными, без частых переключений, характерных для систем с высокими фиксированными коэффициентами. Это не только повышает точность управления, но и существенно улучшает практическую применимость системы.

Комплексный анализ результатов моделирования всесторонне подтверждает эффективность и превосходство предложенного метода адаптивного скользящего управления для гетерогенных МАС на основе ДУЧП. Данный метод успешно решает проблему высокой размерности, с которой сталкиваются традиционные подходы при обработке крупномасштабных гетерогенных систем, обеспечивает эффективное подавление распределенных возмущений посредством адаптивного механизма и гарантирует сходимости системы за конечное время.

Выводы и заключение. В данной статье отражено решение проблемы робастного управления гетерогенными МАС в условиях неизвестных распределенных возмущений за счет предложения метода адаптивного скользящего управления на основе моделей ДУЧП.

Достигнуты следующие результаты:

1. Синтезирован адаптивный регулятор скользящего режима с двумя параметрами, который использует лишь локальную граничную информацию для подавления возмущений во всей области. Глобальная эффективность управления обеспечена за счет установления нормы гранично-областного неравенства наблюдаемости.

2. Построен составной функционал Ляпунова, с помощью которого строго доказана устойчивость системы за конечное время. Результаты численного моделирования подтверждают эффективность предложенного метода: система стабилизируется в течение 10 с, адаптивные коэффициенты усиления сходятся к уровням, составляющим 10 % от значений в методе с фиксированными коэффициентами, эффективно подавляется явление чаттера, сохраняется высокая робастность при непрерывных возмущениях.

Проведенное исследование создает новые теоретические инструменты и технические подходы для координационного управления крупномасштабными гетерогенными МАС.

Список литературы

1. Jia Y. Application scenarios and countermeasures of distributed coordination control system considering failure individuals // *Distributed Coordination Contr. Syst.* Singapore: Springer Nature Singapore, 2025. P. 111–129. doi: 10.1007/978-981-96-0365-7_7.
2. Rios-Torres J., Malikipoulos A. A. A survey on the coordination of connected and automated vehicles at intersections and merging at highway on-ramps // *IEEE Trans. on Intelligent Transp. Syst.* 2016. Vol. 18, no. 5. P. 1066–1077. doi: 10.1109/TITS.2016.2600504.
3. PDE-based consensus control for leader-follower multi-agent systems / X. Cui, Ya. He, Zh. Liu, Z. Wang, Sh. Zhao // 2022 17th Intern. Conf. on Contr., Automation, Robotics and Vision (ICARCV). Singapore: IEEE, 2022. P. 643–646. doi: 10.1109/ICARCV57592.2022.10004243.
4. Freudenthaler G. Formation control of multi-agent-systems based on continuum models. Thesis for: PhD. Technische Universität Wien, 2021. 234 p. doi: 10.34726/hss.2021.86472.
5. Cheng M.-B., Radisavljevic V., Su W.-Ch. Sliding mode boundary control of a parabolic PDE system with parameter variations and boundary uncertainties // *Automatica*. 2011. Vol. 47, no. 2. P. 381–387. doi: 10.1016/j.automatica.2010.10.045.
6. Qi J., Zhang J., Ding Y. Wave equation-based time-varying formation control of multiagent systems // *IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol.* 2017. Vol. 26, no. 5. P. 1578–1591. doi: 10.1109/TCST.2017.2742985.
7. Consensus of wave PDE agents under switching graphs / Y. Chen, G. Wang, Y. Guo, L. Xiang, D. Li, Zh. Zuo // *J. of the Franklin Institute*. 2025. Vol. 362, no. 8. Art. 107684. doi: 10.1016/j.jfranklin.2025.107684.
8. Wang X., Li X., Huang N.-J. Finite-time and fixed-time consensus control of multi-agent systems driven by parabolic partial differential equations // *Arxiv. Mathematics. Optimization and Contr.* 2023. P. 1–26. doi: 10.48550/arXiv.2305.01830.
9. Особенности интеллектуализации адаптивных систем управления сложными динамическими объектами / Б. П. Андриевский, Ю. С. Зайцева, Ц. Лю, В. Суй // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2025. Т. 26, № 11. С. 559–567. doi: 10.17587/mau.26.559-567.
10. Utkin V. I., Poznyak A. S. Adaptive sliding mode control. In book: *Advances in sliding mode control: concept, theory and implementation*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. Vol. 440. P. 21–53. doi: 10.1007/978-3-642-36986-5_2.
11. Huang Y.-J., Kuo T.-Ch., Chang Sh.-H. Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters // *IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybernetics. Part B (Cybernetics)*. IEEE, 2008. Vol. 38, no. 2. P. 534–539. doi: 10.1109/TSMCB.2007.910740.
12. An adaptive PI method on synchronization control of multi-agent systems modelled by wave equations / F. Zhao, D. Liu, X. Zong, X. Cheng, Zh. Xu, D. Gao, W. Gao // *Intern. J. of Contr.* 2025. P. 1–20. doi: 10.1080/00207179.2025.2528912.
13. Abro G. E. M., Ali Z. A., Masood R. J. Synergistic UAV motion: A comprehensive review on advancing mul-

tiagent coordination // ICCK Trans. on Sensing, Commun., and Contr. 2024. Vol. 1, no. 2. P. 72–88. doi: 10.62762/TSCC.2024.211408.

14. Multiple vehicle cooperation and collision avoidance in automated vehicles: Survey and an AI-enabled conceptual framework / A. J. M. Muzahid, S. F. Kamarulzaman, M. A. Rahman, S. A. Murad, M. A. S. Kamal, A. H. Alenezi // Sci. Reports. 2023. Vol. 13, no. 1. P. 603. doi: 10.1038/s41598-022-27026-9

15. Finite-time adaptive control for a class of nonlinear systems with nonstrict feedback structure / Yu. Sun, B. Chen, Ch. Lin, H. Wang // IEEE Trans. on Cybernetics.

2017. Vol. 48, no. 10. P. 2774–2782. doi: 10.1109/TCYB.2017.2749511.

16. PDE-based finite-time deployment of heterogeneous multi-agent systems subject to multiple asynchronous semi-Markov chains / J. Man, Y. Sheng, Ch. Chen, Zh. Zeng // IEEE Trans. on Circuits and Syst. I: Regular Papers. 2023. Vol. 71, no. 2. P. 885–897. doi: 10.1109/TCSI.2023.3340223.

17. Tang Sh.-X., Qi J., Zhan J. Formation tracking control for multi-agent systems: A wave-equation based approach // Intern. J. of Contr., Automation and Syst. 2017. Vol. 15, no. 6. P. 2704–2713. doi: 10.1007/s12555-016-0562-0.

Информация об авторе

Вэньжань Сюй – аспирант кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: 769059944@qq.com

<https://orcid.org/0009-0009-3932-281X>

References

1. Jia Y. Application scenarios and countermeasures of distributed coordination control system considering failure individuals // Distributed Coordination Contr. Syst. Singapore: Springer Nature Singapore, 2025. P. 111–129. doi: 10.1007/978-981-96-0365-7_7.

2. Rios-Torres J., Malikopoulos A. A. A survey on the coordination of connected and automated vehicles at intersections and merging at highway on-ramps // IEEE Trans. on Intelligent Transp. Syst. 2016. Vol. 18, no. 5. P. 1066–1077. doi: 10.1109/TITS.2016.2600504.

3. PDE-based consensus control for leader-follower multi-agent systems / X. Cui, Ya. He, Zh. Liu, Z. Wang, Sh. Zhao // 2022 17th Intern. Conf. on Contr., Automation, Robotics and Vision (ICARCV). Singapore: IEEE, 2022. P. 643–646. doi: 10.1109/ICARCV57592.2022.10004243.

4. Freudenthaler G. Formation control of multi-agent-systems based on continuum models. Thesis for: PhD. Technische Universität Wien, 2021. 234 p. doi: 10.34726/hss.2021.86472.

5. Cheng M.-B., Radisavljevic V., Su W.-Ch. Sliding mode boundary control of a parabolic PDE system with parameter variations and boundary uncertainties // Automatica. 2011. Vol. 47, no. 2. P. 381–387. doi: 10.1016/j.automatica.2010.10.045.

6. Qi J., Zhang J., Ding Y. Wave equation-based time-varying formation control of multiagent systems // IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol. 2017. Vol. 26, no. 5. P. 1578–1591. doi: 10.1109/TCST.2017.2742985.

7. Consensus of wave PDE agents under switching graphs / Y. Chen, G. Wang, Y. Guo, L. Xiang, D. Li, Zh. Zuo // J. of the Franklin Institute. 2025. Vol. 362, no. 8. Art. 107684. doi: 10.1016/j.jfranklin.2025.107684.

8. Wang X., Li X., Huang N.-J. Finite-time and fixed-time consensus control of multi-agent systems driven by parabolic partial differential equations // Arxiv. Mathematics. Optimization and Contr. 2023. P. 1–26. doi: 10.48550/arXiv.2305.01830.

9. Osobennosti intellektualizatsii adaptivnykh sistem upravleniya slozhnymi dinamicheskimi obektami / B. R. Andrievskij, Yu. S. Zajtseva, Ts. Lyu, V. Syuj // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. 2025. T. 26, № 11. S. 559–567. doi: 10.17587/mau.26.559-567. (In Russ.).

10. Utkin V. I., Poznyak A. S. Adaptive sliding mode control. In book: Advances in sliding mode control: concept, theory and implementation. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. Vol. 440. P. 21–53. doi: 10.1007/978-3-642-36986-5_2.

11. Huang Y.-J., Kuo T.-Ch., Chang Sh.-H. Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters // IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybernetics. Part B (Cybernetics). IEEE, 2008. Vol. 38, no. 2. P. 534–539. doi: 10.1109/TSMCB.2007.910740.

12. An adaptive PI method on synchronization control of multi-agent systems modelled by wave equations / F. Zhao, D. Liu, X. Zong, X. Cheng, Zh. Xu, D. Gao, W. Gao // Intern. J. of Contr. 2025. P. 1–20. doi: 10.1080/00207179.2025.2528912.

13. Abro G. E. M., Ali Z. A., Masood R. J. Synergistic UAV motion: A comprehensive review on advancing multiagent coordination // ICCK Trans. on Sensing, Commun., and Contr. 2024. Vol. 1, no. 2. P. 72–88. doi: 10.62762/TSCC.2024.211408.

14. Multiple vehicle cooperation and collision avoidance in automated vehicles: Survey and an AI-enabled conceptual framework / A. J. M. Muzahid, S. F. Kamarulzaman, M. A. Rahman, S. A. Murad, M. A. S. Kamal, A. H. Alenezi // Sci. Reports. 2023. Vol. 13, no. 1. P. 603. doi: 10.1038/s41598-022-27026-9

15. Finite-time adaptive control for a class of nonlinear systems with nonstrict feedback structure / Yu. Sun, B. Chen, Ch. Lin, H. Wang // IEEE Trans. on Cybernetics. 2017. Vol. 48, no. 10. P. 2774–2782. doi: 10.1109/TCYB.2017.2749511.

16. PDE-based finite-time deployment of heterogeneous multi-agent systems subject to multiple asynchronous semi-Markov chains / J. Man, Y. Sheng, Ch. Chen, Zh. Zeng // IEEE Trans. on Circuits and Syst. I: Regular Papers. 2023. Vol. 71, no. 2. P. 885–897. doi: 10.1109/TCSI.2023.3340223.

17. Tang Sh.-X., Qi J., Zhan J. Formation tracking control for multi-agent systems: A wave-equation based approach // Intern. J. of Contr., Automation and Syst. 2017. Vol. 15, no. 6. P. 2704–2713. doi: 10.1007/s12555-016-0562-0.

Information about the author

Wenran Xu – postgraduate student, Department of Automatic Control Systems, Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: 769059944@qq.com

<https://orcid.org/0009-0009-3932-281X>

Статья поступила в редакцию 04.11.2025; принята к публикации после рецензирования 22.12.2025; опубликована онлайн 26.02.2026.

Submitted 04.11.2025; accepted 22.12.2025; published online 26.02.2026.
