

🛯 Информатика, вычислительная техника и управление 💻

УДК 004.032.26 https://doi.org/10.32603/2071-8985-2024-17-2-69-77

Нейросетевой эмулятор нелинейной модели перевернутого маятника на подвижном основании

А. А. Воевода, В. И. Шипагин[⊠]

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

[™]shipagin@mail.ru

Обзорная статья

Аннотация. Продемонстрирован процесс создания нейросетевого эмулятора нелинейной модели перевернутого маятника на подвижном основании. Особенность данной модели объекта заключается в неравном количестве входных и выходных каналов. Создание данного эмулятора необходимо для обучения нейросетевого регулятора методом обратного пропуска ошибки через прямой нейроэмулятор. Продемонстрированную процедуру синтеза нейроэмулятора выделяют детерминированные выбор архитектуры и инициализация весовых коэффициентов нейронной сети. Данные о выборе архитектуры и о значениях инициализируемых весовых коэффициентов основаны на информации о нелинейной модели объекта управления. Учет нелинейных параметров модели объекта проводится благодаря введению в нейросетевой эмулятор блоков, выбранных для их аппроксимации. В результате получена нейронная сеть, способная имитировать поведение объекта на необходимом диапазоне управления.

Ключевые слова: нейроэмулятор, выбор архитектуры нейронной сети, инициализация весовых коэффициентов, нелинейная модель объекта, метод обратного пропуска ошибки через прямой нейроэмулятор

Для цитирования: Воевода А. А., Шипагин В. И. Нейросетевой эмулятор нелинейной модели перевернутого маятника на подвижном основании // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 2. С. 69–77. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-2-69-77.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

Inverted Pendulum on a Movable Base Nonlinear Model Neural Network Emulator

A. A. Voevoda, V. I. Shipagin[⊠]

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

[™]shipagin@mail.ru

Abstract. This article demonstrates the neural network emulator design process of the plant model - inverted pendulum on a movable base nonlinear model. A feature of this plant model is the unequal number of input and output channels. The design of this emulator is necessary in the future to train a neural network controller by the method of back-passing an error through a direct neuroemulator. A distinctive feature of the demonstrated procedure for the neuroemulator design is the deterministic choice of architecture and initialization of the neural network weighting coefficients. The data on the choice of architecture and the values of the initialized weighting coefficients are based on information about the non-linear plant model. The plant model non-linear parameters are taken into account due to the introduction of blocks selected for their approximation into the neural network emulator. As a result, a neural network capable of simulating the behavior of the plant at the required control range is obtained.

Информатика, вычислительная техника и управление

Informatics, Computer Technologies and Control

Keywords: neuroemulator, choice of neural network architecture, initialization of weighting coefficients, nonlinear model of an object, method of reverse error passing through a direct neuroemulator

For citation: Voevoda A. A., Shipagin V. I. Inverted Pendulum on a Movable Base Nonlinear Model Neural Network Emulator // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 2. P. 69–77. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-2-69-77.

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Введение. Современные технические системы предъявляют повышенные требования к качеству работы систем автоматического управления (САУ). Например, требуется удерживать переходный процесс внутри области допустимых значений регулируемой величины. В этом случае возможна ситуация с повышением качества уже имеющейся САУ благодаря учету нелинейных характеристик объекта при синтезе регуляторов. Одним из направлений, способствующих решению данного вопроса, может выступать внедрение нейросетевых регуляторов (далее - нейрорегуляторов) [1]-[12]. Однако при их использовании существует ряд не до конца формализованных вопросов, к которым можно отнести определение архитектуры и инициализации весовых коэффициентов нейронной сети [4], [11].

В [5], [6] предложен алгоритм синтеза нейрорегулятора с описанной процедурой выбора архитектуры нейронной сети и инициализации весовых коэффициентов. Приведенный алгоритм может быть применен в случае уже сформированной САУ для линеаризованного варианта модели объекта управления. Алгоритм используется с целью, например, повышения качества работы системы за счет учета нелинейных параметров модели объекта [5]. Для формирования нейрорегулятора используется информация о передаточной функции регулятора, полученного модальным методом, использующим полиномиально-матричное разложение объекта и регулятора (далее – полиномиальный регулятор). Однако при обучении данного нейрорегулятора возникает проблема формирования обучающей выборки для некоторых режимов работы нелинейной модели объекта.

Так, например, в [6] предложен полиномиальный регулятор, который справляется с управлением линеаризованной моделью объекта. Применение полученного полиномиального регулятора для модели объекта, содержащей нелинейности, позволяет управлять системой при перемещении подвижного основания не более чем на три метра. Обучение нейрорегулятора происходит за счет выборки, сформированной из работы полиномиального регулятора для линеаризованной модели объекта. В данном случае улучшить показатели качества САУ, содержащей нейрорегулятор, становится проблематично. Для преодоления данного вопроса предлагается использовать метод обратного пропуска ошибки через прямой нейроэмулятор [7]–[10]. Его идея заключается в использовании двух нейронных сетей: нейрорегулятора (выполняет функцию регулятора) и нейроэмулятора (выполняет функцию модели объекта управления и необходима для вычисления градиента ошибки нейрорегулятора при его обучении). В данной статье продемонстрирован процесс получения структуры и весовых коэффициентов нейроэмулятора, благодаря которым имитируется поведение объекта на требуемом диапазоне.

Описание модели объекта «перевернутый маятник на подвижном основании». В данной статье рассмотрена система «перевернутый маятник на подвижном основании» как многоканальная система. Системы такого вида – это классический пример неустойчивого объекта, который позволяет отрабатывать различные методики синтеза САУ [5], [6], [11], [13], [14]. Особенностью данных систем служит их неминимально фазовый характер. При этом управление данной системой усложняется в силу того, что количество входных каналов.

Из [5] возьмем нелинейную модель перевернутого маятника на подвижном основании, которая описывается уравнениями

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \theta\right) \ddot{x} + \frac{mlg}{M_t L} \sin \theta \cos \theta - \frac{ml}{M_t} \dot{\theta}^2 \sin \theta = \frac{1}{M_t} u;$$
(1)
$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \theta\right) \ddot{\theta} - \frac{g}{L} \sin \theta + \frac{ml}{M_t L} \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{M_t L} u \cos \theta,$$
(2)

где m – масса маятника; l – длина стержня маятника; $M_t = M + m$, M – масса тележки; $L = (I + ml^2)/ml$, I – момент инерции маятника относительно центра тяжести; θ – отклонение

маятника от вертикали; g – ускорение свободного падения; x – координата центра тяжести тележки (по горизонтальной оси – расстояние от центра тяжести); u – управляющее воздействие. Для удобства моделирования уравнения (1), (2) преобразуем к виду

$$\ddot{x} = \frac{\alpha}{M_t} u - a\sin\theta\cos\theta + \frac{\alpha ml}{M_t} \dot{\theta}^2 \sin\theta;$$

$$\ddot{\theta} = b\sin\theta - \frac{a}{g} \dot{\theta}^2 \sin\theta\cos\theta - \frac{\alpha}{M_t L} u\cos\theta,$$
(3)

где $\alpha^{-1} = 1 - \frac{ml\cos^2\theta}{M_tL}, \ a = \frac{\alpha mlg}{M_tL}, \ b = \frac{\alpha g}{L}$. В даль-

нейшем будем считать параметры объекта для случая, когда I = 0, m = 70 кг, M = 30 кг, l = 1 м, g = 10 м/с². Тогда при $\theta \rightarrow 0^{\circ}$ и с учетом выбранных параметров объекта введенные ранее коэффициенты принимают следующие значения: $\alpha = 3.33$; a = 23.3; b = 33.3. Структурная схема по системе уравнений (3) представлена на рис. 1.

Данная модель объекта содержит нелинейные блоки в своем составе: операция умножения, тригонометрические функции sin, cos.

Постановка задачи. Необходимо построить нейроэмулятор данной модели объекта для диапазона перемещения мобильного основания на один метр. В дальнейшем полученное поведение регулятора для перемещения объекта на один метр можно перенести и на большие расстояния с помощью процедуры нормирования данных [11].

Получение нейроэмулятора. Для получения архитектуры нейронной сети преобразуем модель объекта от непрерывного к дискретному времени. Дискретизацию будем проводить с помощью процедуры «c2d» пакета программ MatLab с методом дискретизации удержания нулевого порядка («zero-order hold»). Шаг дискретизации выбираем опытным путем (графики переходных процессов дискретной и непрерывной модели различаются не более чем на 10 %). В данном случае выбран шаг дискретизации 0.01 с. Таким образом, в структурной схеме интеграторы представим в виде дискретных блоков 0.01(z-1)⁻¹, которые соответствуют нейронной сети, представленной на рис. 2 (процесс перехода от дискретного к нейросетевому виду описан в [5], [6]).

Здесь input(*t*), output(*t*) – входной и выходной каналы блока, **w** – вектор весовых коэффициентов, **b** – вектор смещения. Представленная нейронная сеть состоит из одного слоя с одним нейроном. В нейронной сети присутствует обратная связь с задержкой на входе на один такт (совпадает с шагом дискретизации). В качестве функции активации используется линейная функция (*purelin*: f(x) = x).



.....



Puc. 2. Нейронная сеть, имитирующая блок интегратора в дискретном виде Fig. 2. Neural network simulating of the integrator block in discrete form

Каждый нелинейный блок (операция умножения, тригонометрические функции sin, cos), присутствующий в структуре нелинейной модели объекта, заменен на нейронную сеть, представленную на рис. 3.

Нейронная сеть содержит два слоя с четырьмя нейронами в первом слое и одним – во втором.

В первом слое в качестве функции активации используется гиперболический тангенс (tansig: f(x) = th(x)), во втором – purelin. Данная архитектура нейронной сети получена с учетом того, что задача аппроксимации сколь угодно сложной функции может быть решена с помощью нейронной сети с одним скрытым слоем [15]. Количество нейронов в скрытом слое выбиралось постепенным наращиванием их числа до того уровня сложности, при котором аппроксимация на заданном диапазоне нелинейного блока обученной нейронной сетью достигает приемлемого уровня. Осуществлялось обучение «с учителем» [1], [7], [9], в качестве эталонной выборки данных использовались данные, полученные на входе и выходе соответствующего блока нелинейности в структурной схеме (рис. 1).

На рис. 4 приведены графики значений выходов блоков с нелинейностями из структурной



схемы объекта (рис. 1) и выходы соответствующих им нейросетевых блоков (с архитектурой, представленной на рис. 3).

Как видно из представленных графиков, нейросетевая модель блоков аппроксимирует функции на ограниченном участке данных. В дальнейшем это повлияет на ограниченность диапазона «адекватной» имитации нелинейного объекта нейронной сетью.

Нейросетевое представление структурной схемы, продемонстрированной на рис. 1, получим, проведя вышеуказанные замены элементов структурной схемы (рис. 5).

Здесь $\theta^*(t)$, $x^*(t)$ – выходы нейроэмулятора, соответствующие имитации угла перевернутого маятника $\theta(t)$ и положения подвижного основания x(t) нелинейной модели объекта соответственно. Представленная нейронная сеть содержит 13 слоев с числом нейронов по слоям: 4–1–1–1–1–36–9– 12–2–1–1–1. В качестве функций активации по слоям используются *tansig* для 1, 6, 8, 9-го слоев. Для всех остальных слоев используется функция активации *purelin*. В нейронной сети присутствуют обратные связи, значит, данная сеть рекуррентная. На вход нейроэмулятора поступает управляющее воздействие u(t).

Моделирование и обсуждение полученных результатов. Для оценки качества имитации объекта с помощью нейросетевого эмулятора на рис. 6 приведены переходные процессы на выходе объекта в ответ на поступающую на вход производную функции дельта:

$$\dot{\delta}(t) \approx \begin{cases} 10, t \in [0; 0.1], \\ -10, t \in (0.1; 0.2], \\ 0, t \in (0.2; \infty). \end{cases}$$

Выбор данного воздействия связан с целью замедления переходных процессов (объект довольно быстро выходит из состояния равновесия при воздействии на него единичного ступенчатого воздействия или дельта-функции).



Информатика, вычислительная техника и управление

Informatics, Computer Technologies and Control



Puc. 7. Переходные процессы для моделей объекта и нейроэмулятора при воздействии $-\dot{\delta}(t)$ *Fig.* 7. Transients for plant and neuroemulator models under exposure $-\dot{\delta}(t)$

Переходные процессы при воздействии $-\dot{\delta}(t)$ представлены на рис. 7.

Как видно из рис. 6, 7, нейроэмулятор справляется с имитацией поведения объекта на ограниченном промежутке состояний объекта. Основные ограничения накладываются на угол перевернутого маятника. Это может быть связано со скоростью падения маятника.

Сделаем предположение, что при уменьшении угловой скорости перевернутого маятника «качество» имитации объекта с помощью эмулятора будет повышаться. При работе объекта в составе САУ (рис. 8) скорости падения маятника будут ниже.



Рис. 8. Система автоматического управления объектом/нейрорегулятором Fig. 8. Automatic control system of the object/ neuroregulator

Здесь $\tilde{x}(t)$ – задание на перемещение подвижной платформы; $W_{R_x}(s) = (-70.5s^2 - 988.6s - 378.8)/(0.01s^2 + s)$ – регулятор, предназначенный для вывода подвижной платформы к требуемому значению; $W_{R_0}(s) = (506.6s^2 + 5303.8s + 9774.7)/(0.01s^2 + s)$ – регулятор, предназначенный для стабилизации перевернутого маятника в вертикальном положении. Они рассчитаны модальным методом, использующим полиномиально-матричное разложение матричной передаточной функции объекта и регулятора, в [5].

Данная система рассматривается, так как в дальнейшем на основе используемого в ней регулятора будет сформирован нейрорегулятор.

В качестве целей управления для данных систем ставился вывод подвижного основания в значение, определенное заданием $\tilde{x}(t) = x(t)$, при этом одновременно также должна выполняться стабилизация перевернутого маятника в вертикальном положении $\theta(t) = 0$. В качестве заданий поданы случайные значения, выбранные по равномерному закону распределения и лежащие в пределах $x(t) \in [-1; 1]$.

Для того чтобы убедиться в том, что нейроэмулятор справляется с имитацией поведения объекта в составе САУ, приведем графики переходных процессов для систем, содержащих в первом случае нелинейную модель объекта управления и во втором случае – нейроэмулятор. Для проведения экспериментов использовались пакет прикладных программ для технических вычислений MatLab R2021a и система имитационного блочного моделирования динамических систем Simulink ver. 10.3 (R2021a). Переходные процессы на выходе САУ продемонстрированы на рис. 9 для выходов систем x(t), $x^*(t)$ и на рис. 10 для выходов систем $\theta(t)$, $\theta^*(t)$.

Как видно из рис. 9, 10, переходные процессы для выходов двух вариантов САУ (с нелинейной моделью объекта и с нейроэмулятором) достаточно близки. Нейроэмулятор справляется с задачей имитации поведения объекта для варианта перемещения подвижного основания в пределах одного метра. В дальнейшем будем использовать данную функцию нейроэмулятора для настройки нейрорегулятора методом обратного пропуска ошибки.

Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 2. С. 69–77

LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 2. P. 69-77



Рис. 9. Переходные процессы систем с нелинейной моделью объекта и с нейроэмулятором для выходов по местоположению подвижного основания *Fig. 9.* Transients of systems with a nonlinear plant model and with a neuroemulator for outputs at the location of the movable base



 Рис. 10. Переходные процессы систем с нелинейной моделью объекта и с нейроэмулятором для выходов по углу перевернутого маятника
 Fig. 10. Transients of systems with a nonlinear plant model and with a neuroemulator for outputs an the angle of the inverted pendulum

Обсуждение результатов. На примере системы «перевернутый маятник на подвижном основании» продемонстрирована процедура синтеза нейросетевого эмулятора. Одна из особенностей данной процедуры состоит в детерминированном способе определения структуры нейронной сети и инициализации ее весовых коэффициентов, исходя из информации о структуре нелинейной модели объекта управления. Проведена оценка имитации объекта нейроэмулятором для случаев: прямого воздействия на объект типовыми управляющими воздействиями; работы объекта в составе САУ. Выявлена зависимость качества имитации объекта от угла и угловой скорости перевернутого маятника.

Данный нейросетевой эмулятор в дальнейшем будет использован для обучения нейросетевого регулятора для режимов работы, находящихся за пределами возможностей управления полиномиальным регулятором, что позволит расширить возможности управления моделью объекта, содержащей нелинейности.

Список литературы

1. Омату С., Халид М., Юсоф Р. Нейроуправление и его приложения / пер. Н. В. Батина. М.: ИПРЖР, 2000. С. 121–132.

.....

2. Нейросетевой регулятор для двухмассового упругого электромеханического объекта / В. В. Путов, А. В. Путов, М. М. Копычев, К. В. Игнатьев // Между-

.....

Информатика, вычислительная техника и управление

Informatics, Computer Technologies and Control

нар. конф. по мягким вычислениям и измерениям. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. Т. 1. С. 344–347.

3. Белов А. М., Белов М. П. Применение нейронных сетей в электроприводных системах насосных агрегатов // Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2022. Т. 1. С. 91–94.

4. Бурнаев Е. В., Ерофеев П. Д. Влияние инициализации параметров на время обучения и точность нелинейной регрессионной модели // Информационные процессы. 2015. Т. 15, № 3. С. 279–297.

5. Воевода А. А., Шипагин В. И. Синтез нейросетевого регулятора управления нелинейной моделью перевернутого маятника на тележке // Науч. вестн. НГТУ. 2020. № 2–3 (79). С. 25–36. doi: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-25-36.

6. Воевода А. А., Шипагин, В. И. Синтез нейросетвого регулятора для линеаризованной модели объекта – два перевернутых маятника на тележке // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2023. Т. 16, № 1. С. 39–52. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-1-39-52.

7. Дзюба Д. А., Чернодуб А. Н. Обзор методов нейроуправления // Проблемы программирования. 2011. № 2. С. 79–94.

8. Prokhorov D. V. Toyota Prius HEV Neurocontrol and Diagnostics // Neural Networks. 2008. No. 21. P. 458–465. 9. Jordan M. I., Rumelhart D. E. Forward models: Supervised learning with a distal teacher // Cognitive Sci. 1992. Vol. 16(3). P. 307–354.

10. Narendra K. S., Parthasarathy K. K. Identification and control of dynamical systems using neural networks // IEEE Trans. on Neural Networks. 1990. Vol. 1, no. 1. P. 4–27.

11. Воевода А. А., Шипагин В. И. О выборе архитектуры нейрорегулятора // Системы анализа и обработки данных. 2022. № 4(88). С. 7–30. doi: 10.17212/ 2782-2001-2022-4-7-30.

12. Белов М. П., Чыонг Д. Д. Синтез ПИД-регулятора самонастраивающейся нелинейной системы управления электропривода экзоскелета с помощью нейронной сети // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2021. № 3. С. 55–64.

13. Kailath T. Linear Systems. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1980. 350 p.

14. Соловьев А. М., Семенов М. Е., Мелешенко П. А. Стабилизация систем перевернутых маятников в условиях упругих связей // Информационные технологии и нанотехнологии: сб. тр. ИТНТ-2018. Сам. НИУ им. акад. С. П. Королева, Самара: Предприятие «Новая техника». 2018. С. 1617–1623.

15. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций одного переменного и сложения // Докл. АН СССР. 1957. Т. 114, № 5. С. 953–956.

Информация об авторах

Воевода Александр Александрович – д-р техн. наук, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета, ул. Немировича-Данченко, 136, Новосибирск, 630087, Россия.

E-mail: voevoda@corp.nstu.ru https://orcid.org/0000-0002-1604-2796

Шипагин Виктор Игоревич – ассистент кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета, ул. Немировича-Данченко, 136, Новосибирск, 630087, Россия. E-mail: shipagin@mail.ru https://orcid.org/0000-0003-1292-7543

References

1. Omatu S., Halid M., Jusof R. Nejroupravlenie i ego prilozhenija / per. N. V. Batina. M.: IPRZhR, 2000. S. 121– 132. (In Russ.).

2. Nejrosetevoj reguljator dlja dvuhmassovogo uprugogo jelektromehanicheskogo ob#ekta / V. V. Putov, A. V. Putov, M. M. Kopychev, K. V. Ignat'ev // Mezhdunar. konf. po mjagkim vychislenijam i izmerenijam. SPb.: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI». 2015. T. 1. S. 344–347. (In Russ.).

3. Belov A. M., Belov M. P. Primenenie nejronnyh setej v jelektroprivodnyh sistemah nasosnyh agregatov // Mezhdunar. konf. po mjagkim vychislenijam i izmerenijam. SPb.: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI». 2022. T. 1. S. 91–94. (In Russ.).

4. Burnaev E. V., Erofeev P. D. Vlijanie inicializacii parametrov na vremja obuchenija i tochnost' nelinejnoj

regressionnoj modeli // Informacionnye processy. 2015. T. 15, № 3. S. 279–297. (In Russ.).

5. Voevoda A. A., Shipagin V. I. Sintez nejrosetevogo reguljatora upravlenija nelinejnoj model'ju perevernutogo majatnika na telezhke // Nauch. vestn. NGTU. 2020. № 2–3 (79). S. 25–36. doi: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-25-36. (In Russ.).

6. Voevoda A. A., Shipagin, V. I. Sintez nejrosetvogo reguljatora dlja linearizovannoj modeli ob#ekta – dva perevernutyh majatnika na telezhke // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2023. T. 16, № 1. S. 39–52. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-1-39-52. (In Russ.).

7. Dzjuba D. A., Chernodub A. N. Obzor metodov nejroupravlenija // Problemy programmirovanija. 2011. № 2. S. 79–94. (In Russ.). LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 2. P. 69–77

8. Prokhorov D. V. Toyota Prius HEV Neurocontrol and Diagnostics // Neural Networks. 2008. No. 21. P. 458–465.

9. Jordan M. I., Rumelhart D. E. Forward models: Supervised learning with a distal teacher // Cognitive Sci. 1992. Vol. 16(3). P. 307–354.

10. Narendra K. S., Parthasarathy K. K. Identification and control of dynamical systems using neural networks // IEEE Trans. on Neural Networks. 1990. Vol. 1, no. 1. P. 4–27.

11. Voevoda A. A., Shipagin V. I. O vybore arhitektury nejroreguljatora // Sistemy analiza i obrabotki dannyh. 2022. № 4(88). S. 7–30. doi: 10.17212/2782-2001-2022-4-7-30. (In Russ.).

12. Belov M. P., Chyong D. D. Sintez PID-reguljatora samonastraivajushhejsja nelinejnoj sistemy upravlenija

jelektroprivoda jekzoskeleta s pomoshh'ju nejronnoj seti // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2021. № 3. S. 55–64. (In Russ.).

13. Kailath T. Linear Systems. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1980. 350 p.

14. Solov'ev A. M., Semenov M. E., Meleshenko P. A. Stabilizacija sistem perevernutyh majatnikov v uslovijah uprugih svjazej // Informacionnye tehnologii i nanotehnologii: sb. tr. ITNT-2018. Sam. NIU im. akad. S. P. Koroleva, Samara: Predprijatie «Novaja tehnika». 2018. S. 1617–1623. (In Russ.).

15. Kolmogorov A. N. O predstavlenii nepreryvnyh funkcij neskol'kih peremennyh superpozicijami nepreryvnyh funkcij odnogo peremennogo i slozhenija // Dokl. AN SSSR. 1957. T. 114, № 5. S. 953–956. (In Russ.).

Information about the authors

Aleksandr A. Voevoda – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Automation of Novosibirsk State Technical University, Nemirovich-Danchenko St., 136, Novosibirsk, 630087, Russia.

E-mail: voevoda@corp.nstu.ru

https://orcid.org/0000-0002-1604-2796

Victor I. Shipagin – Assistant at the Department of Automation of Novosibirsk State Technical University, Nemirovich-Danchenko St., 136, Novosibirsk, 630087, Russia. E-mail: shipagin@mail.ru

https://orcid.org/0000-0003-1292-7543

Статья поступила в редакцию 17.08.2023; принята к публикации после рецензирования 21.11.2023; опубликована онлайн 26.02.2024.

Submitted 17.08.2023; accepted 21.11.2023; published online 26.02.2024.