

УДК 681.515.6 + 621.865

М. П. Белов, Д. Д. Чыонг, Н. В. Лань

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Разработка математической модели и управление методом разделения закона управления для экзоскелета

*Исследуется возможность применения нелинейного регулятора, построенного на основе метода децентрализованного управления электроприводом экзоскелета, позволяющего исключить все нелинейные компоненты и перекрестные связи. К значительным проблемам в алгоритмах управления относится конструкция линейных регуляторов для нелинейных систем. Экзоскелет – это мощный нелинейный объект управления со многими неопределенными параметрами, поэтому применение традиционных методов управления чрезвычайно трудно. Для упрощения используется нелинейный регулятор, построенный на основе метода децентрализованного управления. Однако для применения этого метода требуется построение точной кинематической модели объекта для обеспечения необходимого крутящего момента. Рассматривается процесс построения модели динамики движения на примере двухсуставного модуля нижней конечности экзоскелета с возмущениями. В соответствии с требованиями управления построен регулятор экзоскелета с высокой точностью и энергосбережением. Выполнено моделирование регулятора экзоскелета в среде Matlab & Simulink.*

### Экзоскелет, динамика движения, математическая модель, электропривод, мехатронная система, структурный экзоскелет, управление экзоскелета, разделения закона управления

В настоящее время для помощи людям с ограниченными возможностями применяются медицинские экзоскелеты. Для улучшения качества управления ими чрезвычайно важны исследование и разработка математических моделей экзоскелета, поддерживающего нижние конечности человека.

Экзоскелет – это многозвенная система, в которой каждым звеном можно управлять отдельно, обеспечивая все степени свободы его движения [1], [2]. Если звенья двигаются совместно, то управление электроприводом экзоскелета (ЭПЭ) строится с учетом ограничения взаимного влияния электромеханических процессов. Для управления эффективностью ЭПЭ используется детализированная математическая модель, учитывающая влияние внутренних и внешних возмущений. Для ее составления используется метод децентрализованного управления, который имеет много преимуществ по сравнению с другими методами управления нелинейными объектами.

**Модель динамики экзоскелета.** Для построения подробной модели динамики экзоскелета предлагается подход, основанный на использовании уравнений Лагранжа–Максвелла и компьютерных технологий исследования многозвенных мехатронных систем. Модель нижней конечности экзоскелета представляет собой многозвенный механический робот, положение системы которого определяется  $n$  обобщенными координатами  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ , где правая часть уравнения – это компоненты вектора обобщенных координат механической системы, являющиеся радиус-векторами каждого звена механической системы.

Для оценки предлагаемого регулятора используется экзоскелет 2-го сустава для восстановления нижней конечности. Этот экзоскелет может выполнять терапевтические упражнения на тазобедренном и коленном суставах человеческой ноги. Рис. 1 иллюстрирует схему представления системы «человек–робот», где с увеличением показаны различия

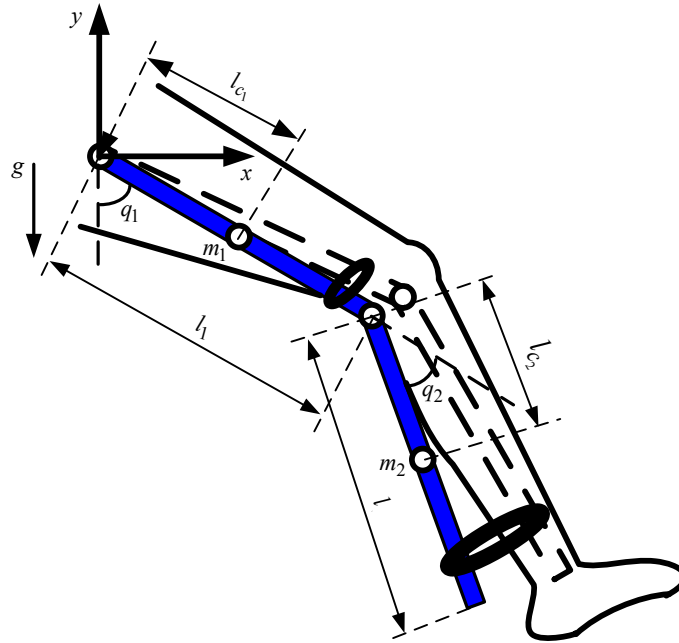


Рис. 1

между угловым положением экзоскелета и суставов человека. У модели экзоскелета нижней конечности массы  $m_1$  и  $m_2$  находятся в центрах первого и второго звеньев соответственно.

Таблица 1

Наименование параметра	Обозначение	Значение
Брусовый вес 1 (бедро), кг	$m_1$	6.5
Брусовый вес 2 (икра), кг	$m_2$	3.02
Брусовая длина 1, м	$l_1$	0.52
Брусовая длина 2, м	$l_2$	0.39
Длина до центра бруса 1, м	$l_{c1}$	0.26
Длина до центра бруса 2, м	$l_{c2}$	0.185
Момент инерции бруса 1, кг · м <sup>2</sup>	$I_1$	1.17
Момент инерции бруса 2, кг · м <sup>2</sup>	$I_2$	0.28
Гравитационное ускорение, м/с <sup>2</sup>	$g$	9.81

Динамические уравнения движения экзоскелета на основе уравнений Лагранжа II рода можно описать следующей формулой [3]–[7]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}_i} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} = \boldsymbol{\tau}_i, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $\mathbf{q}_i$  – вектор обобщенных координат;  $\boldsymbol{\tau}_i$  – обобщенной силы;  $K$  – кинетическая энергия;  $P$  – по-

тенциальная энергия;  $\mathcal{L} = K - P$  – функция Лагранжа;  $\mathcal{D}$  – механическая диссипативная функция.

Кинетическую энергию в обобщенных координатах запишем таким образом:

$$K = \sum_1^n K_i = \sum_1^n \left( \frac{m_i v_{c_i}^2}{2} + \frac{I_i (\dot{q}_i)^2}{2} \right),$$

где  $v_{c_i}^2 = \dot{x}_{c_i}^2 + \dot{y}_{c_i}^2$ ;  $v_{c_i}$  – скорость центральной массы;  $x_{c_i}, y_{c_i}$  – фиксированная система координат в направлениях  $x$  и  $y$  при проецировании твердых объектов;  $I_i$  – момент инерции брусов.

Потенциальная энергия системы имеет вид

$$P = \sum_1^n P_i = \sum_1^n m_i g y_{c_i}.$$

Система дифференциальных уравнений движения экзоскелета может быть записана в виде матрицы следующим образом:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где  $M(\mathbf{q}) = \{M_{ij}\}$  – функциональная матрица инерции объекта, симметричная и положительно определенная:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 l_{c_1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c_2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c_2} \cos q_2 & -m_2 l_{c_2}^2 - m_2 l_1 l_{c_2} \cos q_2 \\ -m_2 l_{c_2}^2 - m_2 l_1 l_{c_2} \cos q_2 & I_2 + m_2 l_{c_2}^2 \end{bmatrix};$$

$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \{C_{ij}\}$  – функциональная матрица кориолисовых и центробежных сил, зависящих от скоростей:

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -2m_2l_1l_{c_2}\dot{q}_2 \sin q_2 & m_2l_1l_{c_2}\dot{q}_2 \sin q_2 \\ m_2l_1l_{c_2}\dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix};$$

$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \{G_i\}$  – функциональный вектор гравитационных сил:

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1gl_{c_1} \sin q_1 + m_2gl_1 \sin q_1 + m_2gl_{c_2} \sin (q_1 - q_2) \\ m_2gl_{c_2} \sin (q_1 - q_2) \end{bmatrix},$$

где  $q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1$  – угловое положение, угловая скорость, угловое ускорение тазобедренного сустава соответственно;  $q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2$  – угловое положение, угловая скорость, угловое ускорение коленного сустава соответственно;  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  – матрица обобщенных сил;  $F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  – силы трения и неизвестные возмущения.

**Управление электроприводами экзоскелета.** Алгоритм управления с использованием метода децентрализованного управления подробно рассмотрен в [8], [9]. Он применяется для устранения нелинейности в динамической модели.

Пусть

$$\begin{cases} \alpha = M(\mathbf{q}); \\ \beta = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}). \end{cases} \quad (2)$$

Выберем закон управления

$$\boldsymbol{\tau} = \alpha \boldsymbol{\tau}' + \beta, \quad (3)$$

а также закон управления двигателя

$$\boldsymbol{\tau}' = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_P \mathbf{e}, \quad (4)$$

где  $\boldsymbol{\tau}$  – вектор  $n$ -й компоненты момента, который приводит в движение сустава.

Из (2)–(4) выводим закон децентрализованного управления следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau} = M(\mathbf{q}) [\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_P \mathbf{e}] + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  – ошибка;  $\mathbf{q}_d$  – заданная траектория;  $\mathbf{q}$  – реальная траектория;  $\mathbf{k}_P, \mathbf{k}_D$  – диагональные матрицы:

$$\mathbf{k}_P = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{pn} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_D = \begin{bmatrix} k_{D1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{D2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{Dn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_P, \mathbf{k}_D > 0.$$

Метод децентрализованного управления – один из первых основанных на модели подходов к управлению движением, т. е. тех, в которых однозначно используется знание матриц  $M(\mathbf{q})$ ,  $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  и вектора  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ . Кроме того, обратите внимание, что желаемая траектория движения  $\mathbf{q}_d(t)$  и ее производные  $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$  и  $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$ , а также измерения положения и скорости  $\mathbf{q}(t)$  и  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  используются для вычисления управляющего действия (5).

На основании (5) составим схему нелинейного управления по методу децентрализованного управления экзоскелетом (рис. 2).

Построим два контура управления, используя метод децентрализованного управления. Обратная связь внутреннего контура описывает динамику системы и компенсирует все ее нелинейности [10]. Внешняя обратная связь вычисляет разницу между выходным и установленным сигналами и служит для стабилизации системы.

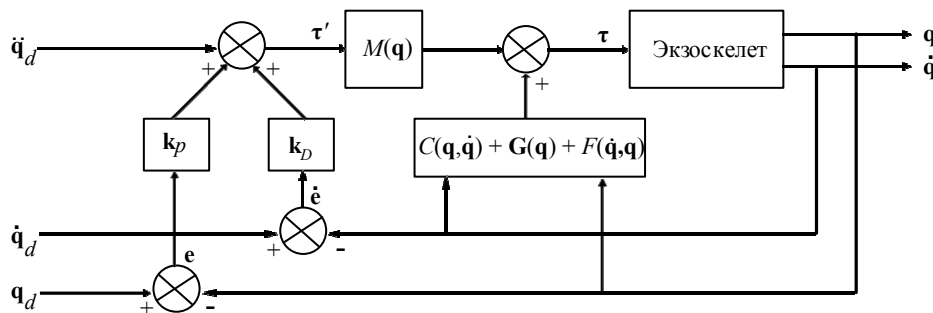


Рис. 2

Применив балансирование (1) и (5), получаем:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = M(\mathbf{q}) \times \\ \times [\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e}] + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}); \\ M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e}]. \quad (6)$$

Так как  $M(\mathbf{q})$  – положительная матрица, то из (6) получим следующее характеристическое уравнение:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{k}_p \mathbf{e} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7), в свою очередь, может быть выражено через вектор состояния  $[\mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}}^T]^T$  следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ -\mathbf{k}_p \mathbf{e} - \mathbf{k}_D \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{k}_p & -\mathbf{k}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица измерения.

Важно отметить, что уравнение (8) с обратной связью представлено линейным автономным дифференциальным уравнением, единственная точка равновесия которого  $[\mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}}^T]^T = 0 \in \mathbb{R}^{2n}$ . Единственность равновесия следует из того факта, что матрица  $\mathbf{k}_p$  спроектирована так, чтобы быть положительно определенной и, следовательно, не особой.

Поскольку уравнение с замкнутым контуром (8) – линейное и автономное, то его решение может быть использовано для анализа устойчивости начала координат с применением прямого метода Ляпунова [11].

Для этого введем постоянную  $\varepsilon$ , удовлетворяющую условию

$$\lambda_{\min} \{\mathbf{k}_D\} > \varepsilon > 0,$$

где  $\varepsilon$  – положительная постоянная константа;  $\lambda_{\min}$  – минимальное конкретное значение.

Умножив на  $\mathbf{x}^T \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  любой ненулевой вектор, получим  $\lambda_{\min} \{\mathbf{k}_D\} \mathbf{x}^T \mathbf{x} > \mathbf{e} \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ . Так как  $\mathbf{k}_D$  является заданной симметричной матрицей  $\mathbf{x}^T \mathbf{k}_D \mathbf{x} \geq \lambda_{\min} \{\mathbf{k}_D\} \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ , то

$$\mathbf{x}^T [\mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I}] \mathbf{x} > 0, \quad \mathbf{x} \neq 0 \in \mathbb{R}^n.$$

Это означает, что матрица  $\mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I}$  положительно определена, т. е.

$$\mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I} > 0. \quad (9)$$

Учитывая вышесказанное, положительность матрицы  $\mathbf{k}_p$  и положительность константы  $\varepsilon$ , получим

$$\mathbf{k}_p + \varepsilon \mathbf{k}_D - \varepsilon^2 \mathbf{I} > 0. \quad (10)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова:

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{k}_p + \varepsilon \mathbf{k}_D & \varepsilon \mathbf{I} \\ \varepsilon \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{e}} + \varepsilon \mathbf{e}]^T [\dot{\mathbf{e}} + \varepsilon \mathbf{e}] + \frac{1}{2} \mathbf{e}^T [\mathbf{k}_p + \varepsilon \mathbf{k}_D - \varepsilon^2 \mathbf{I}] \mathbf{e}, \quad (11)$$

где постоянная  $\varepsilon$  удовлетворяет (9) и (10). Отсюда следует, что функция (11) – положительно определенная. Для более наглядного представления перепишем функцию Ляпунова (11) в виде

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^T \dot{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \mathbf{e}^T [\mathbf{k}_p + \varepsilon \mathbf{k}_D] \mathbf{e} + \varepsilon \mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}}. \quad (12)$$

Вычислив производную функции  $V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$  (12) по времени, получим:

$$\dot{V}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \dot{\mathbf{e}}^T \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{e}^T [\mathbf{k}_p + \varepsilon \mathbf{k}_D] \dot{\mathbf{e}} + \varepsilon \dot{\mathbf{e}}^T \dot{\mathbf{e}} + \varepsilon \mathbf{e}^T \ddot{\mathbf{e}}. \quad (13)$$

Подставляя (8) в (13) и выполнив некоторые изменения, получим:

$$\dot{V}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \dot{\mathbf{e}}^T [\mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I}] \dot{\mathbf{e}} - \varepsilon \mathbf{e}^T \mathbf{k}_p \mathbf{e} = \\ = - \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varepsilon \mathbf{k}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Поскольку  $\varepsilon$  выбрано так, что  $\mathbf{k}_D - \varepsilon \mathbf{I} > 0$  и  $\mathbf{k}_p$  – положительно определенная матрица, то функция  $\dot{V}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$  в (14) отрицательно определена.

Таким образом, источник  $[\mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}}^T]^T = 0 \in \mathbb{R}^{2n}$  уравнения с замкнутым контуром равномерно асимптотически устойчив, и поэтому

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0,$$

из чего следует, что цель управления движением достигнута, так как уравнение (8) – линейное и автономное, что соответствует глобальной экспоненциальной устойчивости.

Для практических целей расчетные матрицы  $\mathbf{k}_p$  и  $\mathbf{k}_D$  могут быть выбраны диагональными. Это означает, что уравнение с замкнутым контуром (8) представляет собой несвязанную многопараметрическую линейную систему, т. е. динамическое поведение ошибок каждой совместной позиции определяется линейными дифференциаль-



Рис. 3

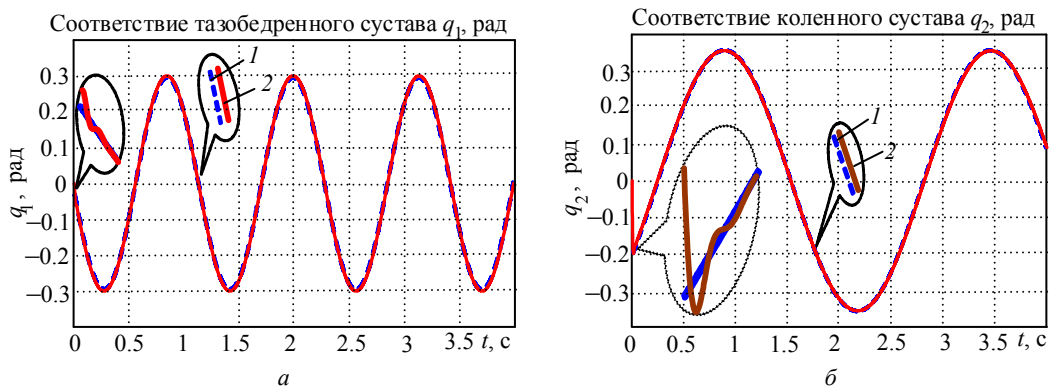


Рис. 4

ными уравнениями второго порядка, которые не зависят друг от друга.

**Результаты моделирования.** Моделирование системы управления по методу децентрализованного управления экзоскелета выполнено с параметрами, приведенными в [12].

Режим движения модуля выбран близким к движению ноги экзоскелета при ходьбе [9], [13]–[15]. Заданные траектории показаны на рис. 3:

$$q_{d1} = -0.031 \cos(5.476t) - 0.3 \sin(5.476t),$$

$$q_{d2} = 0.302 \sin(2.44t) - 0.201 \cos(2.44t),$$

где  $t$  – время, с.

На рис. 3 кривая 1 –  $q_{d1}$ , кривая 2 –  $q_{d2}$ .

Компоненты возмущения, действующие на суставы экзоскелета, приведены в следующем виде [12]:

$$F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0.5\dot{q}_1 + \sin(3q_1) \\ 1.3\dot{q}_2 - 1.8\sin(2q_2) \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты  $\mathbf{k}_P$ ,  $\mathbf{k}_D$  структуры управления ПД (П – пропорциональный, Д – дифференциальный) – диагональные матрицы, выбранные следующим образом:

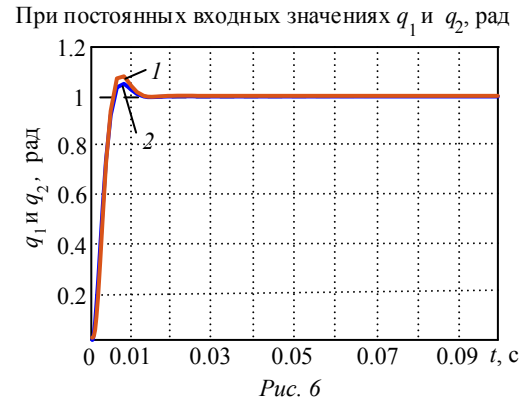
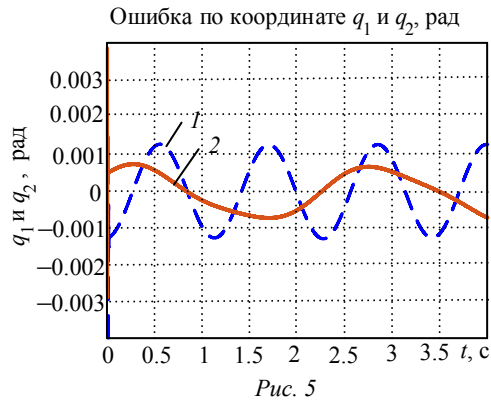
$$\mathbf{k}_P = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \mathbf{k}_D = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 80 \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования приведены на рис. 4–6.

Как видно из рис. 4 и 5 (кривая 1 – заданная траектория тазобедренного (рис. 4, а) и коленного (рис. 4, б) суставов, кривая 2 – реальная траектория тазобедренного (рис. 4, а) и коленного (рис. 4, б) суставов), регулятор позволяет хорошо повторять заданную траекторию с небольшими ошибками  $1.2 \cdot 10^{-3}$  рад (кривая 1 на рис. 5) для тазобедренного сустава ( $q_1$ ) и  $0.9 \cdot 10^{-3}$  рад (кривая 2 на рис. 5) для коленного сустава ( $q_2$ ).

Используя регулятор с постоянным входным значением, получим результаты выхода, показанные на рис. 6 (кривая 1 – тазобедренный сустав, кривая 2 – коленный сустав). Регулятор построен для управления экзоскелетом, который хорошо функционирует с заданными значениями: максимальное отклонение амплитуды в чрезмерном времени – 0.08, рад; чрезмерное время – 0.012, с.

Применение других методов для построения динамической модели многосвязной системы электромеханической передачи, если она применяется к экзоскелетам, может привести к потере качественной информации при моделировании движения экзоскелета (можно не увидеть



эффект дрожания звеньев) [7]. Использование компьютерных технологий для построения динамических моделей мехатронных объектов открывает новые качественные возможности для экзоскелета в синтезе управления электроприводами. Регулятор выполняется на основе разделения динамической модели экзоскелета на линейную и нелинейную

части, поэтому такие компоненты, как сила тяжести, сила трения, радиальный крутящий момент, будут компенсированы. Затем регулятор ПД используется для управления желаемой траекторией. Метод децентрализованного управления позволяет снизить потребление энергии, что актуально для экзоскелета.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 376 с.
2. Юревич Е. И. Основы робототехники. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 416 с.
3. Krause P. C., Wasynczuk O., Sudhoff S. D. Analysis of electric machinery and drive system // IEEE Press, Danvers, 2002. P. 613.
4. Mansour Torabi, Mojtaba Sharifi B., Gholamreza Vossoughia. Robust Adaptive sliding mode admittance control of exoskeleton rehabilitation robots // Scientia Iranica. 2018. № 25( 5). P. 2628–2642.
5. Львович А. Ю. Электромеханические системы: учеб. пособие. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1989. 296 с.
6. Мартыненко Ю. Г. Аналитическая динамика электромеханических систем. М.: Изд-во МЭИ, 1984. 64 с.
7. Гаврилов С. В., Коноплев В. А. Компьютерные технологии исследования многозвенных мехатронных систем. СПб.: Наука, 2004. 191 с.
8. Spong M. W. On the robust control of robot manipulators // IEEE Transactions on automatic control. 1992. Vol. 37, № 11. P. 1782–1786.
9. Гаврилов С. В., Занг Д. Т., Чан Д. Х. Особенности динамики экзоскелетов с вентильными двигателями

10. Design baseline computed torque controller / F. Piltan, M. Mirzaei, F. Shahriari, I. Nazari, S. Emamzadeh // Intern. J. of Engineering (IJE). 2012. Vol. 6. P. 129–141.
11. Rafael K., Davila V. S., Perez J. L. Control of robot manipulators in joint space. USA: Springer Science & Business Media, 2006. P. 439.
12. Saim A., Wang H., Tian Y. Model-free control using time delay estimation and fractional-order nonsingular fast terminal sliding mode for uncertain lower-limb exoskeleton // J. of Vibration and Control. 2018. Vol. 24, № 22. P. 5273–5290.
13. Yunpeng W., Long C. Polynomial trajectory tracking of networked Euler–Lagrange systems // IEEE Proc. of the 33rd Control Conf. Nanjing, China, 2014. P. 1568–1573.
14. Gautam R., Patil T. Modeling and control of joint angles of a biped robot leg using PID controllers // IEEE Intern. conf. on engineering and technology (ICETECH). Combatore, India, 2015. P. 978–983.
15. Mandava R. K., Vundavalli P. R. Design of PID controllers for 4-DOF planar and spatial manipulators // 2015 Intern. Conf. on Robotics, Automation, Control and Embedded Systems (RACE). IEEE, 2015. P. 1–6.

M. P. Belov, D. D. Truong, N. V. Lanh  
Saint Petersburg Electrotechnical University

## DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL AND CONTROL BY THE METHOD OF SEPARATION OF THE CONTROL LAW FOR THE EXOSKELETON

*Explores the possibility of using a nonlinear controller based on the separated control of an exoskeleton electric drive, which allows to exclude all nonlinear components and cross-connections. One of the significant difficult problems in control algorithms is the design of linear controllers for nonlinear systems. The exoskeleton is a powerful nonlinear control object with many uncertain parameters, so the application of traditional control methods is extremely difficult. To reduce these difficult problems, a nonlinear controller is built on the basis of the method of separated control. However, the application of this method requires the construction of an accurate kinematic model of the object to provide the necessary torque. The process of constructing a model of motion dynamics is considered using the example of a two-joint module of the lower extremity exoskeleton with disturbances. An exoskeleton regulator has been built with high accuracy and energy saving, in accordance with management requirements. The exoskeleton regulator was simulated in Matlab & Simulink.*

**Exoskeleton, motion dynamics, mathematical model, electric drive, mechatronic system, structural exoskeleton, exoskeleton control, separation of the control law**

УДК 681.3:62-52

Н. И. Татаринцев, Д. С. Карасев  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Применение энергосберегающего режима в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе

*Рассматриваются пути снижения энергопотребления электроприводов промышленных агрегатов, в частности асинхронных частотно-регулируемых электроприводов. Проведена оценка экономического потенциала энергосбережения в рассматриваемых приводах. Показана необходимость снижения энергопотребления в рассматриваемых агрегатах. Подробно излагается возможный метод реализации энергосберегающего режима работы при скалярном управлении с пропорциональным законом регулирования. Производится анализ применения принципов скалярного управления, а также представленного метода снижения энергопотребления в промышленных преобразователях частоты. Представлена временная диаграмма работы электропривода при переходе в энергосберегающий режим и выходе из него, демонстрирующая влияние параметров энергосбережения на работу привода в представленном экономном режиме. Выявлен недостаток рассмотренного энергосберегающего режима и возможные последствия его использования.*

**Частотно-регулируемый асинхронный электропривод, энергосберегающий электропривод, скалярное управление, функция энергосбережения в преобразователе частоты**

На сегодняшний день в развитых странах основными потребителями всей вырабатываемой электроэнергии являются электроприводы. При огромном расходе электричества, темпы которого постоянно возрастают ввиду роста производственной и иной деятельности человека, становится актуальной задача минимизации их энергопотребления. Энергосбережение представляет собой в первую очередь снижение бесполезных потерь энергии. Применение энергосберегающих

методов в рабочих циклах приводов не только способствует эффективному использованию энергетических ресурсов страны и их значительной экономии, но и является одним из возможных направлений решения экологических проблем, связанных с производством электроэнергии.

Объектом рассмотрения служит достаточно распространенный частотно-регулируемый асинхронный электропривод с  $U/f$ -управлением.