

3. Schweitzer G., Bleuler H., Traxler A. Active magnetic bearings // Hochschulverlag AG an der ETH. Zurich, 1994. P. 244.

4. Заблудский Е. И. Электрические машины. Ч. 3: Синхронные машины: учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МГАУ, 2008. 195 с.

5. Sugimoto H. Radial Force in a Bearingless Reluctance Motor // IEEE Trans. on Industry Applications. 2015. Vol. 51, № 5. P. 3696–3706.

6. Домрачева Ю. В. Математическое моделирование модуля синхронной индукторной бесподшипниковой машины // Фундаментальные исследования. 2013. № 10 (ч. 9). С. 1917–1921.

7. Chiba A. Magnetic Bearings and Bearingless Drives. London: ELSEVIER, 2005. 381 p.

Yu. N. Zhuravlev

LLC «Pskov Engineering Company»

M. E. Lazarev, R. K. Sharapov

Pskov State University

MATHEMATICAL MODELING SUSPENSION SYSTEM OF A SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTOR ROTOR WITH ACTIVE MAGNETIC BEARING

The article is devoted to the determination of the forces and moments generated by a magnetic field of a 2-pole synchronous jet electric motor. By analyzing the magnetic potentials of the rotor caused by the asymmetric flow distribution during rotor movements, magnetic fluxes and inductances were determined. Knowing the inductance, magnetic energy was obtained, the partial derivatives of which give torque and radial forces. An equation of torque is obtained, consisting of a disturbing and moving moment, the equations of which are presented for the motor and generator modes. It is shown that the obtained analytical expressions for radial forces and angular momenta contain perturbing and positional components that have «negative» stiffness and have a destabilizing effect on the rotor suspension. In this regard, they are taken into account in the mathematical description of the control object of the rotor magnetic suspension system using active magnetic bearings.

Active magnetic bearing, magnetic forces and moments, synchronous reluctance electric motor

УДК 519.7:618.5

В. В. Путов, В. Н. Шелудько, Д. М. Филатов, Чан Куок Тоан, Чу Чонг Шы
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Электромеханические адаптивные системы управления продольным движением летательного аппарата, разработанные на основе метода адаптивного обхода интегратора

Рассмотрены вопросы разработки и исследования электромеханических адаптивных систем управления продольным движением беспилотных летательных аппаратов легкого и сверхлегкого классов, выполненные на основе метода адаптивного обхода интегратора. Строятся нелинейные математические модели динамики продольного движения летательного аппарата, учитывающие и не учитывающие электромагнитную динамику исполнительного электропривода руля высоты. Приводятся результаты компьютерных исследований эффективности построенных электромеханических адаптивных систем в достижении ими свойств динамической устойчивости и быстродействия в условиях влияния электромагнитной динамики. Исследования проводились на базе расчетной модели легкого беспилотного летательного аппарата БПЛА-70V (массой 65 кг) компании «Aerospace Academy» (Вьетнам), предназначенного для дистанционного мониторинга подстилающих поверхностей.

Летательный аппарат, продольное движение, адаптивное управление, метод адаптивного обхода интегратора, электромагнитная динамика исполнительных электроприводов

В последнее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) стали широко применяться не

только в оборонной технике, но и в отраслях народного хозяйства. Математические модели движения

летательных аппаратов (ЛА), в частности БПЛА, как правило, описываются неполно, неточно и обладают существенными нелинейностями аэродинамических характеристик, изменяющихся в широких пределах и нелинейно зависящих от скоростей и маневренности ЛА. Поэтому для решения задач управления ЛА следует привлекать методы адаптивного и робастного подходов.

Как отмечено в [1], математические модели продольного и бокового движения ЛА являются неполностью измеримыми и их линеаризованные (и нелинейные) входо-выходные модели имеют относительные степени, большие единицы [2]–[4] и, как правило, не удовлетворяют структурным условиям адаптируемости (согласования), что не позволяет применять адаптивные методы, основанные на принципе непосредственной компенсации [5], [6]. Для преодоления структурных препятствий, возникающих при нарушении условий адаптируемости, широко применяются методы адаптивного и робастного управления нелинейными объектами, основанные на пошаговом методе синтеза [7], [8], называемом также методом обхода интегратора. Он практически реализуется как при условии полной измеримости объекта или наличии идентификатора состояния (наблюдателя), так и при синтезе адаптивного и робастного управления по выходу, основанном на совместном применении метода адаптивного обхода интегратора и специального метода нелинейного демпфирования возмущений [9], [10]. Адаптивные и робастные системы управления, синтезированные на основе пошагового синтеза, обеспечивают высокое качество переходных процессов (при ограниченном уровне управления), хотя и отличаются сложной процедурой построения, требующей большого объема вычислений, и громоздкостью аналитических выражений, возрастающей с увеличением порядка и числа каскадов математической модели объекта управления.

В настоящей статье предлагается применение метода адаптивного обхода интегратора [5]–[8], [11], [12] при разработке электромеханических адаптивных систем управления продольным движением жесткого летательного аппарата, рассматриваемых без учета и с учетом электромагнитной динамики исполнительных электроприводов.

Математическая модель продольного движения летательного аппарата, построенная с учетом электромагнитной динамики ($L_{я} \neq 0$).

Следуя [13], систему дифференциальных уравнений продольного движения жесткого ЛА представим в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = -\frac{g}{V_k} \cos \theta + \frac{P\alpha + c_y(\alpha)qS}{mV_k}; \\ \dot{\alpha} = \frac{g}{V_k} \cos \theta - \frac{P\alpha + c_y(\alpha)qS}{mV_k} + \omega_z; \\ \dot{\omega}_z = J_z^{-1}(M_{z_\alpha} \alpha + M_{z_{\omega_z}} \omega_z + M_{z_{\delta_B}} \delta_B); \\ \dot{\delta}_B = \omega_{\delta_B}; \dot{\omega}_{\delta_B} = J_\Sigma^{-1} k_m I_{я}; \\ \dot{I}_{я} = -L_{я}^{-1} [k_y k_{\Pi} \beta_T \beta_C \beta_{\Pi} \delta_B + \\ + (k_y k_C \beta_T + k_e) \omega_{\delta_B} + \\ + (k_y k_T \beta_T + R_{я}) I_{я} - k_y \beta_T \beta_C \beta_{\Pi} u]; \end{cases} \quad (1)$$

где θ – угол наклона траектории полета к горизонту; g – ускорение свободного падения; v_k – скорость ЛА в системе координат, связанной с землей; P – сила тяги; α – угол атаки; $c_y(\alpha)$ – безразмерный аэродинамический коэффициент подъемной силы; q – скоростной напор; S – площадь крыла ЛА; m – масса ЛА; $\omega_z = \dot{\vartheta}$ – угловая скорость тангажа (проекция на ось O_z), ϑ – угол тангажа; J_z – момент инерции ЛА относительно оси O_z ; M_{z_α} , $M_{z_{\omega_z}}$, $M_{z_{\delta_B}}$ – продольные моменты по углу атаки α , угловой скорости тангажа ω_z и углу отклонения рулей высоты δ_B соответственно; δ_B – угловое положение руля высоты ЛА; ω_{δ_B} – угловая скорость руля высоты; $I_{я}$ – ток якоря электродвигателя; J_Σ – суммарный момент инерции, включающий момент инерции якоря двигателя $J_{я}$, а также моменты инерции присоединенных к якорю двигателя трансмиссии $J_{Тр}$ и руля высоты J_{δ_B} ($J_\Sigma = J_{я} i^2 + J_{Тр} + J_{\delta_B}$), i – коэффициент редукции; k_e , k_m – постоянные коэффициенты (при неизменном потоке намагничивания), определяемые конструктивными данными электродвигателя; k_y – коэффициент передачи усилителя мощности, подключенного к якорным обмоткам двигателя; k_T , k_C , k_{Π} – коэффициенты передачи датчиков тока $I_{я}$, угловой скорости ω_1 и положения q_1 соответственно; $L_{я}$, $R_{я}$ – индуктивность и активное сопротивление якорной цепи двигателя соответственно; β_T , β_C , β_{Π} – передаточные функции (в частности, коэффициенты усиления) контурных регуляторов по переменным $I_{я}$, $\omega_{я}$ и θ соответственно; $u = u^0 + u_A$ (u^0 – про-

граммируемое, а u_A – подлежащее определению адаптивное управления рулем высоты).

Выражение для коэффициента подъемной силы представляется разложением вида [14]

$$c_y(\alpha) = c_{y0} + c_{y1}\alpha + c_{y2}\alpha^2 + c_{y3}\alpha^3,$$

которое перепишем в виде

$$c_y(\alpha) = c_{y1}\alpha + H_\alpha, \text{ где } H_\alpha = c_{y0} + c_{y2}\alpha^2 + c_{y3}\alpha^3.$$

Обозначим:

$$x_1 = \theta; x_2 = \alpha; x_3 = \omega_z; x_4 = \delta_B; x_5 = \omega_{\delta_B}; x_6 = I_\alpha;$$

$$f_1(x_1) = -\frac{g}{v_k} \cos x_1; j_1 = \frac{P + c_{y1}qS}{mv_k}; \varepsilon_1 = H_\alpha;$$

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{g}{v_k} \cos x_1 - \frac{P + c_{y1}qS}{mv_k} x_2; j_2 = 1;$$

$$\varepsilon_2 = -H_\alpha;$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = J_z^{-1}(M_{z_\alpha} x_2 + M_{z_{\omega_z}} x_3); \quad (2)$$

$$j_3 = J_z^{-1} M_{z_{\delta_B}}; \varepsilon_3 = 0;$$

$$f_4(x_1, \dots, x_4) = 0; j_4 = 1; \varepsilon_4 = 0;$$

$$f_5(x_1, \dots, x_5) = 0; j_5 = J_\Sigma^{-1} k_m; \varepsilon_5 = 0;$$

$$f_6(x_1, \dots, x_6) = -L_\alpha^{-1} [k_y k_\Pi \beta_T \beta_c \beta_\Pi x_4 + (k_y k_c \beta_T + k_e) x_5 + (k_y k_T \beta_T + R_\alpha) x_6];$$

$$j_6 = L_\alpha^{-1} k_y \beta_T \beta_c \beta_\Pi; \varepsilon_6 = 0.$$

Тогда система дифференциальных уравнений объекта (1) с учетом введенных обозначений (2) может быть приведена к нижнетреугольной форме следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_i) + j_i x_{i+1} + \varepsilon_i; & i = \overline{1, n-1}; \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, \dots, x_n) + j_n u_A + \varepsilon_n, \end{cases} \quad (3)$$

где $x_i \in R^1$; $f_i(\cdot)$ – гладкие скалярные функции; j_i – известные не равные нулю параметры объекта, зависящие от конструкции объекта; ε_i – неизвестные параметры объекта $i = \overline{1, n-1}$, $n = 6$.

Будем применять метод адаптивного обхода интегратора [7], [8] к построению электромеханической адаптивной системы управления продольным движением ЛА.

Построение адаптивной системы управления методом адаптивного обхода интегратора ($L_\alpha \neq 0$). Данный метод применительно к объекту управления, выраженному системой дифферен-

циальных уравнений 6-го порядка, имеющей вид нижней треугольной формы (3), ($n = 6$), представляет собой итеративную процедуру синтеза, состоящую из шести шагов [8].

Целью адаптивного управления является обеспечение в условиях интервальной неопределенности неизвестных параметров

$$\varepsilon_i: \varepsilon_{\min i} \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon_{\max i}, \quad i = \overline{1, 6},$$

экспоненциальной диссипативности (предельной ограниченности) по всем переменным состояния адаптивной системы. Искомое уравнение u_A синтезируется на завершающем 6-м этапе итеративной процедуры синтеза.

Шаг 1. Введем в рассмотрение k_1, \dots, k_6 положительных чисел – отрицательных обратных связей, синтезируемых на завершающем шаге процедуры, и введем новую переменную – ошибку $s_1 = x_1 - x_{1w}$, где x_{1w} – желаемый сигнал x_1 . Дифференцируя и принимая во внимание (3), $i = 1$, получим

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1w} = f_1(x_1) + j_1 x_2 + \varepsilon_1 - \dot{x}_{1w}. \quad (4)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 1) вида

$$V_1(s_1, \tilde{\varepsilon}_1) = \frac{s_1^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_1^2}{2\lambda_1}, \quad \tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 - \hat{\varepsilon}_1, \quad \lambda_1 > 0,$$

где $\hat{\varepsilon}_1$ – оценка ε_1 .

Вычислим полную производную функции V_1 в силу уравнения ошибки (4):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(s_1, \tilde{\varepsilon}_1) &= s_1 \dot{s}_1 + \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\varepsilon}_1 \dot{\tilde{\varepsilon}}_1 = \\ &= s_1 [f_1(x_1) + j_1 x_2 + \varepsilon_1 - \dot{x}_{1w}] + \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\varepsilon}_1 \dot{\tilde{\varepsilon}}_1. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) переменную x_2 представим как

$$x_2 = x_{2w} + (x_2 - x_{2w}) = x_{2w} + s_2,$$

где $s_2 = x_2 - x_{2w}$; свободно выбираемая переменная x_{2w} играет в методе роль виртуального закона управления для x_2 (на шаге 1).

Выберем виртуальный закон x_{2w} в следующем реализуемом виде (по условию компенсации в (5) нежелательных слагаемых):

$$x_{2w} = j_1^{-1} [-k_1 s_1 - f_1(x_1) - \hat{\varepsilon}_1 + \dot{x}_{1w}], \quad k_1 > 0. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(s_1, \tilde{\varepsilon}_1) &= -k_1 s_1^2 + j_1 s_1 s_2 + s_1 \tilde{\varepsilon}_1 + \frac{\tilde{\varepsilon}_1 \dot{\tilde{\varepsilon}}_1}{\lambda_1} = \\ &= -k_1 s_1^2 + j_1 s_1 s_2 + \tilde{\varepsilon}_1 \left(s_1 - \frac{\dot{\tilde{\varepsilon}}_1}{\lambda_1} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (7) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_1$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_1 = s_1 \lambda_1. \quad (8)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (7) примет (еще не окончательный) вид

$$\dot{V}_1 = -k_1 s_1^2 + j_1 s_1 s_2. \quad (9)$$

Шаг 2. Дифференцируя ошибку s_2 и подставляя производную \dot{x}_2 из системы (3) ($i = 2$), получим

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_{2w} = \\ &= f_2(x_1, x_2) + j_2 x_3 + \varepsilon_2 - \dot{x}_{2w}. \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 2) вида

$$\begin{aligned} V_2(s_1, s_2, \tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) &= V_1(s_1, \tilde{\varepsilon}_1) + \\ &+ \frac{s_2^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_2^2}{2\lambda_2}, \quad \tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - \hat{\varepsilon}_2, \quad \lambda_2 > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\hat{\varepsilon}_2$ – оценка ε_2 .

Вычислим полную производную функции V_2 по (11) в силу уравнения ошибки (10) и, учитывая (9), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(s_1, s_2, \tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) &= -k_1 s_1^2 + j_1 s_1 s_2 + \\ &+ s_2 [f_2(x_1, x_2) + j_2 x_3 + \varepsilon_2 - \dot{x}_{2w}] + \frac{1}{\lambda_2} \tilde{\varepsilon}_2 \dot{\tilde{\varepsilon}}_2. \end{aligned} \quad (12)$$

В выражении (12) переменную x_3 аналогично шагу 1 представим как

$$x_3 = x_{3w} + (x_3 - x_{3w}) = x_{3w} + s_3,$$

где $s_3 = x_3 - x_{3w}$; x_{3w} – виртуальный закон управления для x_3 (на шаге 2).

Аналогично шагу 1 и с целью скомпенсировать слагаемое $j_1 s_1 s_2$ в выражении (12) выберем виртуальный закон управления x_{3w} в следующем (реализуемом) виде:

$$\begin{aligned} x_{3w} &= j_2^{-1} [-k_2 s_2 - j_1 s_1 - f_2(x_1, x_2) - \hat{\varepsilon}_2 + \dot{x}_{2w}], \\ k_2 &> 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Раскрывая в (12) $\dot{V}_2(s_1, \dots, s_6, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_6) = -\sum_{i=1}^6 k_i s_i^2 + \tilde{\varepsilon}_6 \left(s_6 - \frac{1}{\lambda_6} \dot{\tilde{\varepsilon}}_6 \right)$ и подставляя (13) в (12), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(s_1, s_2, \tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) &= -k_1 s_1^2 - k_2 s_2^2 + \\ &+ j_2 s_2 s_3 + \tilde{\varepsilon}_2 \left(s_2 - \frac{\dot{\tilde{\varepsilon}}_2}{\lambda_2} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (14) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_2$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_2 = s_2 \lambda_2. \quad (15)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (14) примет вид

$$\dot{V}_2(s_1, s_2, \tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) = -k_1 s_1^2 - k_2 s_2^2 + j_2 s_2 s_3. \quad (16)$$

Шаг 3. Дифференцируя ошибку s_3 и подставляя производную \dot{x}_3 из системы (3), $i = 3$, получим

$$\begin{aligned} \dot{s}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{x}_{3w} = \\ &= f_3(x_1, x_2, x_3) + j_3 x_4 + \varepsilon_3 - \dot{x}_{3w}. \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 3) вида

$$\begin{aligned} V_3(s_2, s_3, \tilde{\varepsilon}_2, \tilde{\varepsilon}_3) &= V_2(s_1, s_2, \tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) + \\ &+ \frac{s_3^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_3^2}{2\lambda_3}, \quad \tilde{\varepsilon}_3 = \varepsilon_3 - \hat{\varepsilon}_3, \quad \lambda_3 > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

где $\hat{\varepsilon}_3$ – оценка ε_3 .

Вычислим полную производную функции V_3 по (18) в силу уравнения ошибки (17) и, учитывая (16), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(s_1, \dots, s_3, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_3) &= -\sum_{i=1}^2 k_i s_i^2 + j_2 s_2 s_3 + \\ &+ s_3 [f_3(x_1, x_2, x_3) + j_3 x_4 + \varepsilon_3 - \dot{x}_{3w}] + \frac{1}{\lambda_3} \tilde{\varepsilon}_3 \dot{\tilde{\varepsilon}}_3. \end{aligned} \quad (19)$$

В выражении (19) переменную x_4 аналогично шагам 1 и 2 можно представить как

$$x_4 = x_{4w} + (x_4 - x_{4w}) = x_{4w} + s_4,$$

где $s_4 = x_4 - x_{4w}$; x_{4w} – виртуальный закон управления для x_4 (на шаге 3).

Аналогично шагам 1 и 2 и с целью скомпенсировать слагаемое $j_2 s_2 s_3$ в выражении (19) выберем виртуальный закон управления x_{4w} в следующем (реализуемом) виде:

$$x_{4w} = j_3^{-1} [-k_3 s_3 - j_2 s_2 - f_3(x_1, x_2, x_3) - \hat{\varepsilon}_3 + \dot{x}_{3w}],$$

$$k_3 > 0. \quad (20)$$

Раскрывая в (19) $x_4 = x_{4w} + s_4$ и подставляя (20) в (19), получим

$$\dot{V}_3(s_1, \dots, s_3, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_3) =$$

$$= -\sum_{i=1}^3 k_i s_i^2 + j_3 s_3 s_4 + \tilde{\varepsilon}_3 \left(s_3 - \frac{\dot{\hat{\varepsilon}}_3}{\lambda_3} \right). \quad (21)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (21) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_3$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_3 = s_3 \lambda_3. \quad (22)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (21) примет вид

$$\dot{V}_3(s_1, \dots, s_3, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_3) = -\sum_{i=1}^3 k_i s_i^2 + j_3 s_3 s_4. \quad (23)$$

Шаг 4. Дифференцируя ошибку s_4 и подставляя производную \dot{x}_4 из системы (3) $i = 4$, получим

$$\dot{s}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4w} =$$

$$= f_4(x_1, \dots, x_4) + j_4 x_5 + \varepsilon_4 - \dot{x}_{4w}. \quad (24)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 4) вида

$$V_4(s_1, \dots, s_4, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_4) = V_3(s_1, \dots, s_3, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_3) +$$

$$+ \frac{s_4^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_4^2}{2\lambda_4}, \quad \tilde{\varepsilon}_4 = \varepsilon_4 - \hat{\varepsilon}_4, \quad \lambda_4 > 0, \quad (25)$$

где $\hat{\varepsilon}_4$ – оценка ε_4 .

Вычислим полную производную функции V_4 по (25) ε_4 в силу уравнения ошибки (24) и, учитывая (23), получим

$$\dot{V}_4(s_1, \dots, s_4, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_4) = -\sum_{i=1}^3 k_i s_i^2 + j_3 s_3 s_4 +$$

$$+ s_4 [f_4(x_1, \dots, x_4) + j_4 x_5 + \varepsilon_4 - \dot{x}_{4w}] + \frac{1}{\lambda_4} \tilde{\varepsilon}_4 \dot{\tilde{\varepsilon}}_4. \quad (26)$$

В выражениях (26) переменную x_5 аналогично шагам 1–3 можно представить как

$$x_5 = x_{5w} + (x_5 - x_{5w}) = x_{5w} + s_5,$$

где $s_5 = x_5 - x_{5w}$; x_{5w} – виртуальный закон управления для x_5 (на шаге 4).

Аналогично шагам 1–3 и с целью скомпенсировать слагаемое $j_3 s_3 s_4$ в выражении (26) выберем виртуальный закон управления x_{5w} в следующем (реализуемом) виде:

$$x_{5w} = j_4^{-1} [-k_4 s_4 - j_3 s_3 - f_4(x_1, \dots, x_4) - \hat{\varepsilon}_4 + \dot{x}_{4w}],$$

$$k_4 > 0. \quad (27)$$

Раскрывая в (25) $x_5 = x_{5w} + s_5$ и подставляя (27) в (26), получим

$$\dot{V}_4(s_1, \dots, s_4, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_4) =$$

$$= -\sum_{i=1}^4 k_i s_i^2 + j_4 s_4 s_5 + \tilde{\varepsilon}_4 \left(s_4 - \frac{\dot{\hat{\varepsilon}}_4}{\lambda_4} \right). \quad (28)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (28) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_4$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_4 = s_4 \lambda_4. \quad (29)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (28) примет вид

$$\dot{V}_4(s_1, \dots, s_4, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_4) = -\sum_{i=1}^4 k_i s_i^2 + j_4 s_4 s_5. \quad (30)$$

Шаг 5. Дифференцируя ошибку s_5 и подставляя производную \dot{x}_5 из системы (3) $i = 5$, получим

$$\dot{s}_5 = \dot{x}_5 - \dot{x}_{5w} =$$

$$= f_5(x_1, \dots, x_5) + j_5 x_6 + \varepsilon_5 - \dot{x}_{5w}. \quad (31)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 5) вида

$$V_5(s_1, \dots, s_5, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_5) = V_4(s_1, \dots, s_4, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_4) +$$

$$+ \frac{s_5^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_5^2}{2\lambda_5}, \quad \tilde{\varepsilon}_5 = \varepsilon_5 - \hat{\varepsilon}_5, \quad \lambda_5 > 0, \quad (32)$$

где $\hat{\varepsilon}_5$ – оценка ε_5 .

Вычислим полную производную функции V_5 по (32) в силу уравнения ошибки (31) и, учитывая (30), получим

$$\dot{V}_5(s_1, \dots, s_5, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_5) = -\sum_{i=1}^4 k_i s_i^2 + j_4 s_4 s_5 +$$

$$+ s_5 [f_5(x_1, \dots, x_5) + j_5 x_6 + \varepsilon_5 - \dot{x}_{5w}] + \frac{1}{\lambda_5} \tilde{\varepsilon}_5 \dot{\tilde{\varepsilon}}_5. \quad (33)$$

В выражении (33) переменную x_6 аналогично шагам 1–4 можно представить как

$$x_6 = x_{6w} + (x_6 - x_{6w}) = x_{6w} + s_6,$$

где $s_6 = x_6 - x_{6w}$; x_{6w} – виртуальный закон управления для x_6 (на шаге 5).

Аналогично шагам 1–4 и с целью скомпенсировать слагаемое $j_4 s_4 s_5$ в выражении (33) выберем виртуальный закон управления x_{6w} в следующем (реализуемом) виде:

$$x_{6w} = j_5^{-1} [-k_5 s_5 - j_4 s_4 - f_5(x_1, \dots, x_5) - \hat{\varepsilon}_5 + \dot{x}_{5w}], \quad k_5 > 0. \quad (34)$$

Подставляя (34) в (33), получим

$$\dot{V}_5(s_1, \dots, s_5, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_5) = -\sum_{i=1}^5 k_i s_i^2 + j_5 s_5 s_6 + \tilde{\varepsilon}_5 \left(s_5 - \frac{\dot{\hat{\varepsilon}}_5}{\lambda_5} \right). \quad (35)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (35) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_5$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_5 = s_5 \lambda_5. \quad (36)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (35) примет вид

$$\dot{V}_5(s_4, s_5, \tilde{\varepsilon}_4, \tilde{\varepsilon}_5) = -\sum_{i=1}^5 k_i s_i^2 + j_5 s_5 s_6. \quad (37)$$

Шаг 6. Дифференцируя ошибку s_6 и подставляя производную \dot{x}_6 из системы (3), $n = 6$, получим

$$\dot{s}_6 = \dot{x}_6 - \dot{x}_{6w} = f_6(x_1, \dots, x_6) + j_6 u + \varepsilon_6 - \dot{x}_{6w}. \quad (38)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова (на шаге 6) вида

$$V_6(s_1, \dots, s_6, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_6) = V_5(s_1, \dots, s_5, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_5) + j_5 s_5 s_6 + \frac{s_6^2}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_6^2}{2\lambda_6}, \quad \tilde{\varepsilon}_6 = \varepsilon_6 - \hat{\varepsilon}_6, \quad \lambda_6 > 0, \quad (39)$$

где $\hat{\varepsilon}_6$ – оценка ε_6 .

Вычислим полную производную функции V_6 по (39) в силу уравнения ошибки (38) и, учитывая (37), получим

$$\dot{V}_6(s_1, \dots, s_6, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_6) = -\sum_{i=1}^5 k_i s_i^2 + j_5 s_5 s_6 + s_6 [f_6(x_1, \dots, x_6) + j_6 u_A + \varepsilon_6 - \dot{x}_{6w}] + \frac{1}{\lambda_6} \tilde{\varepsilon}_6 \dot{\tilde{\varepsilon}}_6. \quad (40)$$

Аналогично шагам 1–5 и с целью скомпенсировать слагаемое $j_5 s_5 s_6$ в выражении (40) выберем искомый закон управления u_A в следующем (реализуемом) виде:

$$u = j_6^{-1} [-k_6 s_6 - j_5 s_5 - f_6(x_1, \dots, x_6) - \hat{\varepsilon}_6 + \dot{x}_{6w}], \quad k_6 > 0. \quad (41)$$

Внесем выражение (41) для u_A в (40), тогда полная производная функции Ляпунова (40) будет

$$\dot{V}_6(s_1, \dots, s_6, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_6) = -\sum_{i=1}^6 k_i s_i^2 + \tilde{\varepsilon}_6 \left(s_6 - \frac{1}{\lambda_6} \dot{\hat{\varepsilon}}_6 \right). \quad (42)$$

По условию обнуления выражения в скобках в правой части (42) выберем алгоритм настройки для $\hat{\varepsilon}_6$ в виде

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_6 = s_6 \lambda_6. \quad (43)$$

Теперь полная производная функции Ляпунова (42) примет вид

$$\dot{V}_6(s_1, \dots, s_6, \tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_6) = -\sum_{i=1}^6 k_i s_i^2 < 0.$$

Выбрав значения коэффициентов $k_i > 0$, $i = \overline{1, 6}$, обеспечивающих $\dot{V}_6 < 0$, можно утверждать, что все решения синтезированной адаптивной системы ограничены, а тривиальное решение экспоненциально устойчиво по части переменных s_i , $i = \overline{1, 6}$, тогда как по параметрическим рассогласованиям $\hat{\varepsilon}_i$ построенная система просто устойчива по Ляпунову. Поэтому при постоянно действующих возмущениях алгоритмы (8), (15), (22), (29), (36) и (43) необходимо регуляризовать, например, отрицательными обратными связями по настраиваемым параметрам, что придает построенной адаптивной системе (1), (6), (8), (13), (15), (20), (22), (27), (29), (34), (36), (41) и (43) свойство экспоненциальной диссипативности (или предельной ограниченности, или робастности) по всем переменным в силу применения функций Ляпунова в виде сумм квадратичных форм.

Построение адаптивной системы управления методом адаптивного обхода интегратора при ($L_{\text{я}} = 0$). При пренебрежении электромагнитной динамикой ($L_{\text{я}} = 0$) система дифференциальных уравнений продольного движения жесткого ЛА может быть получена из систем (1), (2) приравниванием в последнем уравнении системы (1) $L_{\text{я}} = 0$ и исключением неопределенности, что равносильно приравниванию к нулю выражения в прямоугольных скобках в последнем уравнении системы (1).

В этом случае аналогичная приведенной ранее итеративная процедура построения адаптивного управления будет состоять из пяти шагов (здесь не приводится).

Компьютерное моделирование. В качестве объекта для компьютерного моделирования используются расчетные данные модели БПЛА-70V, который является летательным аппаратом легкого класса ($m = 65$ кг) и произведен во Вьетнаме компанией «Aerospace Academy» для дистанционного мониторинга подстилающей поверхности [14].

В среде MatLab-Simulink построены программы компьютерного моделирования со следующими основными расчетными параметрами:

- параметры ЛА: $v_k = 40$ м/с, $m = 65$ кг, $b_a = 0.35$ м, $S = 1.05$ м², $m_{z_\alpha} = -1.4515$, $m_{z_{\delta_b}} = -5.4014$, $m_{z_{\omega_z}} = -335.25$, $c_y(\alpha) = -0.07 + 5.91\alpha + 0.0057\alpha^2 - 0.01\alpha^3$;

- параметры электромеханической следящей системы рулевого электропривода:

$$k_e = 1.025, k_m = 0.7, k_r = 1;$$

$$T_{я} = L_{я} R_{я}^{-1} = 0.01 \dots 0.1 \text{ с};$$

$$k_c = 0.246, k_{\Pi} = 0.04, R_{я} = 11, i = 10.$$

Для сравнения приводятся также результаты исследования электромеханических следящих систем с модальным управлением. При этом результаты линеаризации объекта (1) и расчет модального управления для линеаризованных

систем, построенных с учетом и без учета электромагнитной динамики, здесь не приводятся.

Результаты компьютерного моделирования адаптивной системы, построенной без учета электромагнитной динамики. На рис. 1 показаны переходные процессы по углам наклона θ (рис. 1, а), атаки α (рис. 1, б) в системе с адаптивным управлением, построенным методом обхода интегратора, где кривая 1 – эталонная модель; кривая 2 – адаптивное управление.

Результаты компьютерного моделирования систем с адаптивным и модальным управлением, построенных с учетом электромагнитной динамики. На рис. 2 показаны переходные процессы по углам наклона θ (рис. 2, а), атаки α (рис. 2, б) в системе с адаптивным управлением, построенной методом обхода интегратора, и в системе с модальным управлением при индуктивности двигателя $L_{я} = 1.5L_{я}^0$, где кривая 1 – эталонная модель; кривая 2 – адаптивное управление; кривая 3 – модальное управление.

На рис. 3 показаны переходные процессы по углам наклона θ (рис. 3, а), атаки α (рис. 3, б) в системах с адаптивным управлением, построенным методом обхода интегратора, и с модальным управлением при индуктивности двигателя $L_{я} = 2.5L_{я}^0$, где кривая 1 – эталонная модель; кривая 2 – адаптивное управление; кривая 3 – модальное управление.

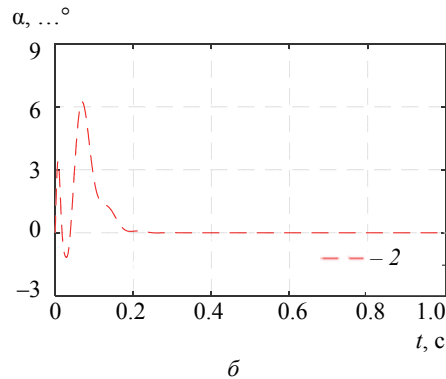
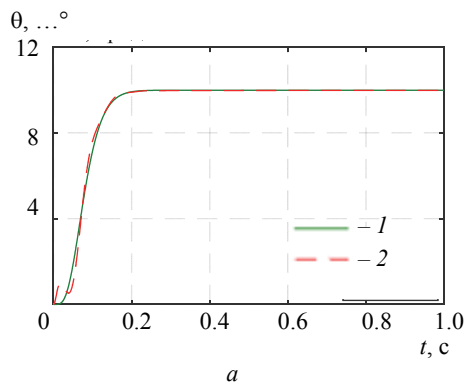


Рис. 1

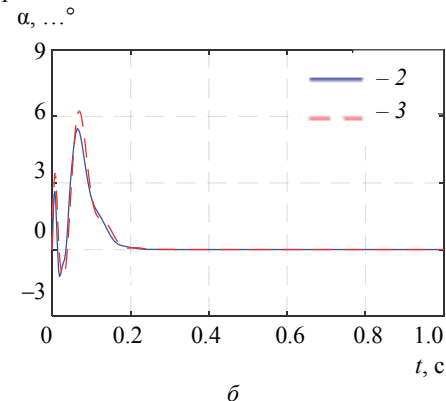
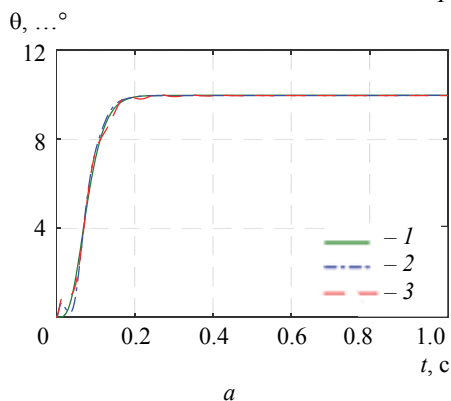


Рис. 2

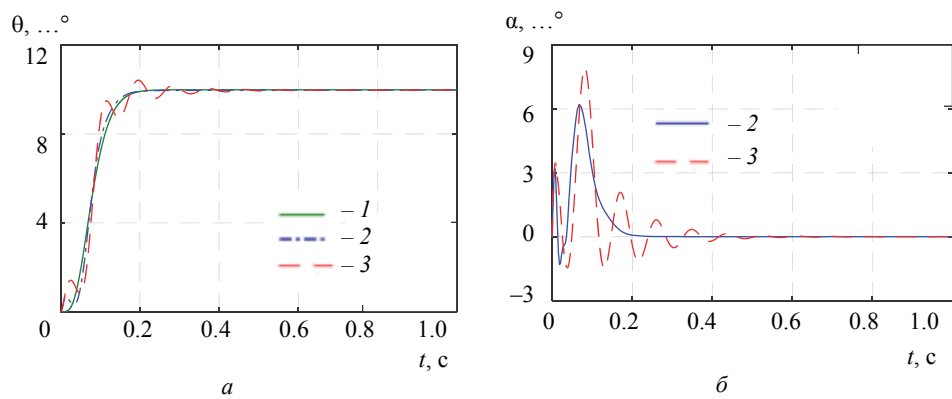


Рис. 3

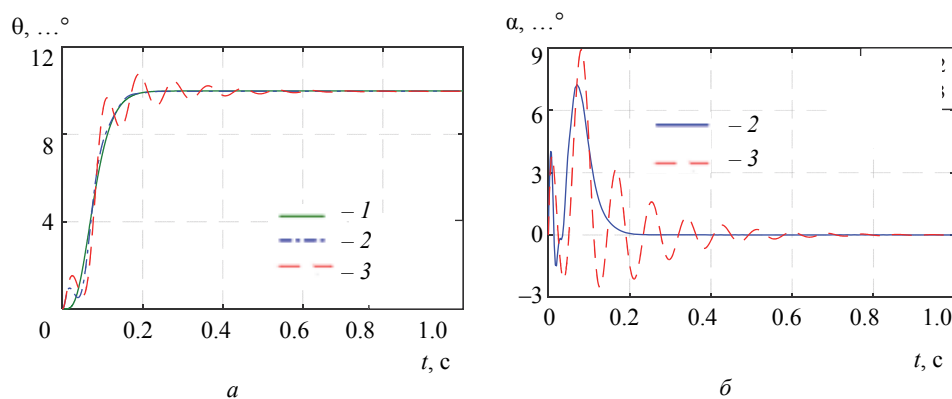


Рис. 4

На рис. 4 показаны переходные процессы по углам наклона θ (рис. 4, а), атаки α (рис. 4, б) в системах с адаптивным управлением, построенным методом обхода интегратора, и с модальным управлением при индуктивности двигателя $L_{\text{я}} = 3.0L_{\text{я}}^0$, где кривая 1 – эталонная модель; кривая 2 – адаптивное управление; кривая 3 – модальное управление.

Выводы. В статье рассмотрены вопросы разработки и исследования адаптивных электромеханических систем управления продольным движением летательного аппарата методом пошагового синтеза (адаптивного обхода интегратора).

Для применения в синтезе пошаговой процедуры предлагаемые нелинейные математические модели продольного движения летательного аппарата, учитывающие (6-го порядка) и не учитывающие (5-го порядка) электромагнитную динамику исполнительного электропривода, приведены к варианту описания в нижней треугольной форме в предположении, что нелинейные правые части дифференциальных уравнений моделей известны, а неизвестные параметры постоянны. Приводится подробная процедура пошагового синтеза для нелинейной модели 6-го порядка в предположении, что все переменные доступны измерению. На каждом шаге определены виртуальные функции параметрической настройки и

виртуальные управления (виртуальные функции стабилизации). Результирующий алгоритм настройки (43) и результирующее управление (41), определяемые на последнем шаге через все предыдущие виртуальные функции настройки и стабилизации, явно не выписаны в силу громоздкости раскрытия виртуальных переменных $x_{iW}, i = \overline{1, 6}$, в выражениях виртуальных алгоритмов (8), (15), (22), (29) и (36) и их первых производных в выражениях виртуальных управлений (6), (13), (20), (27) и (34). Аналогичным образом, произведены построение и расчет адаптивной системы для модели 5-го порядка, в которой электромагнитная динамика трактуется как «паразитная» (сингулярное возмущение) (в статье в силу ограниченности объема подробности этих выкладок не показаны).

Структуры законов управления и алгоритмов адаптации (настройки) обоснованы с помощью функций Ляпунова в виде сумм квадратичных форм, поэтому при условии достаточной гладкости правых частей математических моделей продольного движения и регуляризации интегральных алгоритмов адаптации (8), (15), (22), (29), (36) и (43), например, отрицательными обратными связями по настраиваемым параметрам, обеспечивается ограниченность и экспоненциальная

диссипативность всех решений построенных адаптивных систем [5].

Проведено сравнительное компьютерное моделирование построенных адаптивных систем, учитывающих или не учитывающих в своих структурах электромагнитную динамику, преследующее цели обоснования их работоспособности и решения вопроса о включении электромагнитной динамики исполнительных электроприводов в математическую модель продольного движения на этапе синтеза адаптивных электромеханических систем или пренебрежении электромагнитной динамикой при синтезе, трактуя ее как сингулярное возмущение. Работоспособность построенных адаптивных систем продемонстрирована экспериментальными результатами сравнения их эффективности с модальным управлением, рассчитанным по линеаризованному приближению нелинейных уравнений.

Отметим, что теоретические результаты, устанавливающие условия разделимости «медленных» и «быстрых» движений в сингулярно возмущенных адаптивных системах, синтезированных на основе второго метода Ляпунова [5] или полученных в рамках метода скоростного

градиента [15], дают независимо от выбора указанных методов синтеза положительные ответы для случаев, когда алгоритмы адаптации редуцированной системы регуляризованы параметрической обратной связью, т. е. являются алгоритмами адаптивного робастного управления, которое обеспечивает экспоненциальную сходимость решений по всем переменным к предельным множествам, и при условии, что «паразитная» динамика описывается линейной моделью, соответствующей минимальной реализации ее передаточной функции с гурвицевым полиномом знаменателя. Однако теоретические оценки гарантированной малости множителя при производной в модели «паразитной» динамики не соответствуют реальным соотношениям динамик основной (редуцированной) и «паразитной» систем, характеризующихся в технических системах гораздо большей «близостью», чем допускают теоретические оценки [5]. Экспериментальные исследования показали возможность сближения основной и «паразитной» динамик, отвечающего значительному «смягчению» теоретических требований к их разделению (до 2...3 крат).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чан К. Т., Путов В. В., Шелудько В. Н. Электромеханические адаптивные системы управления боковым движением летательного аппарата, разработанные на основе метода последовательного компенсатора // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2019. № 9. С. 70–76.
2. Адаптивная система управления нелинейным упругим летательным аппаратом, построенная по выходу методом последовательного компенсатора / В. В. Путов, В. Н. Шелудько, В. Ф. Нгуен, А. В. Путов, Н. Д. Тхань // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 5. С. 61–68.
3. Адаптивное управление упругим беспилотным летательным аппаратом в условиях неопределенности / В. В. Путов, В. Ф. Нгуен, Н. Д. Тхань, В. Н. Шелудько // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 4. С. 48–57.
4. Адаптивное управление продольным движением беспилотного летательного аппарата / В. В. Путов, В. Ф. Нгуен, А. В. Путов, Т. Т. Нгуен, К. Т. Чан // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2017. № 4. С. 35–43.
5. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. М.: Наука, 2000. 549 с.
6. Тюкин И. Ю., Терехов В. А. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 384 с.
7. Krstic M., Kokotovic P. Adaptive nonlinear output feedback schemes with Marino-Tomei controller // IEEE Trans. Jn Automatic Control. 1996. Vol. 41, № 2. P. 274–280.
8. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Willey and Sons, Inc., 1995.
9. Никифоров В. О., Слита О. В., Ушаков А. В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учеб. пособие / СПбГУ ИТМО. СПб., 2011. 226 с.
10. Fradkov A. L. Passification of nonsquare linear systems and Yzkubovich-Kalman-Popov Lemma // European J. of Control. 2003. № 6. P. 573–582.
11. Kokotovic P. V., Sussman H. J. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems // Systems Contr. Lett. 1989. № 13. P. 125–133.
12. Kokotovic P. V., Arcak M. Constructive Nonlinear Control: progress in the 90'S // Prepr. 14th IFAC World Congress. Beijing China, 1999. P. 49–77.
13. Путов В. В. Адаптивное и модальное управление механическими объектами с упругими деформациями: учеб. пособие. СПб: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2002. 112 с.
14. Лысенко Л. Н., Нгуен Дык Кьонг, Фан Ван Чьонг. Моделирование движения дистанционно пилотируемого летательного аппарата с модифицированным нечетким регулятором в контуре управления полетом // Полет. 2013. № 2. С. 24–30.
15. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука, 1990. 540 с.

V. V. Putov, V. N. Sheludko, D. M. Filatov, Chan Kuok Toan, Chu Trong Su
Saint Petersburg Electrotechnical University

ELECTROMECHANICAL ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS FOR LONGITUDINAL MOTION OF AIRCRAFT, DEVELOPED BASED ON THE ADAPTIVE BYPASS METHOD OF THE INTEGRATOR

Deals with the development and research of adaptive electromechanical control systems for the longitudinal movement of aircraft of light and ultralight classes based on the adaptive bypass method of the integrator. Nonlinear mathematical models of the dynamics of the longitudinal movement of the aircraft are constructed, taking into account and not taking into account the electromagnetic dynamics of the executive electric elevator. The results of computer studies of the effectiveness of the constructed electromechanical adaptive systems in achieving the properties of dynamic stability and speed under the influence of electromagnetic dynamics are presented. The studies were carried out on the basis of the calculation model of the UAV-70V light unmanned aerial vehicle (weighing 65 kg) of the Aerospace Academy company (Vietnam), designed for remote monitoring of underlying surfaces.

Aircraft, longitudinal movement, adaptive control, integrator bypass method, electromagnetic dynamics of executive electric drives
