УДК 621.315.592, 538.915

Научная статья

https://doi.org/10.32603/2071-8985-2023-16-10-43-51

# Энергетический спектр и волновые функции дырок в 2D-сверхрешетках из квантовых проволок (GaAs/AlAs)

## Г. Ф. Глинский<sup>⊠</sup>, В. А. Смирнова

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

#### <sup>III</sup>genaglinskii@mail.ru

**Аннотация.** Представлены результаты численного расчета энергетического спектра и волновых функций дырок в 2D-сверхрешетках (CP) из (GaAs/AlAs) квантовых проволок (КП) с произвольной формой сечения, с учетом сложного 4-кратно вырожденного характера валентной зоны Г<sub>8</sub> исходных материалов. В основе расчета лежит модифицированный метод эффективной массы, учитывающий микроскопическое строение гетеросистемы и *kp*-взаимодействие дырочных состояний в валентной зоне. Показано, что решение этой задачи в **k**-представлении сводится к поиску собственных чисел и собственных столбцов матричного гамильтониана конечной размерности. В качестве примера рассматривались CP из КП различного сечения (квадрат, круг, эллипс, кольцо). Исследовано влияние параметров CP на энергетический спектр дырок. Показано, что в законе дисперсии дырок в направлении оси КП *K*<sub>z</sub> наблюдаются эфекты антипересечения дырочных зон. Для основного и возбужденных состояний дырки подробно исследуется пространственное распределение волновых функций в плоскости, перпендикулярной оси КП.

**Ключевые слова:** квантовые проволоки, сверхрешетки, зона Г<sub>8</sub>, метод инвариантов, метод эффективной массы

**Для цитирования:** Глинский Г. Ф., Смирнова В. А. Энергетический спектр и волновые функции дырок в 2D-сверхрешетках из квантовых проволок (GaAs/AlAs) // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2023. Т. 16, № 10. С. 43–51. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-10-43-51.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

## Energy Spectrum and Wave Functions of Holes in 2D Quantum Wire Superlattices (GaAs/AlAs)

## G. F. Glinskii<sup>⊠</sup>, V. A. Smirnova

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

### <sup>III</sup>genaglinskii@mail.ru

**Abstract.** A numerical analysis of the hole energy spectrum and wave functions in a 2D (GaAs/AlAs) quantum wire (QWr) superlattice (SL) with arbitrary cross-section is presented. The intricate fourfold degenerate nature of valence band  $\Gamma_8$  of the given materials is taken into account. The presented approach is based on a modified effective mass method, wherein the microscopic structure of the heterostructure and hole *kp*-interaction in the valence band are considered. It is shown that the solution of this problem in a **k**-representation is reduced to an eigenvalue problem for a matrix Hamiltonian. Superlattices of quantum wires with different cross-sections (square, circle, ellipse, and ring) are considered as an example. The influence of superlattice parameters on the hole energy spectrum is studied. Anti-crossing effects in the hole dispersion law are observed. For the hole ground and excited states, the wave function spatial distribution in the plane perpendicular to the QWr axis is also studied.

**Keywords:** quantum wires, superlattices, valence band  $\Gamma_8$ , invariant method, effective mass method

**For citation:** Glinskii G. F., Smirnova V. A. Energy Spectrum and Wave Functions of Holes in 2D Quantum Wire Superlattices (GaAs/AlAs) // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2023. Vol. 16, no. 10. P. 43–51. doi: 10.32603/2071-8985-2023-16-10-43-51.

#### Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Введение. В последние годы интерес к изучеполупроводниковых квантово-размерных нию структур существенно возрос, что непосредственно связано с возможностью создания на их основе нового поколения быстродействующих оптоэлектронных приборов и устройств. С практической точки зрения наибольший интерес представляют полупроводниковые гетероструктуры с одиночными и множественными квантовыми ямами, проволоками и точками, а также соответствующие им 1D-, 2D- и 3D-сверхрешетки. Так как все оптические и электрические характеристики этих приборов определяются зонной структурой соответствующих гетеросистем, то изучение энергетического спектра носителей заряда (электронов и дырок) в этих структурах приобретает первостепенное значение.

В настоящее время можно выделить три основных подхода к теоретическому решению этой задачи. Первый из них основан на теории функционала плотности и его можно рассматривать как метод расчета из «первых принципов». Однако этот метод требует значительных вычислительных ресурсов и наряду с неоднозначностью интерпретации получаемых теоретических данных не всегда приводит к результатам, согласующимся с экспериментом.

Второй подход – метод эмпирического псевдопотенциала. Этот подход позволяет получать более надежные результаты, так как при его реализации учитывается как микроскопическое строение гетеросистемы, так и особенности зонной структуры исходных объемных кристаллов, которые определяются из анализа имеющихся экспериментальных данных.

Третий подход – метод эффективной массы или метод плавных огибающих волновых функций. Этот метод расчета получил наибольшее распространение. Решение задачи в рамках данного подхода сводится к решению одного или нескольких (при наличии вырождения) связанных дифференциальных уравнений. В этом случае атомарным строением кристаллов, составляющих гетероструктуру, пренебрегают, а сам подход можно рассматривать как континуальную модель, содержащую феноменологические параметры исходных объемных кристаллов (эффективные

массы, зонные параметры и т. п.). Однако этот метод может быть использован только в том случае, если области локализации носителей заряда имеют макроскопические размеры, т. е. содержат 50 и более элементарных ячеек кристалла.

В публикациях [1]–[3] был развит модифицированный метод эффективной массы, учитывающий микроскопическое, атомарное строение гетероструктур. Как показал анализ [4], этот метод позволяет получать приемлемые результаты для гетероструктур, содержащих небольшое число (до нескольких единиц) элементарных ячеек кристалла, а с увеличением их числа он сводится к обычной общепринятой континуальной модели, рассмотренной ранее.

В настоящей статье данный модифицированный метод используется для анализа дырочных состояний в 2D CP из квантовых проволок (GaAs/AlAs) [001] с учетом сложного строения валентной зоны  $\Gamma_8$  исходных материалов. Исследуются энергетический спектр и волновые функции дырок в CP из КП с различным сечением (квадрат, круг, эллипс, кольцо) без учета деформационных эффектов. Подробно анализируется пространственное распределение волновых функций дырок в зависимости от параметров CP, а также закон дисперсии дырок в направлении оси роста КП  $K_z$ .

1. Эффективный гамильтониан дырки в **2D** СР из КП (зона  $\Gamma_8$ ). Рассмотрим простую квадратную 2D СР из КП GaAs, выращенных вдоль кристаллографического направления [001] (ось z), в матрице AlAs с аналогичной кристаллографической ориентацией. Так как потолок валентной зоны GaAs (точка  $\Gamma_8$ ) находится выше соответствующей точки в AlAs, то система из КП будет создавать для дырок периодически расположенные в плоскости (x, y) двумерные квантовые ямы (КЯ). Будем приближенно считать, что периоды решеток GaAs и AlAs совпадают и равны  $a_0$ , тем самым будем пренебрегать деформационными эффектами. Определим основные (примитивные) векторы прямой СР D<sub>123</sub> следующим образом:  $\mathbf{D}_1 = a_0 p(1,0,0), \quad \mathbf{D}_2 = a_0 p(0,1,0),$  $D_3 = a_0(0,0,1)$ , где p – целое число, определяющее

размер прямоугольной сверхячейки в плоскости (x, y). В этом случае число элементарных ячеек кристалла внутри сверхячейки СР  $N = 4p^2$ . В соответствии с этим для векторов обратной СР будем иметь:  $\mathbf{G}_1 = (2\pi/a_0p)(1,0,0), \quad \mathbf{G}_2 = (2\pi/a_0p)(0,1,0), \quad \mathbf{G}_3 = = (2\pi/a_0)(0,0,1).$ 

Анализ показывает, что в рамках рассматриваемого метода эффективной массы, учитывающего микроскопическое строение бесконечной КП, выращенной вдоль направления [001] (ось z), дополнительный потенциал, создаваемый ею, приводит к рассеянию носителей заряда во всех трех направлениях: x, y и z. В качестве примера на рис. 1 показаны все точки к-пространства в зоне Бриллюэна кристалла, определяющие процесс рассеяния для случая p = 4. Таким образом, в k-представлении задача становится трехмерной. С другой стороны, в рамках континуальной, макроскопической модели в процессе такого рассеяния должны изменяться только волновые векторы  ${\bf k}_{\perp}$ , расположенные в плоскости ( $k_x$ ,  $k_y$ ), и для КП бесконечной длины задача двумерна. Однако можно строго показать, что все векторы, для которых  $k_z \neq 0$  (рис. 1), эквивалентны векторам, расположенным в плоскости  $(k_x, k_y)$ , т. е. отличаются от них на некоторый вектор обратной решетки кристалла. При этом они выходят за границу зоны Бриллюэна. Таким образом, при анализе КП в к-представлении в качестве элементарной ячейки обратной решетки удобно выбрать не симметризованную ячейку Вигнера-Зейтца (зону Бриллюэна), а прямоугольную ячейку того же объема (рис. 2). Только в этом случае решение урав-



 Рис. 1. Точки к-пространства в зоне Бриллюэна, определяющие процесс рассеяния электронов потенциалом КП, выращенной вдоль кристаллографического направления [001]
 Fig. 1. k-space points in the Brillouin zone that determine the electron scattering process by the QWr potential grown along the crystallographic direction [001]

нения Шредингера в приближении эффективной массы в **k**-представлении можно свести к решению двумерной задачи. Для наглядности на этом же рисунке в центре зоны Бриллюэна кристалла изображена зона Бриллюэна рассматриваемой СР.

Так как основной интерес представляют дырочные состояния, локализованные в КП, то в качестве опорного кристалла, определяющего гамильтониан нулевого приближения, удобно выбрать материал GaAs. В этом случае роль матрицы кинетической энергии в эффективном гамильтониане СР в **k**-представлении будет играть *kp*гамильтониан дырки в зоне  $\Gamma_8$  GaAs. Без учета линейных по **k** слагаемых, имеющих релятивистскую малость, он имеет вид [1, с. 257]

$$H^{\Gamma_8}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0} \begin{pmatrix} P+Q & W & V & 0 \\ W^* & P-Q & 0 & V \\ V^* & 0 & P-Q & -W \\ 0 & V^* & -W^* & P+Q \end{pmatrix},$$
  
rge  $P = \gamma_1 \left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right), \quad Q = \gamma_2 \left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right),$   
 $V = -\sqrt{3}\gamma_2 \left(k_x^2 - k_y^2\right) + i2\sqrt{3}\gamma_3 k_x k_y, \quad W = -2\sqrt{3}\gamma_3 \times V$ 

 $\times (k_x - ik_y)k_z$ ,  $P^*$ ,  $Q^*$ ,  $V^*$ ,  $W^*$  – выражения, комплексно сопряженные к выражениям P, Q, V и W;  $\gamma_{1,2,3}$  – параметры Латтинжера.

В рамках рассматриваемого подхода эффективный матричный (4 × 4) гамильтониан дырки в СР из КП будет параметрически зависеть от волнового вектора СР **К** ( $\mathbf{K}_{\perp}$ ,  $K_z$ ), изменяющегося в пределах ее зоны Бриллюэна, представленной на рис. 2. Без учета интерфейсных поправок, обу-



*Рис.* 2. Точки **к**-пространства, определяющие процесс рассеяния, приведенные в новую элементарную ячейку обратной решетки кристалла. В центре показана зона Бриллюэна СР *Fig.* 2. **k**-space points determining the scattering process



словленных изменением зонных параметров при переходе через интерфейс, а также короткодействующей частью интерфейсного потенциала, его можно представить как [2]

$$H_{\mathbf{k}_{\perp},\mathbf{k}_{\perp}'}(\mathbf{K}) = H^{\Gamma_{8}}(\mathbf{k}_{\perp} + \mathbf{K}_{\perp}, K_{z})\delta_{\mathbf{k}_{\perp},\mathbf{k}_{\perp}'} - I\Delta Ef(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}_{\perp}').$$
(1)

Здесь векторы  $\mathbf{k}_{\perp}$  и  $\mathbf{k}'_{\perp}$ , расположенные в плоскости  $(k_x, k_y)$ , есть векторы обратной СР  $(\mathbf{k}_{\perp} = m_1\mathbf{G}_1 + m_2\mathbf{G}_2, \mathbf{k}'_{\perp} = m'_1\mathbf{G}_1 + m'_2\mathbf{G}_2)$  и пробегают дискретный ряд значений  $(m_{1,2} = -p...p-1)$ ; I – единичная матрица  $(4 \times 4)$ ;  $\Delta E = E_{\text{GaAs}}^{\Gamma_8} - E_{\text{AIAs}}^{\Gamma_8} = 0.46$  эВ – разрыв валентной зоны  $\Gamma_8$  в гетероструктуре GaAs/AlAs;  $f(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}'_{\perp})$  – Фурье-образ характеристической функции  $f(\mathbf{a})$ , указывающей на замещение двух атомов AlAs на атомы GaAs в ячейке с номером **a** и определяющей микроскопическое строение квантовой проволоки:

$$f(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}'_{\perp}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{a}} f(\mathbf{a}) e^{-i(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}'_{\perp})\mathbf{a}},$$
$$f(\mathbf{a}) = \begin{cases} 1, \ \mathbf{a} \in \text{GaAs}\\ 0, \ \mathbf{a} \in \text{AlAs} \end{cases}, \quad \delta_{\mathbf{k}_{\perp}, \mathbf{k}'_{\perp}} = \begin{cases} 1, \ \mathbf{k}_{\perp} = \mathbf{k}'_{\perp}\\ 0, \ \mathbf{k}_{\perp} \neq \mathbf{k}'_{\perp} \end{cases}$$

В этих формулах **a** нумерует элементарные ячейки кристалла, расположенные внутри сверхячейки СР, а *N* – количество элементарных ячеек кристалла внутри в сверхячейки. В результате решение уравнения Шредингера сводится к поиску собственных чисел и собственных столбцов матричного гамильтониана (1), параметрически зависящего от **K**,

$$\sum_{\mathbf{k}'_{\perp}} H_{\mathbf{k}_{\perp},\mathbf{k}'_{\perp}}(\mathbf{K}) F_{\mathbf{k}'_{\perp}}(\mathbf{K}) = E(\mathbf{K}) F_{\mathbf{k}_{\perp}}(\mathbf{K}).$$
(2)

Собственные числа  $E_l(\mathbf{K})$  определяют зонную структуру СР (l – номер зоны), сформированную из состояний свободной дырки  $|\Gamma_8^{\nu}, \mathbf{k}\rangle$ ( $\nu = \pm 3/2, \pm 1/2$ ), а собственные столбцы  $F_{\mathbf{k}_{\perp},l}(\mathbf{K})$ , представляющие собой огибающие волновые функции в **k**-представлении, – вклад этих состояний в состояние СР  $|l, \mathbf{K}\rangle$ .

**2.** Энергетический спектр и волновые функции дырок в 2D СР из КП. Уравнение Шредингера (2) решалось численным методом. Были рассчитаны энергетический спектр  $E_l(\mathbf{K})$  и огибающие волновые функции дырок  $F_l(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{K})$  в координатном представлении:

$$F_l(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{K}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}_{\perp}} e^{i\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{x}_{\perp}} F_l(\mathbf{k}_{\perp}, \mathbf{K}).$$

Представленный метод расчета дает возможность анализировать пространственное распределение волновых функций дырки в СР из КП с произвольной формой сечения.

На рис. 3 схематически изображена СР из КП с квадратным сечением. На этом же рисунке справа представлены проекции всех узлов решетки Браве кристалла в рассматриваемой сверх-



и проекции всех узлов решетки Браве кристалла в рассматриваемой сверхячейке на плоскость, перпендикулярную оси z (б) *Fig. 3.* Schematic representation of the QWr superlattice with the square cross-section and its elementary cell (*a*) and projections of all nodes of the Bravais lattice of the crystal

in the considered supercell on a plane perpendicular to the z axis ( $\delta$ )

#### Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2023. Т. 16, № 10. С. 43-51

LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2023. Vol. 16, no. 10. P. 43-51





толщины 
$$d$$
,  $E_0 = \hbar^2 / (2m_0 x_0^2)$ ,  $x_0 = a_0 / 2$ ,

$$a_0 = 2.826$$
 Å – период решетки GaAs

*Fig. 4.* Dependence of the hole energy spectrum in the QWr superlattice (**K** = 0) with the square cross-section on its thickness *d*,  $E_0 = \hbar^2 / (2m_0 x_0^2)$ ,  $x_0 = a_0/2$ ,  $a_0 = 2.826$  Å is the GaAs lattice constant

ячейке на плоскость, перпендикулярную оси z. Во внутреннем квадрате – проекции узлов решетки Браве расположенных в объеме КП (GaAs), остальные – в матрице (AlAs).

Зависимость уровней размерного квантования  $E_l(0)$  от толщины КП с квадратным сечением d для основного и возбужденных состояний дырки при фиксированном размере сверхячейки (p = 10) представлена на рис. 4.



с квадратным сечением в направлении оси КП  $K_z$ ;  $d = 14x_0, p = 10, k_0 = 1/x_0$ . Значения единиц измерения указаны в подписи к рис. 4 *Fig.* 5. Hole dispersion in the direction  $K_z$  of the QWr;  $d = 14x_0, p = 10, k_0 = 1/x_0$ . The values of the units of measurement are indicated in the caption to Fig. 4

Как следует из рисунка, с увеличением d число связанных состояний в КП увеличивается, а все уровни смещаются в область низких энергий. Схлопывание уровней в области больших значений d обусловлено эффектами туннелирования дырок в соседние КП. Расчеты показывают, что основное состояние дырки в СР при  $\mathbf{K} = 0$  независимо от формы сечения КП формируется преимущественно состояниями легкой дырки ( $v = \pm 1/2$ ).



function in the QWr superlattice with square cross-sections (with the country 28.3 Å): a - within the framework of one elementary supercell;  $\delta -$  for a fragment of a superlattice



Puc. 7. Пространственное распределение квадрата модуля волновой функции 14-го возбужденного состояния легкой дырки в СР из КП с квадратным сечением (со строной 28.3 Å): а – в рамках одной элементарной сверхячейки, б – для фрагмента сверхрешетки
Fig. 7. Spatial distribution of the modulus square of the light hole 14-th excited state wave function in the QWr superlattice with square cross-sections (with the country 28.3 Å): а – within the framework of one elementary supercell; б – for a fragment of a superlattice



Рис. 8. Схематическое изображение СР из КП с круглым сечением (диаметр нити 33.9 Å) (a) и ее элементарная ячейка (б). Пространственное распределение квадрата модуля волновой функции 12-го состояния тяжелой дырки: e - в рамках одной элементарной сверхячейки, e - для фрагмента сверхрешетки *Fig.* 8. Schematic representation of the QWr superlattice with a circular cross-section (thread diameter 33.9 Å) (a) and its elementary cell (б). Spatial distribution of the modulus square of the heavy hole 12-th excited state wave function: e - within the framework of one elementary supercell; e - for a fragment of a superlattice

.....

.....

Дисперсия дырочных состояний в этой СР в направлении *K<sub>z</sub>* показана на рис. 5.

Как следует из этого рисунка, дисперсионные зависимости имеют сложный характер и содержат множество областей, в которых наблюдаются эффекты антипересечения, обусловленные *kp*взаимодействием тяжелых и легких дырок в валентной зоне. В результате в области антипересечения волновые функции этих состояний меняются местами при переходе через точку антипересечения. Наиболее сильно этот эффект проявляется для состояний с большим коэффициентом смешивания.

Пространственное распределение квадрата модуля волновой функции  $F_l(x, y)$  основного состояния легкой дырки ( $v = \pm 1/2$ ) в рассматривае-

.....

мой СР представлено на рис. 6. Как видно из рисунка, легкая дырка локализуется в центре проволоки, а эффекты туннелирования отсутствуют.

Для сравнения на рис. 7 представлены аналогичные результаты для 14-го возбужденного состояния легкой дырки. Как следует из рисунка, эффекты туннелирования для данного состояния играют существенную роль.

Схематические изображения СР из КП с другими формами сечений (круг, эллипс, кольцо), а также результаты расчета пространственного распределения квадрата волновых функций в этих СР для некоторых возбужденных состояний легких ( $v = \pm 1/2$ ) и тяжелых ( $v = \pm 3/2$ ) дырок представлены на рис. 8–10.



Рис. 9. Схематическое изображение СР из КП с эллиптическим сечением (главные оси эллипса: 25.4 и 8.478 Å) (*a*) и ее элементарная ячейка ( $\delta$ ). Пространственное распределение квадрата модуля волновой функции 10-го состояния тяжелой дырки: *в* – в рамках одной элементарной сверхячейки, *г* – для фрагмента сверхрешетки *Fig.* 9. Schematic representation of the QWr superlattice with the elliptic cross-section (the main axes of the ellipse: 25.4 и 8.478 Å) (*a*) and its elementary cell ( $\delta$ ). Spatial distribution of the modulus square of the heavy hole 10-th excited state wave function: *в* – within the framework of one elementary supercell; *г* – for a fragment of a superlattice



Рис. 10. Схематическое изображение СР из КП с сечением в виде кольца: a - радиус внешнего кольца 25.43 Å, радиус внутреннего кольца 14.13 Å, и  $\delta$  – ее элементарная ячейка. Пространственное распределение квадрата модуля волновой функции 6-го состояния тяжелой дырки: e - в рамках одной элементарной сверхячейки, e - для фрагмента сверхрешетки *Fig. 10.* Schematic representation of the QWr superlattice with the ring-shaped crosssection: a - radius of the outer ring 25.43 Å, radius of the inner ring 14.13 Å and  $\delta$  – its elementary cell. Spatial distribution of the modulus square of the heavy hole 6-th excited state wave function: e - within the framework of one elementary supercell; e - for a fragment of a superlattice

Заключение. На примере СР из КП (GaAs/ AlAs) [001] показано, что модифицированный метод эффективной массы, учитывающий микроскопическое, атомарное строение гетероструктур, с успехом может быть использован для расчета КП с произвольной формой поперечного сечения. В рамках данного подхода уравнение Шредингера в **k**-представлении, описывающее поведение носителей заряда в гетероструктурах, сводится к системе алгебраических уравнений, что представляется весьма удобным с точки зрения численного его решения. В результате процедура определения энергетического спектра и волновых функций носителей заряда сводится к поиску собственных чисел и собственных столбцов матричного гамильтониана конечного размера.

#### Список литературы

1. Глинский Г. Ф. Полупроводники и полупроводниковые наноструктуры: симметрия и электронные состояния. СПб.: Технолит, 2008. 270 с.

2. Глинский Г. Ф., Миронова М. С. Эффективные гамильтонианы для гетероструктур на основе прямозонных полупроводников AIIIBV. Кр-теория возмущения и метод инвариантов // Физика и техника полупроводников. 2014. Т. 48, вып. 10. С. 1359–1369.

 Глинский Г. Ф. Простой численный метод определения энергетического спектра носителей заряда в полупроводниковых гетероструктурах // Письма в журн. техн. физики. 2018. Т. 44, вып. 6. С. 17–24.

4. Глинский Г. Ф., Шапран Д. А. Энергетический спектр и волновые функции электронов в туннельносвязанных сферических квантовых точках InAs/GaAs // Письма в журн. техн. физики. 2020. Т. 46, вып. 6. С. 20–22.

#### Информация об авторах

Глинский Геннадий Федорович – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры микро- и наноэлектроники СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: genaglinskii@mail.ru

Смирнова Василиса Александровна – студентка гр. 7282 СПбГЭТУ «ЛЭТИ». E-mail: vasic.99@mail.ru

#### References

1. Glinskij G. F. Poluprovodniki i poluprovodnikovye nanostruktury: simmetrija i jelektronnye sostojanija. SPb.: Tehnolit, 2008. 270 s. (In Russ.).

2. Glinskij G. F., Mironova M. S. Jeffektivnye gamil'toniany dlja geterostruktur na osnove prjamozonnyh poluprovodnikov AIIIBV. Kp-teorija vozmushhenija i metod invariantov // Fizika i tehnika poluprovodnikov. 2014. T. 48, vyp. 10. S. 1359–1369. (In Russ.). 3. Glinskij G. F. Prostoj chislennyj metod opredelenija jenergeticheskogo spektra nositelej zarjada v poluprovodnikovyh geterostrukturah // Pis'ma v zhurn. tehn. fiziki. 2018. T. 44, vyp. 6. S. 17–24. (In Russ.).

4. Glinskij G. F., Shapran D. A. Jenergeticheskij spektr i volnovye funkcii jelektronov v tunnel'no-svjazannyh sfericheskih kvantovyh tochkah InAs/GaAs // Pis'ma v zhurn. tehn. fiziki. 2020. T. 46, vyp. 6. S. 20–22. (In Russ.).

#### Information about the authors

**Gennady F. Glinskii** – Dr Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Department of Micro- and Nanoelectronics of Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: genaglinskii@mail.ru

**Vasilisa A. Smirnova** – master's degree gr. 7282 of Saint Petersburg Electrotechnical University. E-mail: vasic.99@mail.ru

Статья поступила в редакцию 29.06.2023; принята к публикации после рецензирования 13.10.2023; опубликована онлайн 19.12.2023.

Submitted 29.06.2023; accepted 13.10.2023; published online 19.12.2023.