

## Синтез наблюдателя Калмана системы нелинейного электропривода оптико-механического комплекса

Н. В. Лань<sup>✉</sup>, А. М. Белов, Н. З. Хань

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

<sup>✉</sup>lanhleti@gmail.com

**Аннотация.** Система электропривода оптико-механического комплекса рассматривается как трехмассовая система с упругими связями. Коэффициенты упругости системы – это параметры, которые не могут быть измерены датчиком и не фиксируются по времени работы прибора. В системах управления электроприводами необходим синтез наблюдателей с помощью расширенного фильтра Калмана, позволяющего оценивать переменные в трехмассовой упругой системе, математическая модель которой построена с учетом нелинейных факторов упругости. Наблюдатель Калмана построен на основе векторного управления синхронным двигателем с постоянными магнитами. Это важная часть перед синтезом нелинейного предиктивного регулятора системы электромеханического привода оптико-механического комплекса. Результаты моделирования выполняются в среде MatLab/Simulink.

**Ключевые слова:** оптико-механический комплекс, трехмассовая упругая система, синхронного двигателя с постоянными магнитами, наблюдатель Калмана

**Для цитирования:** Лань Н. В., Белов А. М., Хань Н. З. Синтез наблюдателя Калмана системы нелинейного электропривода оптико-механической комплекса // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2022. Т. 15, № 10. С. 79–86. doi: 10.32603/2071-8985-2022-15-10-79-86.

**Конфликт интересов:** Авторы заявляют никакого конфликта интересов.

Original article

## Synthesis of the Kalman Observer for Nonlinear Electric Drive System of the Optical-Mechanical Complex

N. V. Lanh<sup>✉</sup>, A. M. Belov, N. D. Khanh

Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

<sup>✉</sup>lanhleti@gmail.com

**Abstract.** The electric drive of the optical-mechanical complex is considered as a three-mass elastic system. The coefficients of elasticity in this case cannot be measured by the sensor and are not fixed by the operating time of the device. The synthesis of observers using the adaptive extended Kalman filter, estimating variables in a three-mass elastic system, is a necessity in electric drive control systems of the optical-mechanical complex. The mathematical model of the three-mass electric drive system of the optical-mechanical complex is built with taking into account nonlinear elastic factors. The Kalman observer is built in combination vector control system with a permanent magnet synchronous motor. This is an important part before the synthesis of the nonlinear predictive controller for electromechanical drive system of the optical-mechanical complex. Simulation results are executed in the MatLab/Simulink environment.

**Keywords:** optical-mechanical complex, three-mass elastic system, synchronous motor with permanent magnets, Kalman observer

**For citation:** Lanh N. V., Belov A. M., Khanh N. D. Synthesis of the Kalman Observer for Nonlinear Electric Drive System of the Optical-Mechanical Complex // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2022. Vol. 15, no. 10. P. 79–86. doi: 10.32603/2071-8985-2022-15-10-79-86.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

**Введение.** В основе адаптивного расширенного фильтра Калмана (АРФК) используется подход рекурсивной оценки нелинейных систем с неаддитивным шумом. С определением рекурсивной оценки и обновлением АРФК возможна адаптация к смещенным начальным ковариациям, повышения точности оценки и стабильности фильтра. Возмущающее воздействие в виде шума в АРФК нелинейных систем не обязательно аддитивно. Фильтр адаптируется к неопределенности в процессе работы и ковариациям возмущения за счет получения двух рекурсивных правил их обновления. Эти правила позволяют уменьшить количество параметров шума, легко реализовываются и настраиваются в расширенном фильтре Калмана. В [1] исследован нелинейный предиктивный регулятор системы электропривода оптико-механического комплекса (ОМК), где наблюдатель Калмана используется для оценки угловой скорости и упругого момента двухмассовой системы. В этой статье построен наблюдатель Калмана для оценки угловых скоростей второй и третьей масс; упругие моменты между массами в трехмассовой упругой системе ОМК как основа для синтеза нелинейного предиктивного регулятора.

**Построение математической модели системы электропривода ОМК.** Система электропривода ОМК при рассмотрении ее как трехмассовой системы с учетом зазора, упругости и трения считается трехмассовой нелинейной системой. Структурная схема данной системы представлена на

рис. 1, где приводной вал электродвигателя считается первой массой, вилка – второй массой, и камера – третьей массой. В механической части учитываются упругость и трение. Зазор между шестернями редуктора в этом случае считается малым при использовании современного синхронного двигателя с постоянными магнитами (СДПМ) с качественными редукторами [2]–[4].

На рис. 1 обозначены: первая масса (1) – электродвигатель СДПМ и редуктор; вторая масса (2) – вилка и электродвигатель угломестного канала; третья масса (3) – камера;  $J_1, J_2, J_3$  – моменты инерции двигателя СДПМ с редуктором, вилки и камеры;  $c_{21}, c_{32}$  – коэффициенты жесткости масс ОМК;  $\omega_1-\omega_3$  – угловые скорости масс (1)–(3);  $M_d, M_{21}, M_{32}$  – электромагнитный момент двигателя и моменты упругих связей между массами 1 и 2, 2 и 3, соответственно;  $M_{21}$  – упругий момент между массами 1 и 2;  $\varphi_0$  – зазор между шестернями редуктора;  $M_{f2}$  – момент сухого трения;  $M_c$  – внешнее возмущение от дорожного покрытия;  $i_p$  – передаточное число циклоидального точного редуктора без зазоров;  $i_d$  – ток двигателя;  $u_{п}$  – частота опорного напряжения на выходе инвертора; ШИМ – широтно-импульсная модуляция; АВН – активный выпрямитель напряжения;  $\varphi_1-\varphi_3$  – угловые положения масс (1)–(3);  $\omega_{зад}$  – задающий угол на входе регулятора скорости.

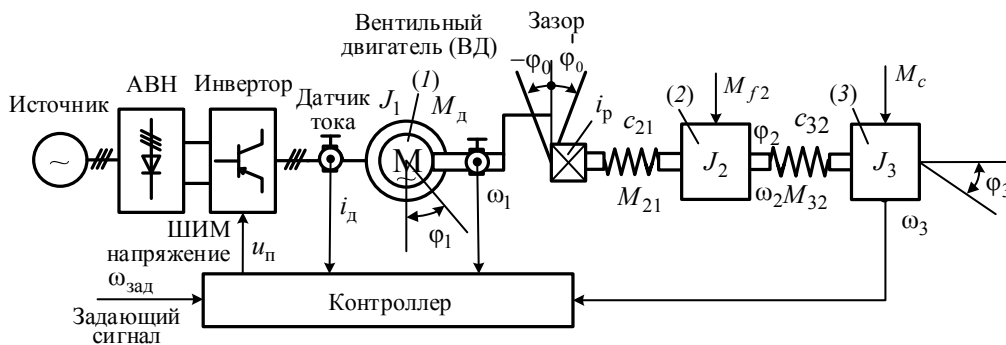


Рис. 1. Эквивалентная схема электромеханической системы ОМК  
Fig. 1. Kinetic diagram of the electromechanical system of ОМК

Математическое описание следящей системы трехмассовой упругой модели механизма электропривода ОМК с СДПМ контура скорости, может быть записано как [1], [5]–[7]:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{i}_{1d} &= -\frac{R_1}{L_1}i_{1d} + \omega_0 i_{1q} + \frac{1}{L_1}u_{1d}; \\ \dot{i}_{1q} &= -\frac{R_1}{L_1}i_{1q} - \omega_0 i_{1d} - \frac{\psi_2}{L_1}\omega_0 + \frac{1}{L_1}u_{1q}; \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{1}{J_1}(M_d - M_{21}); \quad \dot{M}_{21} = (\omega_1 - \omega_2)c_{21}; \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1}{J_2}(M_{21} - M_{32} - M_{2f}); \\ \dot{M}_{32} &= (\omega_2 - \omega_3)c_{32}; \\ \dot{\omega}_3 &= \frac{1}{J_3}(M_{32} - M_c); \\ \omega_0 &= p_{\Pi}\omega_1; \quad M_d = \frac{3}{2}p_{\Pi}\psi_2\dot{i}_{1q}; \\ u_{1d} &= k_T(u_{\Pi} - i_{1d}); \quad u_{1q} = k_T(u_M - i_{1q}); \\ u_{\Pi} &= k_{\Pi}(\psi_{2\text{зад}} - \psi_2); \quad u_M = k_M(u_{p.c} - M_d), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $i_{1d}$ ,  $i_{1q}$  – ток статора во вращающейся системе координат  $d$ – $q$ ;  $R_1$  – сопротивление обмоток статора;  $L_1$  – индуктивное сопротивление фаз статора;  $\omega_0$  – угловая скорость вращающейся системы координат  $d$ – $q$ ;  $\psi_2$  – пространственные векторы потокоцеплений обмотки ротора вентильного электродвигателя во вращающейся системе координат  $d$ – $q$ ;  $\psi_{2\text{зад}}$  – задающий сигнал потокоцеплений обмотки ротора на входе регулятора момента;  $p_{\Pi}$  – число полюсов статора;  $k_T$ ,  $k_{\Pi}$ ,  $k_M$  – коэффициенты передачи регуляторов токов, потокоцепления и момента, соответственно;  $u_{1d}$ ,  $u_{1q}$ ,  $u_{\Pi}$ ,  $u_M$  – выходные напряжения регуляторов токов, потокоцепления и момента, соответственно;  $u_{p.c}$  – выходной сигнал прогнозирующего регулятора скорости.

Используя тригонометрическую функцию  $\tanh(x)$ , наиболее подходящую из существующих функций для аппроксимации упругого момента с учетом зазора и момента сухого трения, запишем уравнения в виде [2]

$$\begin{aligned} M_{21}(\varphi_1 - \varphi_2) &= c_{21}[(\varphi_1 - \varphi_2) - \\ &- \varphi_0 \tanh(a(\varphi_1 - \varphi_2))]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$M_{f2}(\omega_2) = M_{f0} \tanh(b\omega_2);$$

$$M_{f0} = (0.1 \dots 0.3)M_{\text{ном}},$$

где  $a$ ,  $b$  – положительные коэффициенты, которые могут выбираться;  $M_{\text{ном}}$  – номинальный момент двигателя.

С учетом оцененных параметров наблюдателя Калмана (1) можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{i}_{1d} &= f_1 = d_1 i_{1d} + d_2 \omega_1 i_{1q} + d_3 \psi_{2\text{зад}}; \\ \dot{i}_{1q} &= f_2 = q_1 i_{1q} + q_2 i_{1d} \omega_1 + q_3 \omega_1 + q_4 u_{p.c}; \\ \dot{\omega}_1 &= f_3 = a_1 i_{1q} + a_2 \omega_1 + a_3 M_{21} + a_4 \omega_2; \\ \dot{M}_{21} &= f_4 = a_5 \omega_1 + a_6 \omega_2; \\ \dot{\omega}_2 &= f_5 = a_7 M_{21} + a_8 \omega_2 + a_9 M_{32}; \\ \dot{M}_{32} &= f_6 = a_{10} \omega_2 + a_{11} \omega_3; \\ \dot{\omega}_3 &= f_7 = a_{12} M_{32} + a_{13} M_c, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} d_1 &= -R_1 L_1^{-1} - k_T; \quad d_2 = p_{\Pi}; \quad d_3 = k_T k_{\Pi}; \\ q_1 &= -(k_T + R_1 + k_2^2 R_2)(\sigma R_1 T_1)^{-1}; \quad q_2 = -p_{\Pi}; \\ q_3 &= k_2 p_{\Pi}(\sigma R_1 T_1)^{-1}; \quad q_4 = k_T k_M(\sigma R_1 T_1)^{-1}; \\ a_1 &= -J_1^{-1} T_2^{-1} L_m; \\ a_2 &= -J_1^{-1} c_{21} \varphi_0 a [1 - \tanh^2 a(\varphi_1 - \varphi_2)]; \\ a_3 &= -J_1^{-1}; \quad a_4 = J_1^{-1} c_{21} \varphi_0 a [1 - \tanh^2 a(\varphi_1 - \varphi_2)]; \\ a_5 &= c_{21}; \quad a_6 = -c_{21}; \\ a_7 &= J_2^{-1}; \quad a_8 = -J_2^{-1} M_{f0} b [1 - \tanh^2(b\omega_2)]; \\ a_9 &= -J_2^{-1}; \\ a_{10} &= c_{32}; \quad a_{11} = -c_{32}; \quad a_{12} = J_3^{-1}; \quad a_{13} = -J_3^{-1}, \end{aligned} \right.$$

где  $R_2$  – активное сопротивление обмоток фаз ротора СДПМ;  $L_2$ ,  $L_m$  – индуктивности обмоток фаз ротора и главная индуктивность СДПМ соответственно;  $k_2 = L_m/L_2$  – безразмерные коэффициенты;  $\sigma$  – коэффициент рассеяния машины,  $\sigma = 1 - L_m^2/L_1 L_2$ ;  $T_1$ ,  $T_2$  – постоянные времени обмоток статора и ротора СДПМ соответственно,  $T_1 = L_1/R_1$  и  $T_2 = L_2/R_2$  [1], [6].

**Синтез наблюдателя состояния Калмана электропривода ОМК в виде трехмассовой системы.** В [1], [6] предположим, что объект управления (ОУ) (1) описывается в виде нелинейной модели

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}(t); \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mathbf{x}(t)$  – вектор переменных состояния ОУ;  $\mathbf{u}(t)$  – вектор управляющего воздействия;  $\mathbf{y}(t)$  – вектор выхода;  $\mathbf{h}[\mathbf{x}(t)]$  – нелинейная функция выхода;  $\mathbf{B}$  – матрица управления;  $\mathbf{f}[\mathbf{x}(t)]$  – нелинейные функции ОУ;  $\mathbf{w}(t)$ ,  $\mathbf{v}(t)$  – белые шумы состояния и измерения, представляющие собой гауссовские случайные процессы с нулевым средним значением с диагональными матрицами ковариации  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  соответственно.

Нелинейная система (4) в форме псевдолинейных моделей с помощью рядов Тейлора можно записать в виде матриц Якоби [1], [6], [8]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{w}(t); \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (5)$$

где  $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t)) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)}$  – параметризованная матрица состояния ОУ;

$\mathbf{C}(\mathbf{x}(t)) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)}$  – параметризованная матрица выхода ОУ.

Дискретная модель состояний системы (5) по методу Эйлера записывается в виде

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k); \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \end{cases}$$

Задача фильтра Калмана (ФК) заключается в нахождении оценки вектора состояния  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ , которая минимизирует функционал качества среднеквадратичной ошибки математического ожидания:

$$J = E \left\{ [\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)][\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)]^T \right\} \rightarrow \min.$$

Шаги процесса алгоритма синтеза оптимального фильтра Калмана включают [6], [8], [9]:

шаг 1 – уравнения предсказания:

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{x}}(k-1), \quad (6)$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{A}^T(k-1) + \mathbf{Q}(k-1), \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}^-(k); \quad (8)$$

шаг 2 – уравнения коррекции:

$$\mathbf{e}(k) = \hat{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{x}}^-(k); \quad (9)$$

$$\mathbf{L}(k) = \mathbf{P}^-(k) \mathbf{C}^T(k) [\mathbf{C}(k)\mathbf{P}^-(k) \mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}; \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{L}(k) \mathbf{e}(k); \quad (11)$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{L}(k) \mathbf{C}(k)] \mathbf{P}^-(k), \quad (12)$$

где  $\hat{\mathbf{x}}^-(k)$ ,  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ ,  $\mathbf{P}^-(k)$ ,  $\mathbf{P}(k)$  – априорная и апостериорная оценки вектора переменных состояния и матрицы ковариации ошибок соответственно;  $\mathbf{L}(k)$  – матрица коэффициентов усиления фильтра Калмана;  $\mathbf{e}(k)$  – вектор погрешности измерения;  $\mathbf{I}$  – диагональная единичная матрица [1], [6].

Задача определения весовых матриц  $\mathbf{Q}(k)$  и  $\mathbf{R}(k)$  усложняется, когда в процессе работы значения случайных возмущений в реальной системе будут часто изменяться. Изменение случайных возмущений и его нестабильность могут вызвать большие ошибки оценки при использовании фильтра Калмана. Для выполнения требований к точности оценки АРФК может быть использован в качестве адаптивного к шуму фильтра, оценивающего ковариационные матрицы шума состояния и измерения  $\mathbf{Q}(k)$ ,  $\mathbf{R}(k)$ . В этом случае инновационная последовательность используется для оценки ковариации шума [6], [9], [10].

Уравнение (11) переписывается как

$$\mathbf{e}(k) \approx \mathbf{C}(k)(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}^-(k)) + \mathbf{v}(k). \quad (13)$$

Взяв дисперсию в обеих частях уравнения (13), получим ковариацию:

$$\Phi_e(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{e}(k) \mathbf{e}^T(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{P}^-(k)\mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}(k). \quad (14)$$

Из (14) имеем оценку ковариации изменения шума:

$$\mathbf{R}(k) = \Phi_e(k) - \mathbf{C}(k)\mathbf{P}^-(k)\mathbf{C}^T(k), \quad (15)$$

и оценка ковариации шума состояния равна

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{L}(k)\Phi_e(k)\mathbf{L}^T(k). \quad (16)$$

Параметры ковариационных матриц шума состояния и измерения обновляются адаптивно с помощью (15) и (16) в каждый момент  $k$ . Формулы (6)–(16) обновленной оценки и ковариации справедливы для получения вектора оптимального коэффициента АРФК-наблюдателя (10) [6].

На рис. 2 показана схема алгоритма синтеза АРФК-наблюдателя и вектора оценки переменных состояния.

Рассмотрим структурную схему трехмассовой упругой системы с АРФК-наблюдателем с векторным управлением двигателя СДПМ (рис. 3) [1], [6].

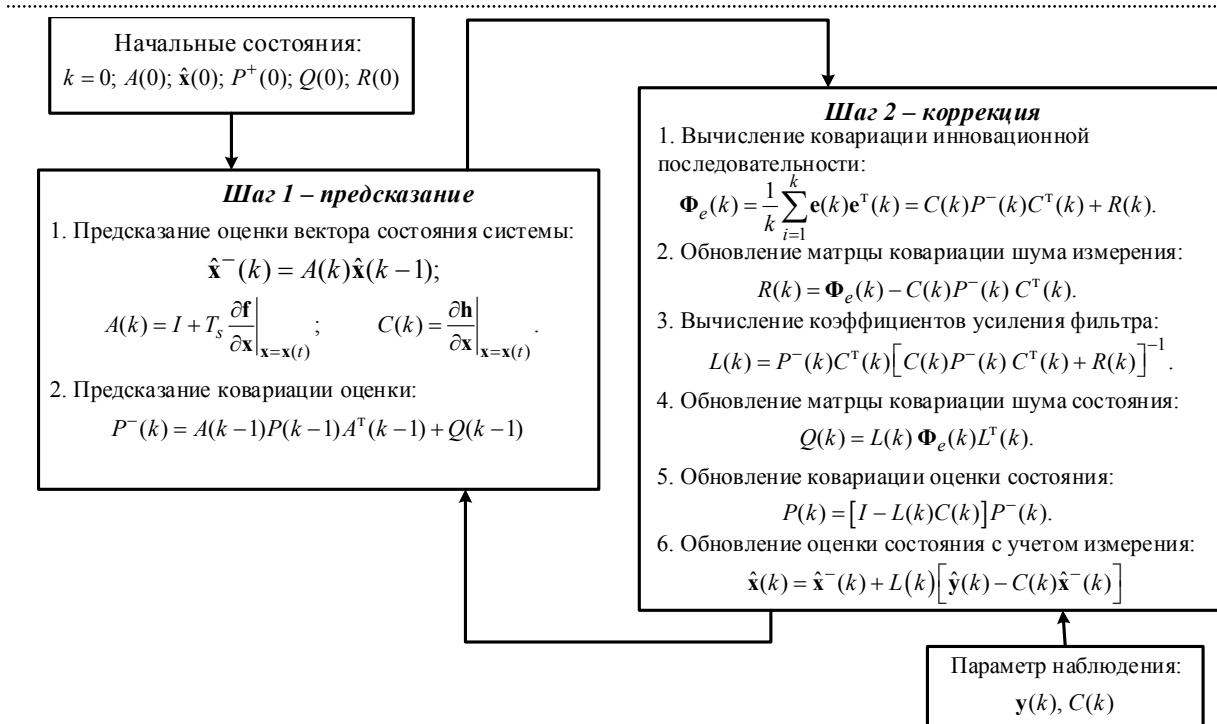


Рис. 2. Схема синтеза алгоритма вектора коэффициентов АРФК-наблюдателя

Fig. 2. Scheme for the synthesis of the algorithm of the AEKF-observer

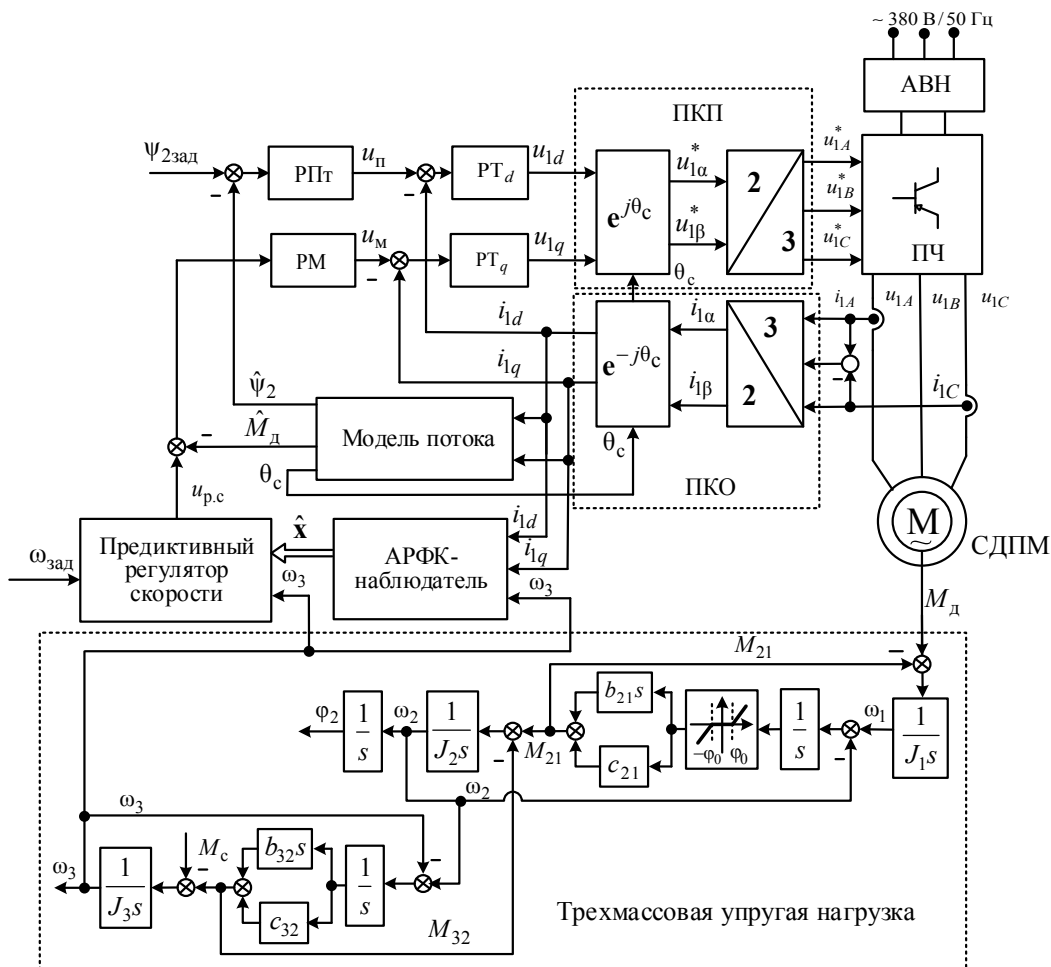


Рис. 3. Структурная схема системы векторного управления СДПМ в трехмассовой упругой системы

Fig. 3. Structural diagram of the PMSM motor vector control system in a three-mass elastic system

На рис. 3 приняты обозначения [1], [6]: ПКО – преобразователь координат в канале обратной связи выполняет перевод вектора трехфазных токов статора СДПМ  $i_{1A}, i_{1B}, i_{1C}$  из неподвижной системы координат  $\alpha\text{-}\beta$  в вектор двухфазных токов  $i_{1d}, i_{1q}$  вращающейся системы координат  $d\text{-}q$ ; ПКП – преобразователь координат в прямом канале, выполняющий перевод вектора напряжения статора  $u_{1d}, u_{1q}$  из вращающейся системы  $d\text{-}q$  по вектору потокоцепления ротора  $\psi_2$  в трехфазные напряжения  $u_{1A}^*, u_{1B}^*, u_{1C}^*$  неподвижной системы координат  $\alpha\text{-}\beta$ ;  $\theta_c$  – электрический угол поворота ротора. ПЧ – преобразователь частоты; АВН – активный выпрямитель напряжения, регуляторы тока РТ $d$  и РТ $q$ ; регулятор потокоцепления РПт и регулятор момента РМ. Внешним контуром скорости является дискретный предиктивный регулятор. В качестве регуляторов токов РТ $d$ , РТ $q$ , потокоцепления РПт и момента РМ приняты пропорциональные П-регуляторы [1], [6].

Из (4) дискретная векторно-матричная модель ОУ для синтеза наблюдателя Калмана имеет вид:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k); \\ \mathbf{y}(k) = C(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \end{cases}$$

где  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  – вектор оценки переменных состояния;

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = [\hat{\omega}_1 \quad \hat{M}_{21} \quad \hat{\omega}_2 \quad \hat{M}_{32} \quad \hat{\omega}_3]; \quad B(k) = \begin{bmatrix} Td_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Tq_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ – матрица входа; } C(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ – матрица выхода; } L(k) = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 \end{bmatrix}^T \text{ – матрица коэффициентов наблюдателя Калмана;}$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} 1 & Ta_2 & 0 & 0 & 0 \\ Ta_3 & 1 & Ta_4 & 0 & 0 \\ 0 & Ta_5 & 1 & Ta_6 & 0 \\ 0 & 0 & Ta_7 & 1 & Ta_8 \\ 0 & 0 & 0 & Ta_9 & 1 \end{bmatrix}.$$

– матрица состояния расширенной системы,

На рис. 2 показан алгоритм синтеза АРФК-наблюдателя и вектор оценки переменных состояния.

Запишем вектор оценки переменных состояния в следующем виде:

$$\begin{cases} \hat{\omega}_1(k) = \omega_1(k-1) + l_1 [\omega_3(k) - \hat{\omega}_3(k-1)]; \\ \hat{M}_{21}(k) = \hat{M}_{21}(k-1) + l_2 [\omega_3(k) - \hat{\omega}_3(k-1)]; \\ \hat{\omega}_2(k) = \hat{\omega}_2(k-1) + l_3 [\omega_3(k) - \hat{\omega}_3(k-1)]; \\ \hat{M}_{32}(k) = \hat{M}_{32}(k-1) + l_4 [\omega_3(k) - \hat{\omega}_3(k-1)]; \\ \hat{\omega}_3(k) = \hat{\omega}_3(k-1) + l_5 [\omega_3(k) - \hat{\omega}_3(k-1)]. \end{cases}$$

Выбираем значения весовых матриц  $Q = \text{diag} [0.25]_{5 \times 5}$ ,  $R = \begin{bmatrix} 0.32 & 0 \\ 0 & 0.51 \end{bmatrix}$ . С помощью программы MatLab получим значение вектора коэффициентов наблюдателя:  $L = [-120.5 \quad 76.23 \quad -120.2 \quad -22.14 \quad 32.1]$ .

**Результаты моделирования.** Параметры, которые необходимо оценить с помощью наблюдателя Калмана:  $\hat{M}_{21}, \hat{\omega}_2, \hat{M}_{32}, \hat{\omega}_3$ .

Рассмотрим результаты моделирования трехмассовой упругой системы управления ОМК с использованием наблюдателя Калмана (рис. 4–7), на которых показаны оценки неизмеряемых переменных, вырабатываемые наблюдателем Калмана и ошибки оценивания.

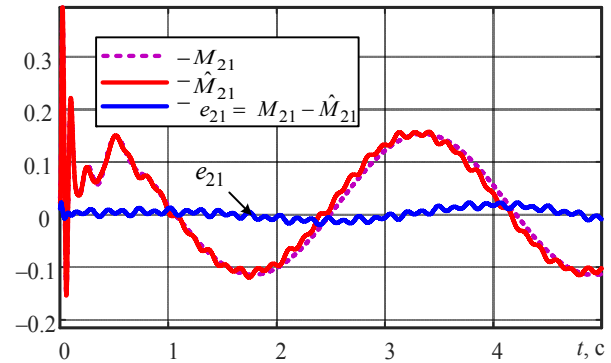


Рис. 4. Момент упругой связи между первой и второй массами, его оценки и ошибка оценивания

Fig. 4. Moment of elastic connection between the first and second masses, its estimates and estimation error

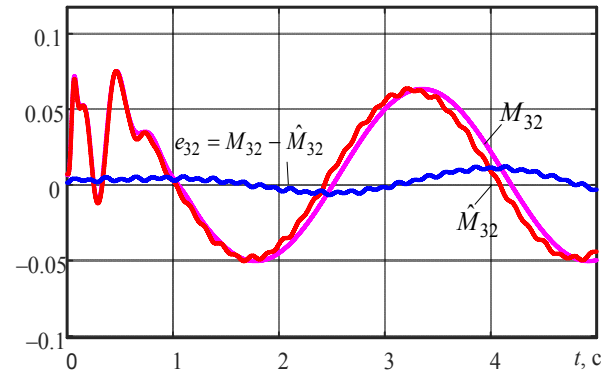


Рис. 5. Момент упругой связи между второй и третьей массами, его оценки и ошибка оценивания

Fig. 5. Moment of elastic connection between the second and third masses, its estimates and estimation error

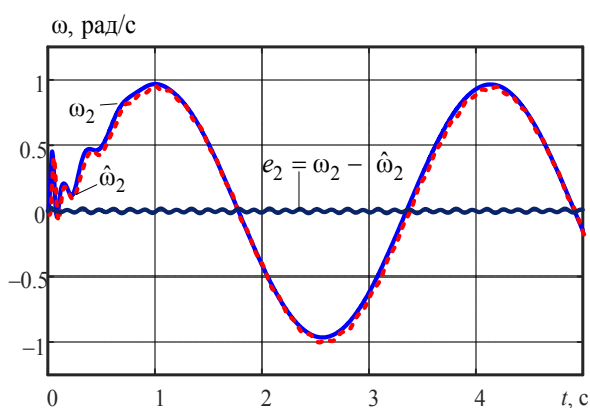


Рис. 6. Угловая скорость второй массы, ее оценки и ошибка оценивания

Fig. 6. Angular velocity of the second mass, its estimates and estimation error

Результаты, представленные на рис. 4–7 и в таблице, показывают, что ошибка оценивания переменных состояния достаточно малы, т. е. использованный наблюдатель Калмана удачно восстановил неизмеряемые переменные состояния трехмассовой системы электропривода ОМК в виде их оценки с погрешностью в пределах допустимого диапазона, где

СКО =  $\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2 / n}$  – среднеквадратическая ошибка и  $I = \left( \frac{\int_{t_1}^{t_2} |x_i - \hat{x}_i| dt}{\int_{t_1}^{t_2} |x_i| dt} \right) \cdot 100\%$  – интегральная

оценка качества. Эти оценки, вырабатываемые наблюдателем Калмана, важны и используются в процессе синтеза нелинейного предиктивного регулятора системы управления ОМК.

Показатели качества оценивания  
Evaluation quality indicators

Вектор оценки состояния	СКО АРФК наблюдателя	I % АРФК наблюдателя
$\hat{\omega}'_2$ , угл.с/с	1.60	1.86 %
$\hat{\omega}'_3$ , угл.с/с	1.75	1.57 %
$\hat{M}'_{21}$ , кН·м	2.26	2.21 %
$\hat{M}'_{32}$ , кН·м	2.96	3.25 %

**Выводы.** В статье рассмотрена задача построения наблюдателя Калмана для оценки неизмеряемых переменных состояния трехмассовой системы электропривода ОМК с учетом упругости и нелинейного сухого трения. Выполненное моделирование подтверждает преимущество использования наблюдателя Калмана для данной системы управления как при разных управляющих, так и при возмущающих воздействиях. Результаты статьи являются важными для синтеза нелинейного предиктивного регулятора системы управления ОМК в дальнейшем.

### Список литературы

1. Лань Н. В., Белов А. М. Синтез нелинейного прогнозирующего управления вентильным электроприводом оптико-механических комплексов // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2022. Т. 15, № 1. С. 63–72.
2. Путов В. В. Адаптивное и модальное управление механическими объектами с упругими деформациями: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2002. 112 с.
3. Белов М. П., Носиров И. С., Белов А. М. Синтез нейросетевого регулятора двухмассовой электромеханической системы привода подачи токарного станка // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2018. № 8. С. 70–76.
4. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб.: Энергоатомиздат, 1992. Р. 288.
5. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока. СПб.: Питер, 2008. Р. 298.
6. Белов М. П., Белов А. М., Нгуен Ван Лань. Бездатчиковое векторное управление вентильным электроприводом на основе адаптивного расширенного фильтра Калмана // Электротехника. 2022, № 3. С. 9–16.
7. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб.: Энергоатомиздат, 1992. 288 с.
8. Kamen E. W., Jonathan K. S. Introduction to optimal estimation. Springer Science & Business Media, 1999.
9. Shao H., Kim D., You K. TDOA/FDOA geolocation with adaptive extended Kalman filter // Communications in Computer and Information Science. 2010. No. 121. P. 226–235.
10. Kumar G., Prasad D., Singh R. P. Adaptive extended Kalman filter for ballistic missile tracking // Intern. J. of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering. Vol. 11(4). 2017. P. 469–474.

### Информация об авторах

**Лань Нгуен Ван** – Аспирант кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: lanhleti@gmail.com

**Белов Александр Михайлович** – ассистент кафедры робототехники и автоматизации производственных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

E-mail: sala199706@mail.ru

**Хань Нгуен Зуи** – аспирант кафедры систем автоматического управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

Email: khanhnguyen.mta@gmail.com

#### References

1. Lan' N. V., Belov A. M. Sintez nelinejnogo prognozirujushhego upravlenija ventil'nym jelektroprivodom optiko-mehaničeskikh kompleksov // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2022. T. 15, № 1. S. 63–72. (In Russ.).
2. Putov V. V. Adaptivnoe i modal'noe upravlenie mehaničeskimi ob'ektami s uprugimi deformacijami: ucheb. posobie. SPb.: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI», 2002. 112 s. (In Russ.).
3. Belov M. P., Nosirov I. S., Belov A. M. Sintez nejrosetevogo reguljatora dvuhmassovoj jelektromehaničeskoj sistemy privoda podachi tokarnogo stanka // Izv. SPbGJeTU «LJeTI». 2018. № 8. S. 70–76. (In Russ.).
4. Borcov Ju. A., Sokolovskij G. G. Avtomatizirovannyj jelektroprivod s uprugimi svjazjami. SPb.: Jenergoatomizdat, 1992. P. 288. (In Russ.).
5. Vinogradov A. B. Vektornoe upravlenie jelektroprivodami peremennogo toka. SPb.: Piter, 2008. P. 298. (In Russ.).
6. Belov M. P., Belov A. M., Nguen Van Lan'. Bezdatčikovoe vektornoe upravlenie ventil'nym jelektroprivodom na osnove adaptivnogo rasshirennogo fil'tra Kalmana // Jelektrotehnika. 2022, № 3. S. 9–16. (In Russ.).
7. Borcov Ju. A., Sokolovskij G. G. Avtomatizirovannyj jelektroprivod s uprugimi svjazjami. SPb.: Jenergoatomizdat, 1992. 288 s.
8. Kamen E. W., Jonathan K. S. Introduction to optimal estimation. Springer Science & Business Media, 1999. (In Russ.).
9. Shao H., Kim D., You K. TDOA/FDOA geolocation with adaptive extended Kalman filter // Communications in Computer and Information Science. 2010. No. 121. P. 226–235.
10. Kumar G., Prasad D., Singh R. P. Adaptive extended Kalman filter for ballistic missile tracking // Intern. J. of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering. 2017. Vol. 11(4), P. 469–474.

---

#### Information about the authors

**Nguyen Van Lanh** – post-graduate student of the Department of Robotics and Automation of Manufacturing Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: lanhleti@gmail.com.

**Alexandr M. Belov** – Assistant Professor of the Department of Robotics and Automation of Industrial Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: sala199706@mail.ru

**Nguyen Duy Khanh** – post-graduate student of the Department of Automatic Control Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University.

E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

Статья поступила в редакцию 07.10.2022; принята к публикации после рецензирования 18.10.2022; опубликована онлайн 25.12.2022.

Submitted 07.10.2022; accepted 18.10.2022; published online 25.12.2022.

---