

## Стохастическая динамика побочных электромагнитных излучений

П. Д. Копытов<sup>1✉</sup>, И. Д. Королёв<sup>2</sup>, О. А. Кулиш<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 4-й государственный центральный межвидовой полигон МО РФ, Знаменск, Россия

<sup>2</sup> Краснодарское высшее военное училище имени генерала армии С. М. Штеменко,  
Краснодар, Россия

✉ zaharov0896@gmail.com

**Аннотация.** Рассматривается построение стохастической модели ПЭМИ, которая описывает поведение электромагнитных излучений с учетом внешних воздействий. При исследовании стохастической динамики ПЭМИ рассмотрены и смоделированы процессы, влияющие на систему ПЭМИ в пространстве и времени. Такой подход позволяет более точно учесть случайные флуктуации и статистические характеристики при анализе каналов утечки информации за счет ПЭМИ. Уязвимым критерием в безопасности системы является свойство поляризации как основного фактора неопределенности и непредсказуемости системы в идеальных условиях проведения эксперимента.

**Ключевые слова:** стохастическая динамика, степени свободы, гамильтониан, флуктуации, диффузия Арнольда, аттрактор Лоренца, система Хенона–Хейлеса, алгоритм Грина, поляризация, побочные электромагнитные излучения (ПЭМИ)

**Для цитирования:** Копытов П. Д., Королёв И. Д., Кулиш О. А. Стохастическая динамика побочных электромагнитных излучений // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 1. С. 32–41. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-1-32-41.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

## Stochastic Dynamics of TEMPEST

P. D. Kopytov<sup>1✉</sup>, I. D. Korolev<sup>2</sup>, O. A. Kulish<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 4<sup>th</sup> State Central Interspecific landfill of the Ministry of Defense of the RF, Znamensk, Russia

<sup>2</sup> Krasnodar Higher Military School named after Army General S. M. Shtemenko, Krasnodar, Russia

✉ zaharov0896@gmail.com

**Abstract.** We set out to develop a stochastic model of TEMPEST in order to describe the behavior of electromagnetic radiation taking into account external effects. When investigating the stochastic dynamics of TEMPEST, the processes affecting the TEMPEST system in space and time are considered and simulated. This approach allows accurate consideration of random fluctuations and statistical characteristics when analyzing the channels of information leakage due to TEMPEST. The vulnerable criterion in the system security consists in the property of polarization as the main factor of uncertainty and unpredictability of the system in ideal experimental conditions.

**Keywords:** stochastic dynamics, degrees of freedom, Hamiltonian, fluctuations, Arnold diffusion, Lorentz attractor, Henon–Hayles system, Green's algorithm, polarization, collateral electromagnetic radiation (TEMPEST)

**For citation:** Kopytov P. D., Korolev I. D., Kulish O. A. Stochastic Dynamics of TEMPEST // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 1. P. 32–41. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-1-32-41.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Стохастическая динамика побочных электромагнитных излучений (ПЭМИ) относится к исследованию и моделированию поведения системы ПЭМИ в условиях неопределенности. Описание данного процесса будет граничить между принципами нелинейной механики и стохастической физики. Основное внимание уделено определению динамического хаоса и свойствам поляризации электромагнитного сигнала в сферической модели пространства. Будет проведен анализ математического расчета хаотических процессов нелинейной колебательной системы.

Центральным моментом описания динамики процесса в данной статье служит численный эксперимент, который будет считаться окончательной проверкой теоретического анализа физической сущности явлений электромагнитных волн в условиях неопределенности.

Для исследования возмущенной системы рассмотрим систему с двумя степенями свободы, в которой тонкие стохастические слои отделены друг от друга инвариантными поверхностями, а стохастические колебания переменных действий внутри слоя оказываются экспоненциально малыми (по возмущению). С увеличением возмущения будет осуществлен переход, при котором изолирующие инвариантные поверхности разрушаются и стохастические слои сливаются, приводя к глобальному стохастическому движению. Данное свойство системы будет проявляться при переходе от двухмерной системы распространения сигнала электромагнитных волн к трехмерной (сферическая модель), в которой электромагнитный сигнал (в неидеальной системе) будет отражаться от возникающих на его пути элементов конструкций различного состава и материала. Фазовое пространство можно разделить при этом на две области. Первая из них содержит в основном стохастические траектории. Она связана с траекторными движениями, значительную часть которых составляет стохастический компонент движения. Вторая область содержит главным образом регулярные траектории, которые могут представляться как идеальная модель распространения электромагнитного сигнала ПЭМИ в пространстве без какого-либо отражения от различных поверхностей.

Вторая область в текущей задаче будет представлять простую модель системы. Рассмотрение первой области является сложной моделью стохастической системы ПЭМИ при двух и более степенях свободы.

Существование движений, которые проявляются при численном моделировании как случайные (такие как поляризация электромагнитного сигнала), математически установлено. Так некоторые гамильтоновы системы обладают выраженными стохастическими свойствами. Уравнения Гамильтона могут быть использованы в нашей задаче для описания типов траекторий электромагнитного и магнитного сигналов. В случае аксиально симметрично сферической геометрии, подходящей для описания процессов в текущей задаче гамильтониан, описывающий магнитные линии, будет интегрируемым.

Рассмотрим сложную систему с несколькими степенями свободы распространения ПЭМИ в двухмерном пространстве.

Так зависимость от времени  $t$  переменных импульса волны  $p$  и координаты приемника сигнала  $q$  можно определить из второго уравнения Гамильтона с одной степенью свободы, которое дает

$$dt = \frac{dq}{dH/dp}.$$

Используя данное выражение, найдем соотношение для нескольких степеней свободы

$$dt = \frac{dq_1}{dH/dp_1} = \frac{dq_1}{dH/dp_2} = \dots = \frac{dq_n}{dH/dp_n},$$

где  $q_1, q_2$  – координаты расположения первой и второй точек антенны-приемника для фиксации электромагнитного сигнала в области сферы;  $p_1, p_2$  – импульсы волны в первой и второй точках проведения замера сигнала.

Найдем изолирующий интеграл и сведем задачу к квадратурам. Без потери общности задача сводится к двумерному движению в плоскости, определяемой начальной скоростью распространения сигнала ПЭМИ и положением силового центра (источником сигнала – средство ВТ). В полярных координатах гамильтониан имеет вид

$$H = \frac{1}{2m} \left( p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} \right) + U(r),$$

где  $r, \theta$  – координаты сферической системы координат;  $p_r = mr, p_\theta = mr^2\dot{\theta}$ ,  $m$  – масса частицы;  $U$  – потенциал центральной силы электромагнитного сигнала. Поскольку система консервативна, то ее гамильтониан  $H = E$  сохраняется. Применительно к текущей задаче  $E$  будет представлять значение мощности электромагнитного сигнала, измеряемое в децибелах:

$$H = 0.5(3^2 + 1/3^2) + 50.3 = 54.85 \text{ дБ},$$

для системы электромагнитного сигнала.

В такой геометрической системе уравнения движения в форме электромагнитного сигнала будут иметь вид

$$dt = \frac{d\theta}{dH/dp_\theta} = \frac{dr}{dH/dp_r}.$$

Финитное движение на плоскости  $(r, \theta)$ , ограниченное окружностями с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , показано на рис. 1.

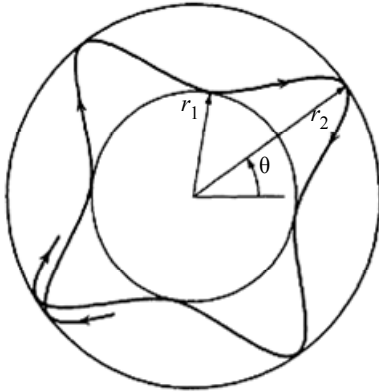


Рис. 1. Пример ограниченной траектории сигнала в заданных пределах с учетом свойств поляризации (для некулоновского взаимодействия)

Fig. 1. An example of a bounded signal trajectory in the given limits taking into account polarization properties (for the non-Coulomb interaction) [1]

Это пример квазипериодического движения с уклоном на сферическую постановку задачи с учетом условий свойств поляризации электромагнитных волн в замкнутых пространствах и их отражения от различных поверхностей и объектов. Исходя из данных наблюдений необходимость нахождения интегрируемых гамильтонианов возрастает. Однако проверки на интегрируемость конкретного гамильтониана отсутствуют. При этом можно обратиться к отдельному случаю систем Гамильтона, которые можно рассматривать, как колебательные возмущения интегрируемых систем. Такие системы близки к интегрируемым, отнесем данную модель к ним.

В данной интегрируемой системе рассмотрим резонанс многомерных колебаний. В системах, близких к интегрируемым, резонансы окружены стохастическими слоями. В поперечном направлении слои изолированы друг от друга инвариантными поверхностями.

Исходя из рассматриваемой геометрической сферической модели система с тремя и более степенями свободы будет отличаться следующими особенностями:

1. Стохастические слои пересекаются друг с другом, образуя в фазовом пространстве единую плотную «паутину».

2. Сохранение энергии (мощность электромагнитного сигнала ПЭМИ) не препятствует движению вдоль слоев в пределах энергетической поверхности, подходя сколь угодно близко к любой ее точке.

Основной механизм внутренней диффузии вдоль стохастических слоев – диффузия Арнольда, которая доказывает, что не существует критического значения возмущения, необходимого для ее возникновения. Диффузия вдоль стохастических слоев может быть связана не только с внутренней динамикой системы, но и с внешним шумом, эффект которого значительно усиливается на резонансах. Шум обусловлен помехами и отражениями в системе. В применении к текущей задаче отражение электромагнитного сигнала возможно в неидеальной системе, где на пути ПЭМИ присутствуют различные конструкции определенных свойств и материалов, которые могут вызвать отражение и преломление сигнала.

Для получения энергетических поверхностей резонансных слоев в сферических координатах проинтегрируем систему с  $N$  степенями свободы, гамильтониан которой будет иметь вид

$$H_0 = H_0(\mathbf{I}),$$

здесь  $\mathbf{I}$  –  $N$ -мерный вектор переменных действий. Движение в  $2N$ -мерном фазовом пространстве  $(\mathbf{I}, \boldsymbol{\theta})$  происходит по поверхности  $N$ -мерной сферы и определяется  $N$ -мерным вектором фаз  $\boldsymbol{\theta}$ , сопряженным вектору  $\mathbf{I}$ :

$$\mathbf{I}(t) = I_0, \boldsymbol{\theta}(t) = \omega(I)t + \theta_0,$$

где  $\omega(\mathbf{I}) = dH_0/dI_i$  – невозмущенные частоты;  $\theta_0$  – представляет собой начальный фазовый угол;  $i$  – номер координаты вектора  $\mathbf{I}$ , принимает значения от 1 до  $N$ .

Выражение  $\boldsymbol{\theta}(t) = \omega(I)t + \theta_0$  показывает, что фазовый угол  $\theta_0$  в момент времени  $t$  определяется невозмущенными частотами  $\omega(\mathbf{I})$  и начальным фазовым углом  $\theta_0$ .

*Пространство переменного действия.* На рис. 2 представлено  $N$ -мерное пространство переменного действия. Невозмущенная энергетическая поверхность определяется в этом пространстве с помощью условия  $H_0 = \alpha$ . Если данная поверхность – сфера, то

$$H_0 = \sum_{i=1}^N I_i^2.$$

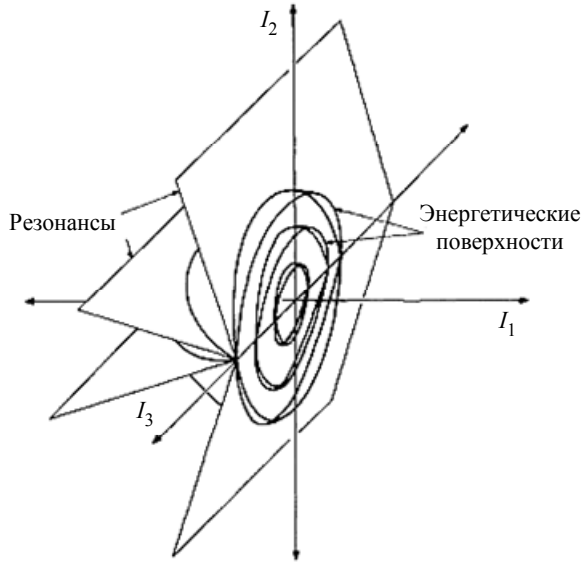


Рис. 2. Пространство переменного действия невозмущенного гамильтониана. Энергетические поверхности сферы и резонансные поверхности  
 Fig. 2. Variable action space of the unperturbed Hamiltonian. Energy surfaces of the sphere and resonance surfaces [1]

Определим  $(N-1)$ -мерную резонансную поверхность посредством условия

$$\mathbf{m}^* \omega(I) = 0,$$

где  $\mathbf{m}$  – вектор резонанса и имеет целочисленные компоненты. Так как  $\mathbf{m}$  может быть любым, то резонансные поверхности всюду плотны в пространстве переменных действий. Для квадратичного гамильтониана несколько резонансных поверхностей показано на рис. 2.

Рассмотрим теперь влияние малого периодического возмущения по  $\theta$ :

$$H = H_0(I) + \varepsilon H_1(I, \theta), \quad H_1 = \sum_{k_1} V_{k_1}(I) e^{i \mathbf{m}_{k_1}^* \theta},$$

где  $\varepsilon$  – параметр, характеризующий амплитуду возмущения, что позволяет учитывать влияние малых периодических колебаний на систему, добавляя к невозмущенному гамильтониану  $H_0$  слабое  $\varepsilon H_1$ ;  $\mathbf{m}_{k_1}$  – вектор резонанса, имеющий целочисленные компоненты, – задает условие резонанса в системе, где  $\mathbf{m}^* \omega(I) = 0$ . Каждая компонента вектора  $\mathbf{m}_{k_1}$  соответствует определенной резонансной поверхности.

Суммирование производится по всем  $\mathbf{m}_{k_1}$ .

Уравнения Гамильтона для  $I$  имеют вид

$$I = -\frac{dH}{d\theta} = -i\varepsilon \sum_{k_1} \mathbf{m}_{k_1} V_{k_1} e^{i \mathbf{m}_{k_1}^* \theta},$$

где  $V_{k_1}$  представляет собой амплитуду возмущения, связанного с определенным резонансным вектором  $\mathbf{m}_{k_1}$ .

Следовательно, каждая компонента возмущения возбуждает колебания  $I$  в направлении  $\mathbf{m}_k$ . Для большинства компонент колебания не будут резонансными, т. е.  $\mathbf{m}_{k_1} \theta(t) \neq \text{const}$ , поэтому соответствующая амплитуда колебаний  $I$  будет порядка  $\varepsilon$ . Однако для некоторых  $k_1 = \mathbf{R}_1$  возможен резонанс:

$$m_{\mathbf{R}_1} \theta(t) = \theta_{\mathbf{R}_1} = \text{const},$$

где  $\mathbf{R}_1$  – резонансный вектор;  $\theta_{\mathbf{R}_1}$  – резонансная фаза. Тогда амплитуда колебаний в направлении  $m_{\mathbf{R}_1}$  имеет порядок  $E_{\text{набл}} = 1.41$ , т. е. пропорциональна квадратному корню от малого параметра  $\varepsilon$ . Это свойство амплитуды позволяет определить влияние резонансного вектора  $\mathbf{m}_{\mathbf{R}_1}$  на систему, когда соблюдается условие резонанса [1], [2].

Такая динамика стохастической системы показывает, что диффузия вдоль стохастических слоев может быть связана не только с внутренней динамикой системы, но и с внешним шумом (сигнал-помеха), эффект которого значительно усиливается на резонансах. Важным примером диффузии в многомерной системе в присутствии шума (различных помех в неидеальной системе при условии внешних воздействий) служит движение частиц в сферических и тороидальных электромагнитных полях. Благодаря данному анализу стохастической динамики ПЭМИ можно подтвердить дополнительные выводы о том, что поляризация электромагнитных волн может проявлять различные свойства нелинейной хаотичной системы.

Приведем схематичное изображение для описания базовых процессов стохастических систем (рис. 3).

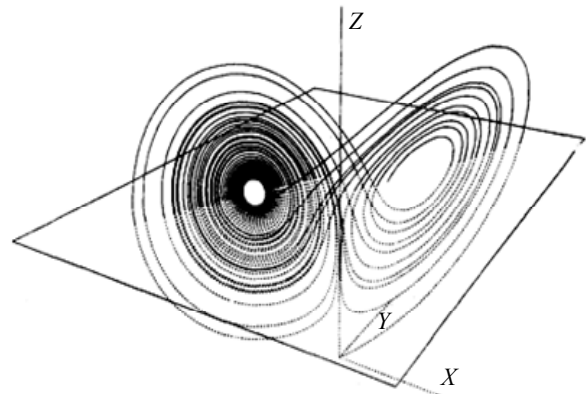


Рис. 3. Пример хаотичной траектории системы на аттракторе Лоренца  
 Fig. 3. An example of chaotic trajectory of the system on the Lorenz attractor [1], [2]

Используя аттрактор Лоренца как хаотическую траекторию динамики конвективных потоков, имеющих характеристики хаоса и зависимость от начальных условий (аналогично для положения кабеля VGA определяющего исходное направление электромагнитного сигнала в пространстве), свяжем его с описанием свойств поляризации электромагнитных волн. Аттрактор Лоренца в общем случае представляет собой сложную фрактальную структуру в трехмерном пространстве состояний. Его характеристики хаоса – чувствительная зависимость от начальных условий, непредсказуемость траекторий и т. п., могут быть аналогичны свойствам изменчивости и нелинейности поляризации электромагнитных волн. В электромагнитных волнах поляризация относится к направлению колебаний электрического поля. Однако поляризация может быть описана как круговая, эллиптическая и линейная, – такие свойства электромагнитных волн создают предпосылки к нелинейности и хаотичности поляризации. Это может привести к сложным траекториям ПЭМИ, за счет чего возможность утечки по техническим каналам возрастает пропорционально значениям каждого отраженного и преломленного сигнала от различных объектов либо в условиях начальных значений геометрического расположения выходных кабелей VGA, монитора, видеокарты на средствах ВТ. При этом важно отметить, что аттрактор Лоренца – это математическая абстракция, в то время как поляризация электромагнитных волн – область исследований данной статьи.

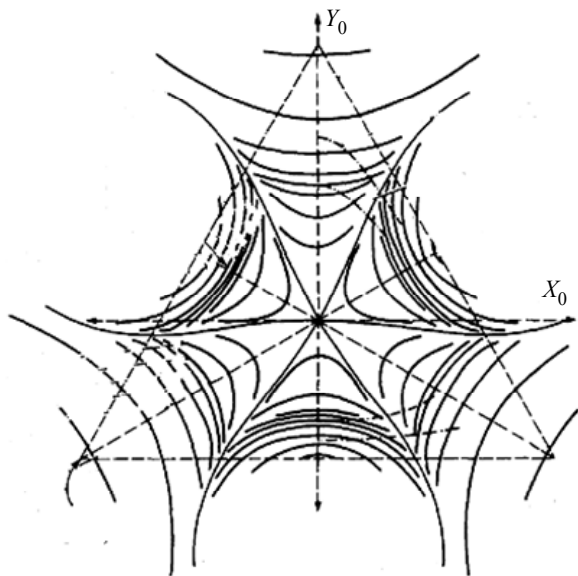


Рис. 4. Геометрическое представление амплитуды сигнала ПЭМИ от центра средства вычислительной техники  
Fig. 4. Geometric representation of the amplitude of the TEMPEST signal from the center of the computing device [1]

При таком рассмотрении хаотичной системы распространение амплитуды сигнала электромагнитных волн в двухмерном пространстве будет представляться как «паутина событий» (рис. 4). Событием в нашем случае станет каждый слой электромагнитного колебания. Данная модель берет свое начало из решения системы Хенона–Хейлеса, которая была преобразована для задачи геометрического описания хаотичного свойства поляризации.

Для решения трехмерного описания стохастической системы перейдем к сферическим координатам, описывающим распространение сигнала ПЭМИ в области сферы (рис. 5).

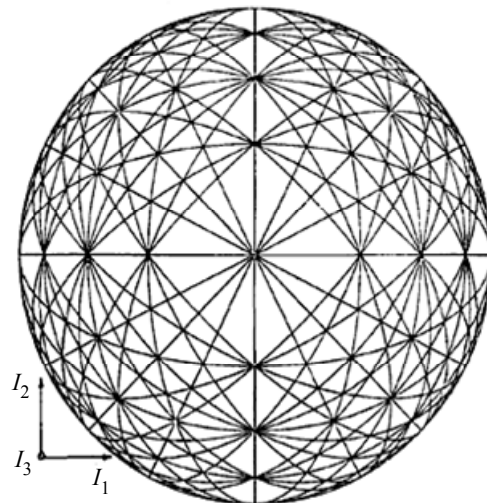
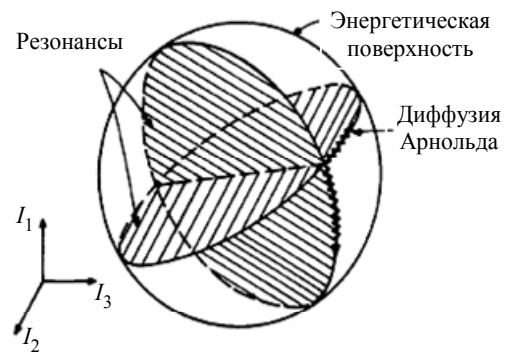


Рис. 5. Топология диффузий Арнольда на сферической поверхности распространения сигнала ПЭМИ  
Fig. 5. Topology of Arnold diffusions on the spherical surface of TEMPEST signal propagation [1]

Эта модель строится на принципах хаотической динамики и топологических свойств, а также может быть использована для аппроксимации и описания нелинейных и хаотических процессов, связанных с распространением электромагнитных волн. Модель включает в себя учет сложных изменений амплитуды, фазы и поляризации волны, которые могут быть вызваны воздействием окружающей среды, рассеянием и другими факторами.

Для проведения численного эксперимента по данной модели стохастической динамики ПЭМИ использовалась схематическая методика вычислений Грина:

1. Приведем задачу к исследованию отображения. Для этого используем внутреннюю симметрию системы Грина в задаче Хенона–Хейлеса.

2. Находим точное положение эллиптических неподвижных точек ( $k = 1, 2, 3$ ). В качестве координат возьмем ранее построенную адекватную модель.

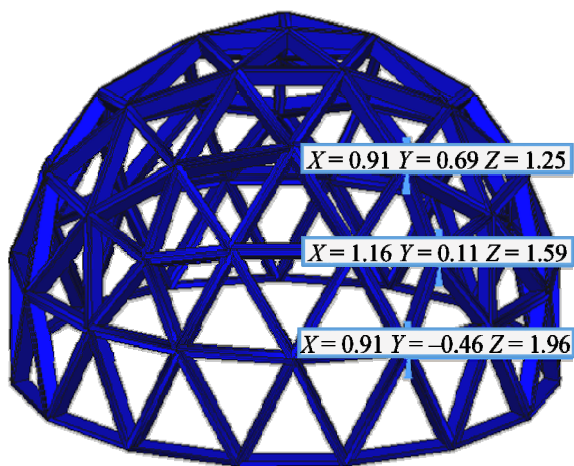


Рис. 6. Координаты точек на поверхности икосаэдра  
Fig. 6. Coordinates of points on the surface of icosahedron

3. Определим линеаризованное отображение в соответствии с результатами эксперимента по адекватной математической модели вблизи периодических точек  $a_n = \bar{r}_n / S_n$ , где  $S_n$  – итерационное отображение подсчета точек:

$$\begin{aligned} x_n &= 0.91x_1; 1.16x_2; 0.91x_3; \\ y_n &= -0.46y_1; 0.11y_2; 0.69y_3; \\ z_n &= 1.96z_1; 1.59z_2; 1.25z_3, \end{aligned}$$

где  $x_n, y_n, z_n$  – положения исследуемых периодических точек.

Выборку конкретного значения из выделенных точек будем проводить с учетом наибольшего показателя зафиксированного отношения уровня ПЭМИ к шуму – 50.30 дБ.

С помощью численного алгоритма Грина рассчитаем на основе представления поля как интеграла по источнику, что позволит рассчитать напряженность в точках снятия уровня электромагнитного сигнала, используя интеграл суммы.

Для данной задачи используем уравнения Гельмгольца для распространения электромагнитных волн

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0,$$

где  $E$  – напряженность электрического поля сигнала;  $k$  – волновое число;  $E = \text{const}$  (изначально), но при запуске системы средства вычислительной техники (ВТ) данное значение будет изменяться в пространстве и времени за счет динамических свойств электромагнитного сигнала.

Волновое число  $k$  рассчитывается по формуле

$$k = \frac{2\pi E}{c} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 50.3}{3 \cdot 10^8} = 1.05 \text{ рад/м.}$$

Граничные условия на границах среды можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2, \\ \frac{\partial E_1}{\partial n} - \frac{\partial E_2}{\partial n} &= -iknE_1, \end{aligned}$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – напряженности электрического поля в разных средах;  $n$  – нормаль к поверхности раздела.

Представим поле (сигнал ПЭМИ) через интеграл Грина.

Напряженность электрического поля сигнала представим через интеграл по источникам:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|} P(r') dV',$$

где  $r$  – точка наблюдения;  $r'$  – точка источника;  $V$  – объем, содержащий источники (применительно к данной задаче измерительный объем будет задаваться сферой);  $V'$  – объем интегрирования, внутри которого располагаются источники поля. В данной формуле интеграл берется по этому объему для учета вклада каждой точки внутри него в создание электромагнитного поля в точке наблюдения  $r$ .

Проведем дискретизацию интеграла.

Для численной реализации интеграла Грина, объем  $V$  разбивается на конечное количество элементов  $V_i$ , интеграл преобразуется в сумму

$$E(r) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{V_i} \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|} P(r') dV'.$$

Вычисляем поле в точке наблюдения. Для каждой точки наблюдения  $r$  вычисляется сумма вкладов от источников в каждом элементе  $V_i$ .

Для вычисления поля в точке наблюдения от средства ВТ с интерфейсом VGA можно использовать формулу для сферической распространяющейся волны. Пусть  $E_{\text{ист}}$  – амплитуда напряженности электрического поля источника,  $l$  – расстояние от источника до точки наблюдения,  $\lambda$  – длина волны,  $k$  – волновое число.

Формула для вычисления амплитуды поля в точке наблюдения будет следующей:

$$E_{\text{набл}} = \frac{E_{\text{ист}}}{r} \frac{e^{ikl}}{4\pi},$$

где  $1/r$  – фактор затухания амплитуды с расстоянием, а  $\frac{e^{ikl}}{4\pi}$  – фазовый множитель, учитывающий фазовое изменение волны при распространении.

Подставляя значения  $k = 1.05$  рад/м и  $l = 3$  м, получаем значение фазового множителя:

$$e^{ikl} = e^{i \cdot 1.05 \cdot 3} = \cos(1.05 \cdot 3) + i \sin(1.05 \cdot 3),$$

$$\cos(1.05 \cdot 3) = -0.9986,$$

$$i \sin(1.05 \cdot 3) = 0.1411.$$

Слагаемое  $i \sin(1.05 \cdot 3)$  пренебрежимо мало, вследствие чего не рассматривается.

Этот множитель учитывает фазовое изменение волны при распространении на высоте 3 м от источника до замера сигнала приемником в соответствии с проведенным экспериментом:

$$E_{\text{набл}} = \frac{59.15}{3} \frac{-0.9986}{4 \cdot 3.14} \approx -1.41 \text{ В/м.}$$

Знак «минус» связан с направлением вектора напряженности электрического поля.

Таким образом, при заданных параметрах амплитуда поля в точке наблюдения  $E_{\text{набл}} = -1.41$  В/м. При этом следует обратить внимание на то, что эти вычисления проводятся без потери точности при дополнительных возмущениях в окружающей среде – отражении сигнала от металлических предметов, находящихся в непосредственной близости к источнику распространения сигнала, и т. п.

Однако в качестве ошибки вычислений стоит также учесть характеристики источника излучения средства ВТ, его диаграмму направленности, поляризацию и спектральный состав сигнала. Так как эксперимент проводился в идеальных условиях, то отражения от окружающих поверхностей, дифракция и другие эффекты в данной системе отсутствовали [3].

В связи с данной постановкой задачи рассматриваемая модель представлена в виде полусферы (икосаэдра), построенной на принципах золотого сечения теории Фибоначчи. Для разбиения сферы был использован вписанный в сферу икосаэдр, который был разбит на 105 граней –

равносторонних треугольников с 61 контрольной точкой (вершиной) (рис. 6).

Благодаря трехмерной модели получены конкретные значения  $l = 3$  м (расстояние от источника до точек сферы с учетом наибольшего значения сигнала ПЭМИ) и  $s = 105$  (число граней треугольников на сфере), можно рассчитать отношение:

$$r/s = 0.02857 \text{ м.}$$

Теперь, учитывая это значение  $r/s$ , используем таблицу вычетов  $f$  для получения значений инвариантных кривых. Для каждого значения из таблицы найдем соответствующие значения вычетов и используем их в нашем численном алгоритме Грина для моделирования распространения электромагнитных волн на данном расстоянии, где  $K$  – стандартные значения инвариантных кривых, расположенных по обе стороны от полуполого резонанса по таблице Грина;  $R$  – асимптотическое значение границы стохастичности.

Табл. 1. Вычеты  $f$  и  $R$  зависимостей от  $r/s$   
Tab. 1. Deductions of  $f$  and  $R$  dependences on  $r/s$

$K = 0.9$		$K = 0.9716$		
$\bar{r}_n/s_n$	$f$	$\bar{r}_n/s_n$	$f$	$R$
2/3	0.93896	1/1	0.971635	0.24291
3/5	0.919959	1/2	0.971645	0.23602
5/8	0.92775	2/3	1.014042	0.26068
34/55	0.92427	3/5	0.993528	0.24201
55/89	0.92409	377/610	0.99999965	0.24995
89/44	0.92406	610/987	1.00000009	0.25002
144/233	0.92401	987/1597	0.99999970	0.24988

Исходя из численных результатов и сопоставлении их с таблицей  $f$  и  $R$ , можно сделать вывод о несовпадении результатов в связи с большим количеством рассматриваемых областей на сфере. Это значит, что численные характеристики сферической поверхности слишком сложны в рамках проведения данного эксперимента, при этом стохастические свойства будут проявляться неординарно в сопоставлении со сферическими моделями рассмотрения данных характеристик. В данном случае критерии ошибки могут включать анализ разницы между ожидаемыми значениями (по моделям) и полученными численными результатами на сферической поверхности. Это может включать сравнение средних, медиан, дисперсий и других статистических характеристик.

Вопрос о поведении системы с большим числом степеней свободы сводится к вопросу о том, возрастает ли плотность основных резонансов



быстрее, чем уменьшается ширина по мере распределения энергии по многим степеням свободы. Если это свойство системы выполняется, то при  $\bar{N} \rightarrow \infty$  следует ожидать перекрытия резонансов и сильной стохастичности движения. Данное замечание показывает, что многие системы оказываются стохастическими при больших  $\bar{N}$ .

Из текущих оценок следует, что с ростом  $\bar{N}$  при постоянной полной энергии движение становится стохастическим во всем фазовом пространстве.

Рассмотрим модель притягивающихся листов. Для исследования зависимости стохастичности от числа степеней свободы С. Фрешле и Д. Шейдекер [1], [4] использовали модель в виде нескольких параллельных гравитационно-взаимодействующих листов, которая описывается гамильтонианом:

$$H(u, x) = \frac{1}{2} m_1 \sum_{i=1}^N u_i^2 + 4\pi G m_1 \sum_{j>i}^N |x_j - x_i|,$$

$$H(u, x) = \frac{1}{2} 28.56 \sum_{i=1}^N 59.154283_i^2 +$$

$$+ 4 \cdot 3.14 \cdot 50.30 \cdot 28.56 =$$

$$= 14.28 \cdot 3499.2 + 18\,043.2 = 68\,011.77 \approx 68 \text{ МГц},$$

где  $u$  – текущая частота ( $u = 59.154283$  МГц);  $m_1$  – масса листа;  $G$  – гравитационная постоянная. Одна-

ко с такими значениями формула будет бесполезна для рассматриваемой задачи. Заменяем  $m_1$  и  $G$  на уровень шума  $e = 28.56$  дБ·мкВ/м и уровень отношения сигнала ПЭМИ к шуму, равный 50.30 дБ, (данные были получены на основе результатов эксперимента) для получения корректных результатов применительно к условиям решения данной задачи.

*Вывод по математическим расчетам.* Полученное значение представляет большее число, чем значения частот, указанных на (рис. 7), в котором показаны результаты эксперимента с использованием программы Навигатор 7.0. Однако даже такой гамильтониан показывает близкую зависимость между экспериментальными результатами, проведенными на открытой местности, и текущими значениями стохастичности гравитационно-взаимодействующих листов, между которыми по данным математическим вычислениям выявлена сходимость результатов с погрешностью  $\approx 9$  МГц.

Уравнения ПЭМИ интегрировались до момента пересечения каких-либо листов. В качестве критерия стохастичности использовалась локальная неустойчивость движения. Полученные результаты приведены в табл. 2, где видно быстрое распространение стохастичности по фазовому пространству с ростом числа листов  $N$ .

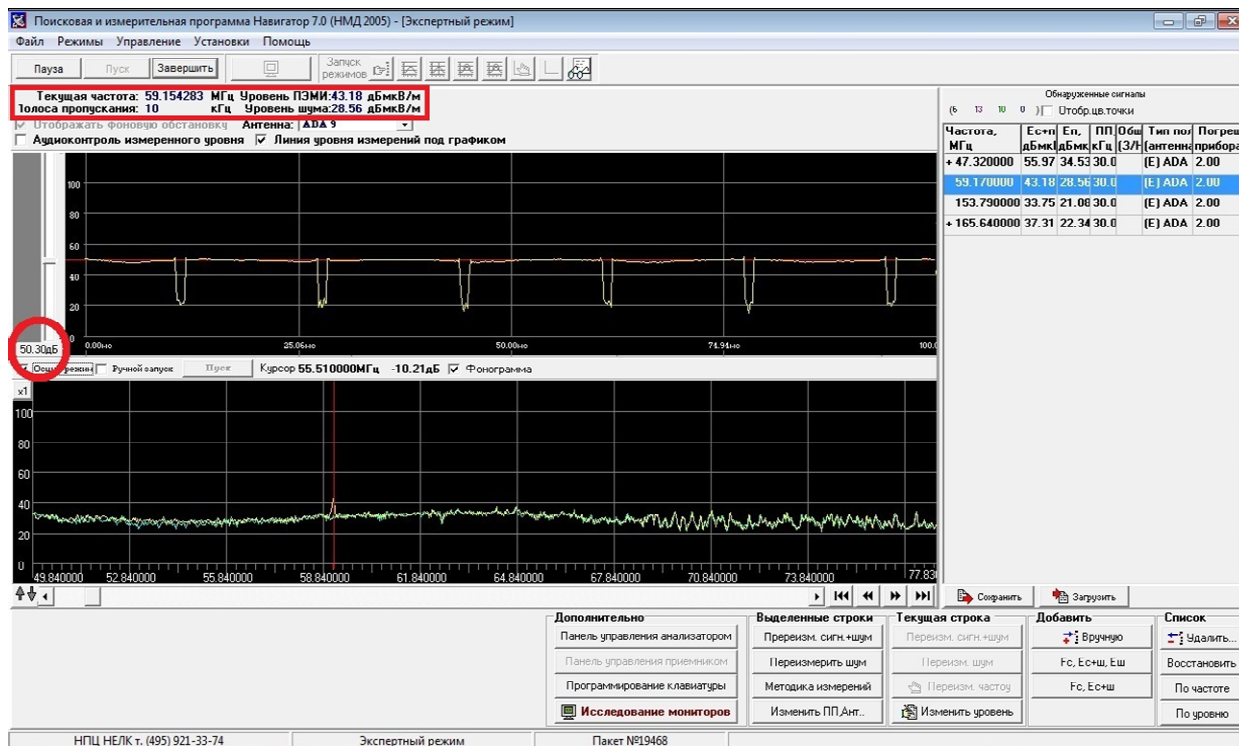


Рис. 7. Частота и уровень сигнала ПЭМИ  
Fig. 7. Frequency and level of TEMPEST signal



Табл. 2. Модель притягивающихся листов  
Tab. 2. Model of attracting sheets

Число листов $N$	Число регулярных траекторий	Число стохастических траекторий
2	61	0
3	57	4
4	14	47
5	1	60
6	0	61
7	0	61

В табл. 2 шестьдесят одна (61) возможная траектория сигнала электромагнитного излучения, полученная по всем значениям контрольных точек, выявленных посредством золотого сечения сферы на основе теории Фибоначчи.

**Выводы.** В данной статье проведено комплексное исследование стохастической динамики ПЭМИ с учетом воздействия внешних и начальных факторов рассматриваемой системы. Подход к моделированию включает анализ степеней свободы, гамильтонианов и флуктуаций, что позволяет более точно учесть случайные изменения и статистические особенности при анализе утечек информации через ПЭМИ. Процессы, влияющие на динамику системы ПЭМИ в пространстве и времени, были подробно рассмотрены и смоделированы. Этот подход позволяет более точно оценить риски и степень уязвимости системы перед

возможными атаками, связанными с утечкой информации через электромагнитные излучения. Особое внимание уделено свойствам поляризации, которая играет ключевую роль в неопределенности и непредсказуемости системы ПЭМИ в идеальных условиях эксперимента. Рассмотрены методы моделирования – диффузия Арнольда, аттрактор Лоренца и система Хенона–Хейлеса и т. п., а также применение алгоритма Грина для расчета стохастической зависимости.

Данные математические наблюдения и выводы описывают многомерность и многозадачность подходов к выявлению свойств поляризации, а также факторов оценки защищенности (эффективности защиты) информационных систем. Такие заключения вносят значимый вклад в исследования стохастической динамики ПЭМИ и представляют важные выводы для обеспечения безопасности информационных систем и защиты средств ВТ от утечки по техническим каналам.

Вычисленные значения электромагнитного поля могут быть использованы для понимания распространения волн, их рассеяния, интерференции и других эффектов. Важно отметить, что алгоритм Грина может быть адаптирован к различным геометриям, условиям задачи и используемым численным методам.

#### Список литературы

1. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.  
2. Глейк Д. Хаос. Создание новой науки / пер. с англ. М. Нахмансона, Е. Барашковой. СПб.: Амфора, 2001. 398 с.  
3. Технология SOFT TEMPEST как объект функционального моделирования / С. В. Скрыль, Е. В. Вайц,

С. С. Никулин, Р. А. Цой, В. А. Антонова // Безопасность информационных технологий. 2022. Т. 29, № 1. С. 125–144.  
4. Froeschlé C., Scheidecker J.-P. Stochasticity of dynamical systems with increasing number of degrees of freedom // Phys. Rev. A. 1975. Vol. 12, iss. 5. P. 2137.

#### Информация об авторах

**Копытов Павел Дмитриевич** – инженер, 4-й Государственный центральный межвидовой полигон МО РФ, ул. Ленина, 11, Знаменск, 416540, Россия.  
E-mail: zaharov0896@gmail.com

**Королёв Игорь Дмитриевич** – д-р техн. наук, профессор. Краснодарское высшее военное училище имени генерала армии С. М. Штеменко. ул. Грибоедова, 18, микрорайон 9-й километр, Краснодар, 350005, Россия.  
E-mail: pi\_korolev@mail.ru

**Кулиш Ольга Александровна** – канд. физ.-мат. наук, доцент. Краснодарское высшее военное училище имени генерала армии С. М. Штеменко. ул. Грибоедова, 18, микрорайон 9-й километр, Краснодар, 350005, Россия.  
E-mail: culish\_olga@mail.ru

### References

1. Lihtenberg A., Liberman M. Reguljarnaja stohasticheskaja dinamika. M.: Mir, 1984. 528 s. (In Russ.).
2. Glejk D. Haos. Sozdanie novej nauki / per. s angl. M. Nahmansona, E. Barashkovej. SPb.: Amfora, 2001. 398 s. (In Russ.).
3. Tehnologija SOFT TEMPEST kak ob#ekt funkcion-al'nogo modelirovanija / S. V. Skryl', E. V. Vajc, S. S. Nikulin, R. A. Coj, V. A. Antonova // Bezopasnost' informacionnyh tehnologij. 2022. T. 29, № 1. S. 125–144. (In Russ.).
4. Froeschlé C., Scheidecker J.-P. Stochasticity of dynamical systems with increasing number of degrees of freedom // Phys. Rev. A. 1975. Vol. 12, iss. 5. P. 2137.

### Information about the authors

**Pavel D. Kopytov** – engineer, 4<sup>th</sup> State Central Interspecific Landfill of the Ministry of Defense of the RF, Lenin St., 11, Znamensk, 416540, Russia.  
E-mail: zaharov0896@gmail.com

**Igor D. Korolev** – Dr Sci. (Eng.), Professor, Krasnodar Higher Military School named after Army General S. M. Shtemenko. Griboyedov St., 18, microdistrict 9<sup>th</sup> kilometer, Krasnodar, 350005, Russia.  
E-mail: pi\_korolev@mail.ru

**Olga A. Kulish** – Dr Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Krasnodar Higher Military School named after Army General S. M. Shtemenko. Griboyedov St., 18, microdistrict 9<sup>th</sup> kilometer, Krasnodar, 350005, Russia.  
E-mail: culish\_olga@mail.ru

Статья поступила в редакцию 21.09.2023; принята к публикации после рецензирования 05.12.2023; опубликована онлайн 30.01.2024.

Submitted 21.09.2023; accepted 05.12.2023; published online 30.01.2024.

---