

Применение теоремы Гаусса–Маркова для эквализации гидроакустического канала передачи

С. В. Шостак, А. В. Бенгард[✉]

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия

[✉] bengard.av@dvfu.ru

Аннотация. В современной гидроакустике часто сталкиваются с такими проблемами, как помехи и искажения в канале связи. Явление многолучевости – одна из неизбежных проблем в гидроакустической связи в звуковом канале, возникающая в связи с переотражениями от поверхности водоема, а также от морского дна. Последствием такой проблемы становится снижение качества связи в целом. Как правило, влияние помех невозможно устранить полностью в принципе, но можно минимизировать их влияние. В данной статье описан способ эквализации гидроакустического канала передачи с использованием теоремы Гаусса–Маркова, с помощью которого можно снизить влияние многолучевости, а также получена несмещенная оценка с минимальной дисперсией.

Ключевые слова: гидроакустический канал, конечная импульсная характеристика, фильтрация, теорема Гаусса–Маркова

Для цитирования: Шостак С. В., Бенгард А. В. Применение теоремы Гаусса–Маркова для эквализации гидроакустического канала передачи // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 1. С. 13–18. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-1-13-18.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Данная работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России в сфере научной деятельности по проекту № FZNS-2023-0008.

Original article

Application of the Gauss–Markov Theorem for Equalization of a Hydroacoustic Transmission Channel

S. V. Shostak, A. V. Bengard[✉]

Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

[✉] bengard.av@dvfu.ru

Abstract. Researchers in the field of modern hydroacoustics frequently encounter such problems as interference and noise in communication channels. Multipath propagation is an inevitable hydroacoustic communication problem arising in a sound channel due to reflections from the water surface and seabed. In general, this may decrease the overall communication quality. As a rule, noise cannot be completely eliminated, although its influence can be minimized. In this article, we describe a method for equalizing the hydroacoustic transmission channel using the Gauss–Markov theorem. This method can be used for reducing the multipath propagation effect and obtaining an unbiased estimate with minimal variance.

Keywords: hydroacoustic channel, finite impulse response, filtering, Gauss–Markov theorem

For citation: Shostak S. V., Bengard A. V. Application of the Gauss–Markov Theorem for Equalization of a Hydroacoustic Transmission Channel // LETI Transactions on Electrical Engineering & Computer Science. 2024. Vol. 17, no. 1. P. 13–18. doi: 10.32603/2071-8985-2024-17-1-13-18.

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Financing. This work was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation in the field of scientific activity under project No. FZNS-2023-0008.

Введение. В цифровых широкополосных системах связи информация передается в виде нулей и единиц, при этом ноль и единица кодируются определенными видами сигналов, основное требование к которым – отсутствие между ними корреляционной связи.

В гидроакустических системах связи обмен информацией проводится с помощью гидроакустических сигналов. При этом гидроакустический канал передачи за счет переотражений от различных неоднородностей и его многолучевой структуры воздействует на сигнал таким образом, что в приемник приходит множество сигналов с различными временами задержки, которые накладываются друг на друга, в результате чего символы сообщения искажаются [1]. Кроме этого, в гидроакустическом канале, как правило, имеется сильная шумовая составляющая, поэтому при обработке таких сигналов необходимо минимизировать влияние канала, для чего требуется описать действие канала в виде модели и получить обратную в условиях шумового воздействия канала. В ряде известных публикаций гидроакустический канал передачи описывается как линейная, инвариантная во времени система с постоянными параметрами или фильтр [2], [3]. Такие системы описываются импульсной и частотной характеристиками.

Метод эквализации. Пусть на вход гидроакустического канала подается известный сигнал $s(n)$. На выходе канала (в приемнике) выходной сигнал имеет вид

$$x(n) = \sum_{k=0}^{q-1} h(k)s(n-k), \quad (1)$$

где n, k – номера отсчетов во временной области, $n = 0 \dots N-1$, $k = 0 \dots q-1$, q – порядок фильтра.

Для решения поставленной задачи требуется оценить весовые коэффициенты импульсной характеристики канала $h(n)$.

В реальной обстановке кроме сверточных преобразований сигнала в канале присутствует аддитивный шум $\omega(n)$, поэтому выражение (1) перепишем в следующем виде:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{q-1} h(k)s(n-k) + \omega(n), \quad (2)$$

где $\omega(n)$ – белый гауссовский шум, $n = 0 \dots N-1$.

Будем также полагать, что система казуальна, т. е. $s(n) = 0$ при $n < 0$.

В векторно-матричной форме выражение (2) имеет вид

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} s(0) & 0 & \dots & 0 \\ s(1) & s(0) & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s(N-1) & s(N-2) & \vdots & s(N-q) \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(q-1) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \omega(0) \\ \omega(1) \\ \vdots \\ \omega(N-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}} \quad (3)$$

или

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{W}, \quad (4)$$

где $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \dots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$ – $(N \times 1)$ -вектор выходного

сигнала; $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s(0) & 0 & \dots & 0 \\ s(1) & s(0) & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s(N-1) & s(N-2) & \vdots & s(N-q) \end{bmatrix}$ –

$(N \times q)$ -матрица входного сигнала; $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \dots \\ h(q-1) \end{bmatrix}$ –

$(q \times 1)$ -вектор коэффициентов импульсной харак-

теристики канала; $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \omega(0) \\ \omega(1) \\ \dots \\ \omega(N-1) \end{bmatrix}$ – $(N \times 1)$ -век-

тор белого гауссовского шума.

Несложно заметить, что (4) – это линейная модель выходного сигнала в аддитивном гауссовом шуме. И для оценки импульсной характеристики канала необходимо оценить вектор $\boldsymbol{\theta}$ из уравнения (4). Получить такую оценку целесооб-

разно на основе теоремы Гаусса–Маркова [2], [4], [5], из которой следует, что когда данные моделируются в виде $\mathbf{X} = \mathbf{S}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{W}$, где \mathbf{X} – $(N \times 1)$ -вектор наблюдений, \mathbf{S} – известная $(N \times q)$ -матрица наблюдений с $N > q$ и ранга q , $\boldsymbol{\theta}$ – $(q \times 1)$ -вектор оцениваемых параметров, \mathbf{W} – $(N \times 1)$ -вектор шума с плотностью функции распределения $\mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$, то несмещенная оценка с минимальной дисперсией (НОМД)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{X}$$

с ковариационной матрицей вида

$$\mathbf{C}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \sigma^2 (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1},$$

где σ^2 – дисперсия (σ – среднеквадратическое отклонение).

Из выражения (2) видно, что выходной сигнал $x(n)$ состоит из искаженного информационного сигнала $\left(\sum_{k=0}^{q-1} h(k)s(n-k) \right)$ и помехи $\omega(n)$. Для достоверности выделения информационного сигнала $s(n)$ требуется минимизировать искажающее воздействие канала передач. Для минимизации воздействия гидроакустического канала проведем его анализ в терминах обратимых линейных систем [6]. Также системы считаются обратимыми, если существует взаимно однозначное соответствие входных и выходных сигналов. Из этого определения следует, что если известен выходной сигнал, то возможно определение входного сигнала. Последовательное соединение прямой и обратной систем дает единичную систему, поскольку

$$\begin{array}{lll} n=0 & h(0)h'(0) & = 1 \\ n=1 & h(0)h'(1) + h(1)h'(0) & = 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ n=M-1 & h(0)h'(M-1) + h(1)h'(M-2) + \dots + h(M-1)h'(0) & = 0. \end{array} \quad (9)$$

Векторно-матричным виде (9) представляется как

Линейная инвариантная во времени система описывается импульсной характеристикой $h(n)$. Будем считать, что $h'(n)$ представляет импульсную характеристику обратной системы. В результате выражение (5) аналогично выражению для линейной свертки

$$s(n) = h'(n) * h(n) * s(n), \quad (6)$$

где «*» – знак операции свертки.

При получении (6) предполагалось, что

$$h'(n) * h(n) = \delta(n). \quad (7)$$

В выражении (7) $\delta(n) = \begin{cases} 1, n=0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$ – символ

Дирака. На основе (7) при известной $h(n)$ получим $h'(n)$. Положим, что прямая и обратная системы причинны во времени, когда $h(n) = 0$ и $h'(n) = 0$ при $n < 0$.

В результате (7) имеет вид

$$\sum_{k=0}^n h(k)h'(n-k) = \delta(n). \quad (8)$$

С учетом сделанных ограничений составим систему уравнений вида

$$\begin{bmatrix} h(0) & \dots & 0 \\ h(1)h(0) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ h(M-1)h(M-2) & \dots & h(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h'(0) \\ h'(1) \\ \dots \\ h'(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

В результате получили линейную систему из M уравнений с M неизвестными, которую можно записать в виде

$$\mathbf{b}\mathbf{h}' = \mathbf{a}, \quad (11)$$

где

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} h(0) & \dots & 0 \\ h(1)h(0) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ h(M-1)h(M-2) & \dots & h(0) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}' = \begin{bmatrix} h'(0) \\ h'(1) \\ \dots \\ h'(M-1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

На рис. 1 представлена такая схема.

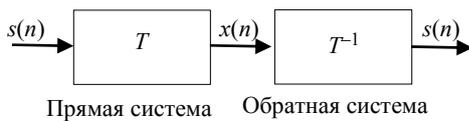


Рис. 1. Последовательное соединение систем (прямой и обратной)

Fig. 1. Serial connection of systems (direct and inverse)

На основе решения системы линейных уравнений находим вектор обратной импульсной характеристики:

$$\mathbf{h}' = \mathbf{b}^{-1} \mathbf{a}, \quad (12)$$

где \mathbf{b}^{-1} – матрица, обратная \mathbf{b} .

В результате получили систему линейных уравнений для вычисления обратной матрицы. Подстановка в (12) \mathbf{b}^{-1} с детерминантом $\Delta = \det \mathbf{b}$ дает

$$\mathbf{h}'(i) = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & \cdots & A_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{1n} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_n \end{bmatrix},$$

где $A_{11} \dots A_{nn}$ – алгебраические дополнения.

В соответствии с теоремой об алгебраических уравнениях [7]

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= A_{11}a_1 + A_{21}a_2 + \dots + A_{n1}a_n = \\ &= \begin{vmatrix} a_1 & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ a_2 & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix}, \dots, \\ \Delta_n &= \begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1(n-1)} & a_1 \\ b_{21} & \cdots & b_{2(n-1)} & a_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{n(n-1)} & a_n \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Далее в выражении Крамера решение системы:

$$h'(0) = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \dots, h'(M-1) = \frac{\Delta_{M-1}}{\Delta}. \quad (13)$$

Используя (13) и зная, что $\det \mathbf{b} = h^M(0)$, представим \mathbf{h}' в виде

$$\mathbf{h}' = \begin{bmatrix} \frac{h^{M-1}(0)}{h^M(0)} \\ \frac{h(1)h^{M-1}(0)}{h^M(0)} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Можно заметить, что сложность применения метода Крамера увеличивается с ростом N . Точные значения $\mathbf{h}'(i)$ в выражении (14) при больших N также можно получить, решая (10) методом итерации.

В задачах идентификации систем требуется выбрать подходящий тестовый сигнал, в нашем случае $s(n)$. Известно, что на практике длину реакции системы ограничивают до длины воздействия [8]. Применительно к анализу гидроакустического канала и оценке его импульсной характеристики целесообразно использовать сложные сигналы большой длительности, например псевдослучайные последовательности (ПСП). Для реализации полученных соотношений методом НОМД необходима диагонализация матрицы $[\mathbf{S}^T \mathbf{S}]$ [9]. Для получения корреляционной функции можно использовать ПСП.

Для анализа гидроакустического канала с применением ПСП оценки имеют вид [4, с. 298]

$$\hat{h}(i) = \frac{r_{sx}(i)}{r_{ss}(0)}; \quad i = 0, 1, \dots, q-1,$$

где $r_{sx}(i)$ – взаимокорреляционная функция между входной $s(n)$ и выходной $x(n)$ последовательностями, и $s(n) = 0$ для $n < 0$.

Из анализа (10) следует, что получить значения $\mathbf{h}'(n)$ можно рекурсивно, программным способом:

$$h'(n) = -\frac{1}{h(0)} \sum_{k=0}^n h(k)h'(n-k). \quad (15)$$

Для применения (15) следует учитывать, что способ не работает при $h(0) = 0$. Для устранения этой особенности следует ввести задержку в правую часть (9) (заменить $\delta(n)$ на $\delta(n-m)$). Тогда в случае $h(0) = 0$ $h(1) \neq 0$ и т. д. Также стоит учитывать, что в результате применения рекурсивных методов происходит рост ошибок округления с увеличением N , что приводит к снижению точности при больших N .

В материалах исследований изложен способ оптимальной обработки сигналов в приемнике цифровой системы связи. Обработка в таких приемниках строится на корреляционном сравнении принятого и опорного сигналов. При этом, как правило, считается, что шум канала белый и гауссов. Высокое отношение сигнал/шум при такой обработке достигается за счет энергетических характеристик принятого сигнала, которые необходимо изменять за счет увеличения мощности или/и длительности сигнала. Преднамеренного снижения (уменьшения) влияния аддитивной шумовой составляющей не происходит. Следует также отметить, что в реальных условиях шум ка-

нала скорее окрашенный (белый шум плюс помеховые составляющие в полосе анализа), когда правы выражения (8) и (9). Несложно показать, что если шум все-таки белый, то выражения (9)–(11) легко преобразуются в (2)–(4) соответственно.

Рассмотренный способ следует рассматривать как адаптивный, так как в процессе функционирования системы связи имеется возможность оценить аддитивную помеховую составляющую канала пе-

редачи, что позволяет оценивать ковариационную матрицу шума $S_{\theta\theta}$, которая соответствует шумовой составляющей на момент оценки [10].

Таким образом, в статье получена оценка вектора обратной импульсной характеристики канала в классе линейных несмещенных оценок с минимальной дисперсией (использовался критерий оптимизации оценки с минимумом дисперсии).

Список литературы

1. Abraham D. A. Underwater acoustic signal processing. ASA Press, Springer, 2019. 834 p. doi: 10.1007/978-3-319-92983-5.
2. Толстой И., Клей К. Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике / пер. с англ. под ред. Л. М. Бреховских. М.: Мир, 1969. 301 с.
3. Computational ocean acoustics / F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, & Schmidt, H. Springer // New York, Dordrecht Heidelberg London, 2011. 795 p. doi: 10.1007/978-1-4419-8678-8.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / пер. с англ. под ред. Ю. К. Беляева. М.: Мир, 1976. 756 с.
5. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения / пер. с англ. под ред. Ю. В. Линника. М.: Наука, 1968. 548 с.
6. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. под ред. С. Я. Шаца. М.: Связь, 1979. 416 с.
7. Солонина А. И. Цифровая обработка сигналов в зеркале MatLab. СПб.: БХВ-Петербург, 2018. 560 с.
8. Xu T., Xu L. Digital Underwater Acoustic Communications. China Ocean Press, Elsevier Inc., 2017. 290 p. doi: 10.1016/C2014-0-00624-7.
9. Пахомов С. А., Шостак С. В. Компенсация влияния канала распространения звука в гидроакустических системах // Подводные исследования и робототехника. 2020. № 3 (33). С. 31–35. doi: 10.37102/24094609.2020.33.3.004.
10. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов / пер. с англ. под ред. В. В. Шахгильдяна. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.

Информация об авторах

Шостак Сергей Васильевич – канд. техн. наук, доцент департамента электроники, телекоммуникации и приборостроения Дальневосточного федерального университета, ул. Суханова, д. 8, Владивосток, 690091, Россия.
E-mail: servash@mail.ru

Бенгард Александр Вячеславович – ассистент департамента электроники, телекоммуникации и приборостроения Дальневосточного федерального университета, ул. Суханова, д. 8, Владивосток, 690091, Россия.
E-mail: bengard.av@dvfu.ru

References

1. Abraham D. A. Underwater acoustic signal processing. ASA Press, Springer, 2019. 834 p. doi: 10.1007/978-3-319-92983-5.
2. Tolstoj I., Klej K. Akustika okeana. Teorija i jeksperiment v podvodnoj akustike / per. s angl. pod red. L. M. Brehovskih. M.: Mir, 1969. 301 s.
3. Computational ocean acoustics / Jensen, F. B., Kuperman, W. A., Porter, M. B., & Schmidt, H. Springer New York, Dordrecht Heidelberg London, 2011, 795 p. doi: 10.1007/978-1-4419-8678-8.
4. Anderson T. Statisticheskij analiz vremennyh rjadov / per. s angl. pod red. Ju.K. Beljaeva. M.: Mir, 1976. 756 s. (In Russ.).
5. Rao S. R. Linejnye statisticheskie metody i ih primenenija / per. s angl. pod red. Ju. V. Linnika. M.: Nauka, 1968. 548 s. (In Russ.).
6. Oppengejm A., Shafer R. Cifrovaja obrabotka signalov / per. s angl. pod red. S. Ja. Shaca. M.: Svjaz', 1979. 416 s. (In Russ.).
7. Solonina A. I. Cifrovaja obrabotka signalov v zerkale MatLab. SPb.: BHV-Peterburg, 2018. 560 s. (In Russ.).
8. Xu T., Xu L. Digital Underwater Acoustic Communications. China Ocean Press, Elsevier Inc., 2017. 290 p. doi: 10.1016/C2014-0-00624-7.
9. Pahomov S. A., Shostak S. V. Kompensacija vlijanija kanala rasprostraneniya zvuka v gidroakusticheskijh sistemah // Podvodnye issledovanija i robototehnika. 2020. № 3 (33). S. 31–35. doi: 10.37102/24094609.2020.33.3.004. (In Russ.).
10. Uidrou B., Stirnz S. Adaptivnaja obrabotka signalov / per. s angl. pod red. V. V. Shahgil'djana. M.: Radio i svjaz', 1989. 440 s. (In Russ.).

Information about the authors

Sergey V. Shostak – Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor of Department of Electronics, Telecommunications and Instrumentation Engineering of Far Eastern Federal University, Sukhanova St., 8, Vladovostok, 690091, Russia.

E-mail: servash@mail.ru

Alexander V. Bengard – Assistant of Department of Electronics, Telecommunications and Instrumentation Engineering of Far Eastern Federal University, Sukhanova St., 8, Vladovostok, 690091, Russia.

E-mail: bengard.av@dvfu.ru

Статья поступила в редакцию 16.09.2023; принята к публикации после рецензирования 24.11.2023; опубликована онлайн 30.01.2024.

Submitted 16.09.2023; accepted 24.11.2023; published online 30.01.2024.
