СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синявская Е. Д. Системы принятия решений для производственных процессов в условиях априорной неопределенности // Сб. мат. IX Всерос. науч. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов «Информационные технологии, системный анализ и управление» (ИТСАиУ–2011). Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. С. 119–121.

2. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой информации. М.: Наука, 1981. 206 с.

3. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной / А. Н. Борисов, А. В. Алексеев, О. А. Крумберг и др. Рига: Зинатне, 1982. 256 с.

4. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопр. анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976. С. 172–215.

E. D. Sinjavskaya, V. I. Finaev

THE DECISION-MAKING SYSTEM BY THE CONTROL OF THE TECHNICAL OBJECTS

In this paper, we consider the decision-making system and their effective use of control by the technical objects. We offer the structure chart of the decision-making system; describe the principle of work and parts of this system. We take into account fuzziness and their influence on the considered objects.

The decision-making system, fuzziness

УДК: 656.11; 338.47:656

Я. А. Селиверстов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В МЕГАПОЛИСАХ

Посвящается предсказательным методам моделирование процессов распределения и развития транспортных потоков в мегаполисах. Проведены моделирование и оценка в программном пакете PTV Vision®VISUM изменения динамики транспортных потоков, вызванного вводом Метрополитеном станций «Обводный канал», «Адмиралтейская», «Бухарестская», «Международная» в Санкт-Петербурге.

Транспортное моделирование, гравитационные модели, энтропийные модели, линейные модели, оптимальное распределение транспортных потоков

Современное общество нуждается в постоянном увеличении объема транспортного сообщения, повышении его надежности, безопасности и качества. Это требует увеличения затрат на улучшение инфраструктуры транспортной сети, превращения ее в гибкую, управляемую логистическую систему. При этом рискованность инвестиций значительно возрастает, если не учитывать закономерностей развития транспортной сети, распределения загрузки ее участков. Игнорирование этих закономерностей приводит к частому образованию транспортных пробок, перегрузке/недогрузке отдельных линий и узлов сети, повышению уровня аварийности, экологическому ущербу.

Для поиска эффективных стратегий управления транспортными потоками в мегаполисе, оптимальных решений по проектированию улично-дорожной сети и организации дорожного движения необходимо учитывать широкий спектр характеристик транспортного потока, закономерности влияния внешних и внутренних факторов на динамические характеристики смешанного транспортного потока [1].

Транспортная система Санкт-Петербурга представляет собой сложную организационно-техническую систему с слабо прогнозируемым поведением, что накладывает дополнительные ограничения на процесс управления ею и оценки результатов последнего.

Построение транспортных моделей: методы и решения. К наиболее эффективным способам принятия решений по оптимизации структуры и процессов функционирования транспортной системы страны, региона или города относится создание и поддержание виртуальной (компьютерной) модели транспортной системы, которая позволяет отображать близкие к реальным закономерности транспортных процессов и, самое главное, оценивать последствия этих решений.

Постановка задачи транспортного равновесия. На основе исходных данных строится экономико-математическая модель транспортного процесса на улично-дорожной сети города (УДС).

Транспортная сеть задается в [2], [3] ориентированным графом $\Gamma\ V; E$ без петель и циклов с множеством вершин (V) и множеством дуг сети (E). Во множестве вершин V выделяются подмножество зарождения транспортных потоков (источников) $S \subseteq V$ и множество поглощения транспортных потоков (стоков) $D \subseteq V$. Транспортный процесс задается множеством пар источник–сток, представленных декартовым произведением: $W = \ w = \ i; j \ : i \in S, j \in D$.

Тогда матрица транспортных корреспонденций будет задаваться массивом $\rho_W : w \in W$, в котором каждой паре источник–сток $w = \ i; j \ \in W$ будет поставлен в соответствие спрос на перевозку ρ_W, соответствующий объему пользователей (пассажиров, транспортных средств), которые из пункта i (источника) должны прибыть в пункт j (сток).

Маршрут в сети Г, соединяющий вершины i и j, задается последовательностью вида $e_1 = \ i \to k_1$, $e_2 = \ k_1 \to k_2$, …, $e_L = \ k_{L-1} \to k_L$, $e_{L+1} = \ k_L \to j$, где $e_t \in E$ при всех $t = 1...L+1$.

Введем множество P_W альтернативных маршрутов, следуя которым, для каждой пары $w = \ i; j \ \in W$ выходящий из источника i поток достигает стока j.

Совокупность всех путей в графе Г обозначим через $P = \cup_{w \in W} P_w$.

Введем величину x_p потока, следуещего по пути $p \in P$, такую, что для каждой пары $w(i; j)$ потоки x_p, $p \in P_w$ должны принадлежать множеству $X_w = \left\{ x_p \geq 0 : p \in P_w, \sum_{p \in P_w} x_p = \rho_w \right\}$.

Совокупность значений x_p образует вектор $\boldsymbol{x} = \ x_p : p \in P$ с областью допустимых значений

$$X = \prod_{w \in W} X_w = \left\{ x \geq 0 : \sum_{p \in P_w} x_p = \rho_w, w \in W \right\}.$$

Введем величину стоимости или удельных затрат G_p на преодоление пути p. Так как стоимость одного маршрута может влиять на распределение загрузки по остальным путям УДС, то в общем виде G_p представляет собой функцию от загрузки всей сети т. е. $G_p = G_p\ \ x$. Пользователи транспортных услуг выбирают маршруты с наименьшей стоимостью,

$$\tilde{\boldsymbol{o}}_{\text{ç}}^{\text{ò}} \geq 0, G_p\ \ \tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}}\ = \min_{p \in P_w} G_p\ \ \tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}}\ = u_w\ \ \tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}} \qquad (1)$$

где $u_w\ \ \tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}}$ – минимальные транспортные затраты по маршрутам, соединяющим пару $w = \ i; j\ \in W$, определяемую вектором $\tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}}$.

Потоки $\tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}} \in \tilde{O}$, удовлетворяющие условию (1), называются равновесными.

Задача поиска равновесных потоков $\tilde{\boldsymbol{o}}^{\text{ò}} \in \tilde{O}$ в сети $\Gamma\ V; E$ называется задачей транспортного равновесия.

В случае, когда объемы корреспонденций ρ_W постоянны, т. е. не зависят от стоимости передвижения в сети, задача носит название задачи транспортного равновесия с постоянным спросом.

Когда же объемы корреспонденций являются функциями от затрат на передвижение в сети, т. е. $\rho_W = \rho\ u_w$, она называется задачей транспортного равновесия с эластичным спросом.

Методология решения задач транспортного равновесия изложена в [4]–[10].

В задаче транспортного равновесия с постоянным спросом корреспонденция ρ_W или $\rho_{i,j}, w = \ i; j\ \in W,$ рассматривается как средний поток пользователей, который из источника $i \in S$ должен прибыть в сток $j \in D$.

Далее будут рассмотруны наиболее часто используемые модели построения матриц корреспонденций – *линейная, гравитационная, энтропийная* и *энтропийно-гравитационная.*

Линейная модель. В таких моделях входящие и выходящие транспортные потоки в сети линейно изменяются во времени. Объем транспортного потока определяется количеством корреспонденций, относящимся к *i*-му участку транспортной сети и исчисляемым как

$$P_{i,j} = K_i\ \rho_{i,j}, \qquad (2)$$

где $P_{i,j}$ и $\rho_{i,j}$ – будущие и настоящие корреспонденции; K_i – коэффициент роста, зависящий от таких показателей, как количество населения (*P*), величина доход на душу населения (*I*) и уровень автомобилизации (*C*), имеет вид

$$K_i = \frac{f\ \ P_i^d, I_i^d, \tilde{N}_i^d}{f\ \ P_i^c, I_i^c, \tilde{N}_i^c},$$

где f может быть любой функцией, в том числе и мультипликативной функцией от аргументов P, I и C; d и c – прогнозируемое и текущее значения коэффициента роста.

Гравитационная модель. Эта модель расчета количества корреспонденций является своеобразным аналогом формулы всемирного тяготения Ньютона, запишем ее в модифицированном виде [2], [4]:

$$\rho_{i,j} = k \frac{s_i \; d_j}{f \;\; c_{i,j}}. \tag{3}$$

При этом выражение (2) должно удовлетворять дополнительным условиям:

$$\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} = s_i, \;\; \sum_{i=1}^{m} \rho_{i,j} = d_i \;, \; \rho_{i,j} \geq 0 \,, \; i \in S \,, \; j \in D \,, \tag{4}$$

где s_i – общее количество пользователей, выезжающих из источника i, $i \in S$; d_j – ее количество пользователей, въезжающих в сток j, $d_j \in S$; $f \;\; c_{i,j}$ – функция тяготения, зависящая от удельных расходов $c_{i,j}$ на передвижение из источника i в сток j.

Перепишем выражение (3) в виде

$$\rho_{i,j} = \alpha_i \; \beta_j \; s_i \; d_j \; f \;\; c_{i,j} \;\; , \; i \in S \,, \; j \in D \,,$$

где α_i, β_j – калибровочные коэффициенты, которые определяются из системы:

$$\alpha_{i,j} = \left[\sum_{j \in D} \beta_j \; d_j \; f \;\; c_{i,j} \right]^{-1}, \; \beta_{i,j} = \left[\sum_{j \in D} \alpha_j \; s_j \; f \;\; c_{i,j} \right]^{-1}.$$

Данная система является совместной в случае равенства суммарных потоков по въезду и выезду, т. е.

$$\sum_{j \in S} s_j = \sum_{j \in D} d_j = R.$$

Функция тяготения $f \;\; c_{i,j}$ подбирается на основе расчетных данных и данных транспортной статистики. Коэффициенты α_i, β_j определяются методом балансировки Шацкого–Шелейховского [11].

Энтропийная модель. Данная модель расчета количества корреспонденции является своеобразным аналогом второго закона термодинамики; следуя принципу максимизации энтропии, будем искать значения корреспонденции $\rho_{i,j}$ – как максимум функции $P \; \rho$ вероятности состояния системы, зависящей от матрицы корреспонденций $\rho = \rho_{i,j} : i \in S, \; j \in D$.

Пусть $\upsilon\ \rho$ – вероятность получения матрицы ρ, и $Q\ \rho$ – количество состояний системы ρ, тогда функцию вероятности $P\ \rho$ можно представить в виде

$$P\ \rho\ = \upsilon\ \rho\ \ Q\ \rho\ . \tag{5}$$

Пусть в системе *n* источников и *m* стоков, тогда можно представить общее количество пользователей в системе через $R = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\rho_{i,j}$ и вероятность выбора пользователем $\rho_{i,j}$ – через $\upsilon_{i,j}^{\rho_{i,j}} > 0$.

С учетом схемы Бернулли значение $\upsilon\ \rho$ примет вид

$$\upsilon\ \rho\ = \upsilon_{1,1}^{\rho_{1,1}}\ \upsilon_{1,2}^{\rho_{1,2}} \ldots = \prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\upsilon_{i,j}^{\rho_{i,j}}. \tag{6}$$

Определим количество состояний системы $Q\ \rho$. Если объем корреспонденций из места зарождения потока 1 в место поглощения потока 1 равен $\rho_{1,1}$, то количество способов достижения пользователями этого объема составит $C_R^{\rho_{1,1}}$. Для оставшихся пользователей число способов достижения объема корреспонденций $\rho_{1,2}$ составит $C_{R-\rho_{1,1}}^{\rho_{1,1}}$, и т. д.

В итоге получим выражение для $Q\ \rho$:

$$Q\ \rho\ = C_R^{\rho_{1,1}}\ C_{R-\rho_{1,1}}^{\rho_{1,1}} \ldots C_{R-\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=1}^{n-1}\rho_{i,j}}^{\rho_{1,1}} = \frac{R!}{(R-\rho_{1,1})!\rho_{1,1}}\ \frac{(R-\rho_{1,1})!}{(R-\rho_{1,1})!\rho_{1,1}} \times$$

$$\times \frac{\left(R-\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=1}^{n-1}\rho_{i,j}\right)!}{\rho_{m,\grave{o}}\ !} = \frac{R!}{\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\rho_{i,j}\ !}. \tag{7}$$

Подставив выражения (6) и (7) в (5), получим формулу, определяющую критерий выбора наиболее вероятного состояния системы:

$$P\ \rho\ = R!\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\frac{\upsilon_{i,j}^{\rho_{ij}}}{\rho_{i,j}\ !} \to \max. \tag{8}$$

Запишем выражение для ограничения на общие затраты С в транспортной системе:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}c_{i,j}\ \rho_{i,j} = C. \tag{9}$$

В результате энтропийная модель расчета количества корреспонденций $\rho = \{\rho_{i,j} : i \in S, j \in D\}$ сводится к задаче условной оптимизации (4), (8), (9).

Подробнее поиск равновесного состояния транспортных систем с использованием энтропийных моделей изложен в [2].

Энтропийно-гравитационные модели. Запишем функцию Лагранжа [2], учитывая ограничения (4), (8), (9), в следующем виде:

$$L(\rho, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \gamma) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\rho_{i,j}\ln\frac{\upsilon_{i,j}}{\rho_{i,j}} + \lambda_i(S_i - \rho_{i,j}) + \mu_j(d_j - \rho_{i,j}) + \gamma(C - c_{i,j}\rho_{i,j})\right] \to \max, \quad (10)$$

где $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i : i \in S\}$ – вектор двойственных переменных, удовлетворяющий балансовым ограничениям (4) для источников; $\boldsymbol{\mu} = \{\mu_j : j \in D\}$ – вектор двойственных переменных, удовлетворяющий балансовым ограничениям (4) для стоков; γ – двойственная переменная, удовлетворяющая ограничению по затратам (9).

Точка максимума функции (10) должна соответствовать условиям (4), (9) и системе уравнений:

$$\ln\frac{\upsilon_{i,j}}{\rho_{i,j}} - 1 - \lambda_i - \mu_j - \gamma c_{i,j} = 0, \quad i \in S, \ j \in D. \quad (11)$$

Из отношения (11) выразим корреспонденции:

$$\rho_{i,j} = \upsilon_{i,j}\exp(-1 - \lambda_i - \mu_j - \gamma c_{i,j}). \quad (12)$$

Обозначим

$$\alpha_i = \frac{\exp(-1-\lambda_i)}{s_i}, \ \beta_j = \frac{\exp(-\mu_j)}{d_j}. \quad (13)$$

С учетом (13) выражение (12) примет вид

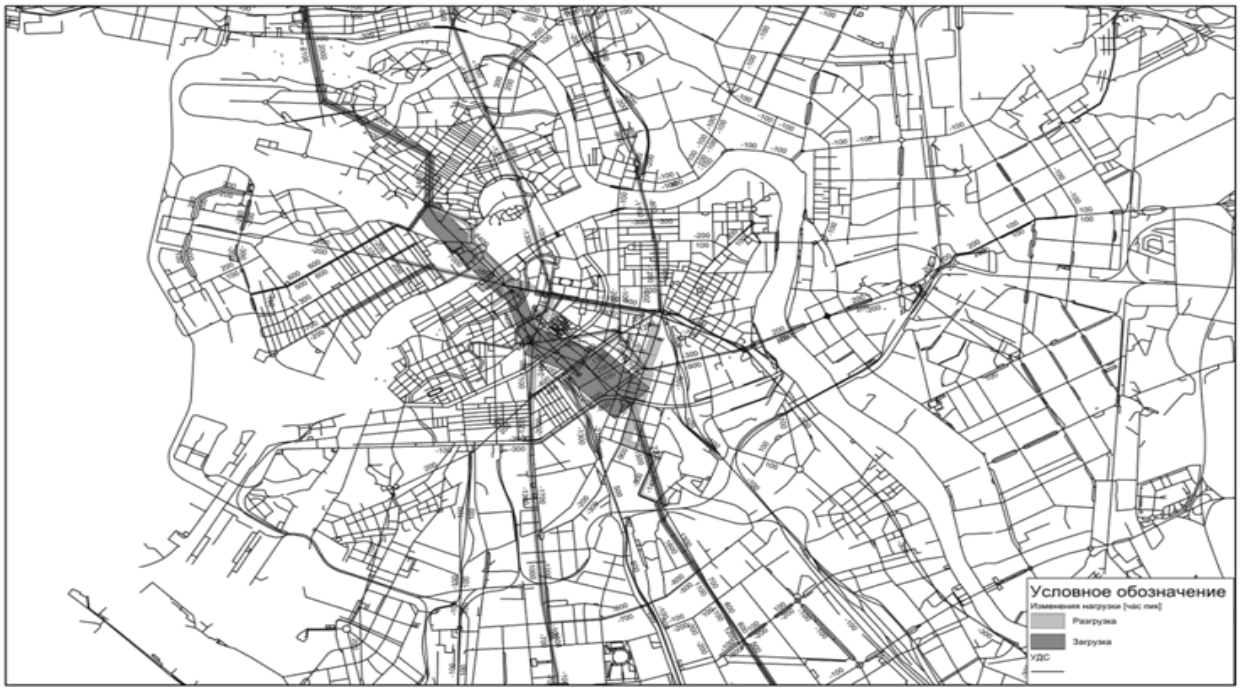
$$\rho_{i,j} = \alpha_i \beta_j s_i d_j \upsilon_{i,j}\exp(-\gamma c_{i,j}). \quad (14)$$

Параметры α_i и β_j определим, подставив выражение (14) в (4):

$$\alpha_i = \left[\sum_{j\in D}\beta_j d_j \upsilon_{i,j}\exp(-\gamma c_{i,j})\right]^{-1}, \quad \beta_j = \left[\sum_{j\in D}\alpha_j s_j \upsilon_{i,j}\exp(-\gamma c_{i,j})\right]^{-1}.$$

Параметр γ определяется различными способами калибровки модели.

Сопоставив выражение энтропийной модели (14) с гравитационной моделью (3), приходим к заключению, что различие между ними состоит в аналитическом задании



функции притяжения $f(c_{i,j})$. В случае $f(c_{i,j}) = \upsilon_{i,j} \exp\ -\gamma\ c_{i,j}$ гравитационная и энтропийная модели эквивалентны.

Практическое применение транспортных моделей. Построение матриц корреспонденций энтропийным и гравитационным методами использовались при создании информационно-логической модели транспортного процесса для расчета пассажиропотоков на УДС Санкт-Петербурга и внутренней сети метрополитена с вводом станций «Обводный канал», «Адмиралтейская», «Бухарестская» и «Международная». Графическая эпюра распределения пассажиропотоков на УДС Санкт-Петербурга и внутренней сети метрополитена представлена на рисунке. Модели продемонстрировали высокую скорость сходимости при работе с матрицами большой размерности 800×800.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костылев И. И., Попов С. А. Проблематика транспортных систем. СПб.: Элмор, 2005. 128 с.

2. А. В. Гасников, С. Л. Кленов. Введение в математическое моделирование транспортных потоков / МФТИ. М., 2010. 362 с.

3. Кристофидес Н. Теория графов. М.: Мир, 1978. 432 с.

4. Власов М. П., Шимко П. Д. Моделирование экономических процессов. Ростов н/Д.: Феникс, 2005. 409 с.

5. Попов Л. Д. Введение в теорию, методы и экономические приложения задач о дополнительности. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2001. 93 с.

6. Dafermos S. Traffic equilibrium and variational inequalities // Transportation Science. 1980. Vol. 14.1. P. 42–54.

7. Konnov I. V. Equilibrium Models and Variational Inequalities // Math. in Scie. and Engin. Vol. 210. Amsterdam, e.a.: Elsevier B.V., 2007. 248 c.

8. Nagurney A. Network Economics: A Variational Inequality Approach. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. 444 c.

9. Стенбринк П. А. Оптимизация транспортных сетей. М.: Транспорт, 1961. 320 с.

10. Beckmann M., McGuire C. B., Winsten C. B. Studies in the economics of transportation. RM-1488. Santa Monica: RAND Corporation, 1955. 359 с.

11. Шацкий Ю. А. Расчет схемы расселения и трудовых корреспонденций при разработке генерального плана города // Развитие системы городского транспорта. 1971. № 4. С. 3–14.

Y. A. Seliverstov

THE DISTRIBUTION MODELING AND DEVELOPMENT TRAFFIC FLOWS IN MEGAPOLISES

This research project is devoted to the analysing of the developement and distribution processes of traffic flows in metropolitan areas. As a result of using some prognostic methods and a software package PTV Vision ® VISUM simulation and evaluation of the traffic flow dynamics caused by the launching of new underground stations "Obvodny Kanal", "Admiralteyskaya", "Bukharestskaya", "Mezhdunarodnaya" in St. Petersburg was made.

Transport modeling, gravity models, entropy models, linear models, the optimal distribution of traffic flows