УДК 681.5

В. В. Путов, И. Г. Полушин, В. В. Лебедев, А. В. Путов

Обобщение метода мажорирующих функций в задачах адаптивного управления нелинейными динамическими объектами

Рассматриваются вопросы связи и обобщения методов скоростного градиента и мажорирующих функций в построении беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью, базирующиеся на нелинейной параметризации неопределенных нелинейных правых частей, описывающих эти объекты дифференциальных уравнений.

Нелинейные динамические объекты с функционально-параметрической неопределенностью, беспоисковые адаптивные системы с мажорирующими функциями, метод скоростного градиента, расширенное условие достижимости, обобщение метода мажорирующих функций

Большинство подходов в построении беспоисковых алгоритмов адаптивного управления нелинейными нестационарными динамическими объектами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, основано на предположении, что неизвестны только параметры уравнений при условии ограниченности областей и скоростей их изменения, а вид самих правых частей дифференциальных уравнений объектов точно известен и используется в построении законов управления алгоритмов адаптации [1], [2]. Пожалуй, наиболее обобщающим методом построения адаптивных алгоритмов этого класса является метод скоростного градиента [3], [4], обобщающий многие известные беспоисковые алгоритмы адаптивного управления, в том числе нелинейными механическими объектами.

В [5], [6] предложен метод построения беспоисковых адаптивных алгоритмов с так называемыми мажорирующими функциями для управления нелинейными динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью, когда не только считаются неизвестными параметры, но и игнорируется точный вид функций, описывающих правые части нелинейных дифференциальных уравнений объектов. Построение таких алгоритмов предполагает приближенную нелинейную параметризацию (замену) неизвестных или слишком сложных либо не поддающихся аналитическому описанию нелинейных функций объектов специально вводимыми более простыми в реализации оценочными функциями переменных состояния объектов. Эти функции «мажорируют» правые части дифференциальных уравнений объектов в том смысле, что их скорости роста при бесконечном возрастании аргументов сравнимы или превышают скорости роста последних.

Платой за переход от точных алгоритмов скоростного градиента к приближенным алгоритмам с мажорирующими функциями служит отказ от требования асимптотической устойчивости и переход к более слабым требованиям диссипативности адаптивных систем (свойстве всех ее бесконечно продолжаемых вправо решений погружаться со временем в фиксированную сферу конечного радиуса).

Алгоритмы с мажорирующими функциями. Пусть нелинейный нестационарный объект управления описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),$$

где $\mathbf{x}$ – n-мерный вектор состояния объекта, $\mathbf{x} \in R^n$; $\mathbf{u}$ – m-мерный вектор управления, $U \in R^m$, $m < n$; $t \in I_t = [t_0; +\infty)$; R – множество вещественных чисел; $\mathbf{\Phi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ – n-мерная вектор-функция, непрерывная по всем аргументам в области $\Gamma_t \subset I_t \times R^n \times R^m$, причем в ней обеспечено свойство единственности решений $\mathbf{x}(t, t_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))$ для всех $t \in I_t$, допустимых управлений $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0) \in R^n$.

Будем полагать, что исходный объект может быть представлен в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t), \qquad (1)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ – функциональные матрицы соответствующих размерностей, матрица $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ ограничена в целом равномерно по t, а матрица $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ может быть представлена в виде двойной суммы

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \left[\sum_{r=1}^{n}\left(\sum_{q=0}^{p_r}\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x}, t)\, f_{qr}^{\theta}(x_r)\right)\right], \qquad (2)$$
$$r = \overline{1, n};\ q = \overline{0,\ p_r},$$

где $\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x}, t)$ – глобально ограниченные равномерно по t матричные функции, а $f_{qr}^{\theta}(x_r)$ – скалярные функции, возможно неограниченные и зависящие только от r-й компоненты вектора состояния. При $\|\mathbf{x}\| \to +\infty$ индекс q в разложении вводится для различения функций $f_{qr}^{\theta}(x_r)$ с разными скоростями роста при стремлении аргумента к бесконечности. Именно функции с большим индексом q растут быстрее, т. е. справедливо соотношение

$$\lim_{|x_r| \to +\infty} \frac{\left|f_{q+1,r}^{\theta}(x_r)\right|}{\left|f_{qr}^{\theta}(x_r)\right|} = +\infty.$$

Нулевой индекс $q = 0$ в разложении (2) присваивается глобально ограниченным слагаемым, причем функции $\mathbf{A}_{0r}(\mathbf{x}, t)$ выбираются таким образом, что $f_{0r}^{\theta}(x_r) \equiv 1$. Число p_r равно количеству различных функций роста по компоненте x_r; $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора или матрицы. Для оценки скорости роста функций роста объекта будем использовать сравнение их со степенными функциями x_r^h от компонент вектора $\mathbf{x}$. Будем называть степенью роста скалярной функции $f_{qr}^{\theta}(x_r)$ по x_r точную нижнюю грань вещественных чисел h, таких, что $\overline{\lim\limits_{|x_r| \to \infty}} \left| f_{hr}^{\theta} / x_r^h \right| < \infty$.

Ставится задача построения адаптивного управляющего закона $u(x, t)$, обеспечивающего слежение за задающей траекторией, формируемой с помощью явной эталонной модели вида

$$\dot{\mathbf{x}}_M(t) = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{u}^0(t), \qquad (3)$$

где ($\mathbf{A}_M$, $\mathbf{B}_M$) – управляемая пара; $\mathbf{A}_M$ – гурвицева матрица; $\mathbf{u}^0(t)$ – программное управление, $\|\boldsymbol{u}^0(t)\| \le \text{const}$ для всех t.

Цель управления задается неравенством верхнего предела вида

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} \left\| \mathbf{x}(t; t_0 x_0, u) - \mathbf{x}_M\left(t;\ t_0, \mathbf{u}^0\right) \right\| \le D, \qquad (4)$$
$$D > 0\ (\text{const}),$$

где число $D > 0$ характеризует размер сферы $\|e\| < D$ предельной ограниченности (диссипативности) ошибки $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_M(t)$.

Следуя [6], построим адаптивный закон (закон основного контура) и алгоритмы его настройки с огрублением таким образом:

$$\mathbf{u}_a(t) = \left[\sum_{q=0}^{p_r}\left(\sum_{r=1}^{n}\mathbf{A}_{qr}^{A}(t)\, f_{qr}(x_r)\right)\right]\mathbf{x} + \mathbf{K}_B(t)\mathbf{u}^0(t), \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{qr}^{A}(t) = -f_{qr}(x_r)\boldsymbol{\Gamma}_{qr}^{A}\mathbf{B}_M^{\mathrm{T}}\mathbf{Pex}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Lambda}_{qr}^{A}\mathbf{K}_{qr}^{A}(t),$$
$$\dot{\mathbf{K}}_B(t) = -\boldsymbol{\Gamma}_B\mathbf{B}_M^{\mathrm{T}}\mathbf{Peu}^{0\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{\Lambda}_B\mathbf{K}_B(t), \qquad (6)$$
$$r = \overline{1, n},\ q = \overline{0,\ p_r},$$

где $\mathbf{K}_{qr}^{A}(t)$ – (m×n)-мерные, а $\mathbf{K}_B(t)$ – (m×m)-мерная матрицы настраиваемых параметров; $\boldsymbol{\Gamma}_{qr}^{A}, \boldsymbol{\Lambda}_{qr}^{A}, \boldsymbol{\Gamma}_B, \boldsymbol{\Lambda}_B \in R^{m \times m}$ – симметричные положительно определенные (в частности, диагональные) (m× m)-мерные матрицы коэффициентов усилений алгоритмов; $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{\mathrm{T}} > 0$ – матрица, являющаяся единственным решением уравнения Ляпунова

$$\mathbf{A}_M^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{PA}_M = -\mathbf{G}$$

для любой $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}} > 0$. Функции $f_{qr}(x_r)$ в законе (5) и алгоритмах (6) выберем так, чтобы они для функций роста объекта $f_{qr}^{\theta}(x_r)$ удовлетворяли соотношениям вида

$$\left| f_{qr}^{\theta}(x_r) \big/ f_{qr}(x_r) \right| \le a_{qr},\ r = \overline{1, n},\ \ q = \overline{1,\ p_r} \qquad (7)$$

при $|x_r| \le b_{qr}$ для некоторых чисел a_{qr}, $b_{qr} > 0$.

Функции $f_{qr}(x_r)$ будем называть мажорирующими функциями для функций роста $f_{qr}^{\theta}(x_r)$, а закон управления (5) и алгоритмы настройки (6) – адаптивным законом и алгоритмами его настройки с мажорирующими функциями, или, кратко, алгоритмами адаптации с мажорирующими функциями.

Вопросы аналитического обоснования диссипативности в целом (в области Γ_t) адаптивных систем с мажорирующими функциями, подобных рассмотренной прямой адаптивной системе с эталонной моделью вида (1), (3), (5), (6), подробно рассмотрены и исследованы в работах [5], [6] и в важных для приложений случаях в условиях тех или иных упрощающих предположений решены положительно.

Связь метода мажорирующих функций с методом скоростного градиента. Обобщение метода мажорирующих функций. Покажем, что закон (5) и алгоритмы (6) с мажорирующими функциями при надлежащем выборе целевого функционала могут быть получены прямым применением процедуры метода скоростного градиента [3], [4] при условии ослабления одного из условий его применимости, а именно так называемого *условия достижимости* [7]. Зададим целевой функционал квадратичной формой вида

$$Q(t)=1\Big/\left(2\mathbf{e}(t)^{\mathrm{T}}\mathbf{Pe}(t)\right). \qquad (8)$$

Следуя процедуре скоростного градиента [3], вычислим полную производную функции (8) по времени в силу системы (1), (3), (5), (6), которая определяется выражением

$$\frac{dQ}{dt}=\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta},t)=\mathbf{e}(t)^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\Big\{\mathbf{A}_M\mathbf{e}+\mathbf{B}(\mathbf{x},t)\times$$
$$\times\left[\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x},t)\left(\sum_{q=0}^{p_r}\sum_{r=1}^{n}\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\mathbf{x},t)f_{qr}(x_r)\right)\mathbf{x}+\right.$$
$$+\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x},t)(\mathbf{B}(\mathbf{x},t)-\mathbf{B}_M)\mathbf{u}^0+$$
$$\left.+\left(\sum_{q=0}^{p_r}\sum_{r=1}^{n}\mathbf{K}_{qr}^{A}(t)f_{qr}(x_r)\right)\mathbf{x}+\mathbf{K}_B(t)\mathbf{u}^0(t)\right]\Big\},$$

где для краткости записи введен $\boldsymbol{\theta}$ – вектор, составленный из $n\times m+m^3$ настраиваемых параметров – элементов матриц настраиваемых параметров; матрицы $\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x},t)$ получим далее; «+» – знак псевдообращения прямоугольной матрицы. Выражения для скоростного градиента целевого функционала (8) по матрицам настраиваемых параметров (6) будут равны

$$\mathrm{grad}_{\mathbf{K}_{qr}^{A}}\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta},t)=f_{qr}(x_r)\mathbf{B}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\mathbf{Pex}^{\mathrm{T}},$$
$$\mathrm{grad}_{\mathbf{K}_B}\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta},t)=\mathbf{B}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\mathbf{Peu}^{0\mathrm{T}}.$$

Отсюда, согласно [3], получаем алгоритмы настройки матриц параметров (6) с огрублением в виде

$$\mathbf{K}_{qr}^{A}(t)=-f_{qr}(x_r)\Gamma_{qr}^{A}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\mathbf{Pex}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\Lambda}_{qr}^{A}\mathbf{K}_{qr}^{A}(t),$$
$$\mathbf{K}_B(t)=-\Gamma_B\mathbf{B}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\mathbf{Peu}^{0\mathrm{T}}(t)-\boldsymbol{\Lambda}_B\mathbf{K}_B(t), \qquad (9)$$
$$q=\overline{0,p_r},\ r=\overline{1,n}.$$

Отметим, что алгоритмы (9) нереализуемы, поскольку входящая в них матрица $\mathbf{B}(\mathbf{x},t)$ неизвестна. Однако показано, что при некоторых дополнительных условиях, рассмотренных в [5], [6], алгоритмы (9) не теряют работоспособности при замене матрицы $\mathbf{B}(\mathbf{x},t)$ на матрицу эталонной модели $\mathbf{B}_M$. Если в алгоритмах (6) произвести обратную замену $\mathbf{B}_M$ на $\mathbf{B}(\mathbf{x},t)$, то это приведет к полной идентичности алгоритмов (6) и (9), что и требовалось показать.

Непосредственной проверкой легко установить, что в проведенной процедуре соблюдены все условия применения метода скоростного градиента, за исключением так называемого условия достижимости, сформулированного в работе [3]. Сформулируем новое условие типа *условия достижимости*, которому алгоритмы (6) будут удовлетворять. С этой целью рассмотрим уравнение (1) в отклонениях траекторий объекта относительно эталонной модели (3):

$$\dot{\mathbf{e}}=\mathbf{A}_M\mathbf{e}+\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{x},t,\mathbf{u}^0\right)+\mathbf{B}(\mathbf{x},t)\mathbf{u}_a(t), \qquad (10)$$

где

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x},t)=\left[\mathbf{A}(\mathbf{x},t)-\mathbf{A}_M\right]\mathbf{x}+\left[\mathbf{B}(\mathbf{x},t)-\mathbf{B}_M\right]\mathbf{u}^0(t). \qquad (11)$$

Правая часть выражения (10) может быть преобразована с помощью псевдообратной матричной функции $\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x},t)$ к виду

$$\dot{\mathbf{e}}=\mathbf{A}_M\mathbf{e}+\mathbf{B}(\mathbf{x},t)\left[\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x},t)\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x},t,\mathbf{u})+\mathbf{u}_a(t)\right].$$

Последнее преобразование возможно, если и только если при любых значениях аргументов справедливо выражение

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t)\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}^{0}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}^{0}),$$

которое с учетом структуры $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}^{0})$, определяемой выражением (11), эквивалентно условиям согласованности [5], [6] вида

$$(\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{I}_n)(\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{A}_M) = 0,$$

$$(\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{I}_n)\mathbf{B}_M = 0.$$

Задаваясь целью обобщения изложенного метода мажорирующих функций, отметим следующие обстоятельства [7]. Прежде всего, очевидно, что если в разложении (2) матрицы $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ имеются функции положительной степени роста, то постоянная матрица $\mathbf{A}_M$ может быть разложена (возможно, не единственным образом) по тем же функциям роста $f_{qr}^{\theta}(x_r)$, что и матрица $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, а именно

$$\mathbf{A}_M = \sum_{q=0}^{p}\left[\sum_{r=1}^{n}\mathbf{A}_{qr}^{M}(\mathbf{x}, t)\, f_{qr}^{\theta}(x_r)\right],$$

где матрицы $\mathbf{A}_{qr}^{M}(\mathbf{x}, t)$ ограничены по норме, по крайней мере вне некоторой области, содержащей начало координат. Отсюда ясно, что

$$\mathbf{A}(\mathbf{x},t) - \mathbf{A}_M = \sum_{q=0}^{p_r}\left[\sum_{r=1}^{n}(\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{A}_{qr}^{M}(\mathbf{x}, t))\, f_{qr}^{\theta}(x_r)\right]. \tag{12}$$

Далее из условий мажорирования (7) вытекает существование скалярных функций $\alpha_{qr}(x_r)$, таких, что

$$f_{qr}^{\theta}(x_r) = f_{qr}(x_r)\alpha_{qr}(x_r), \tag{13}$$

где $f_{qr}(x_r)$ – мажорирующие функции, используемые в алгоритмах (5), (6), причем

$$\left|\alpha_{qr}(x_r)\right| \le \alpha_{qr}, \ \left|x_r\right| \ge \eta_0\Big|,$$

где α_{qr}, η_0 – некоторые положительные константы. Подставляя (13) в (12), мы можем записать разложение матричной функции $\tilde{\mathbf{A}}(x, t) = \mathbf{A}(x, t) - \mathbf{A}M$ по мажорирующим функциям $f_{qr}(x_r)$ следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}, t) &= \sum_{q=0}^{p_r}\Bigg[\sum_{r=1}^{n}\Big(\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x}, t) - \\ &-\mathbf{A}_{qr}^{M}(\mathbf{x}, t)\Big)\alpha_{qr}(x_r)\, f_{qr}(x_r)\Bigg] = \\ &= \sum_{q=0}^{p_r}\left[\sum_{r=1}^{n}\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\mathbf{x}, t)\, f_{qr}(x_r)\right],\end{aligned} \tag{14}$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{A}_{qr}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{A}_{qr}^{M}(\mathbf{x}, t))\alpha_{qr}(x_r).$$

Все функциональные матрицы $\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\boldsymbol{x}, t)$ $\left(q = \overline{0, p_r},\ r = \overline{1, n}.\right)$ ограничены по норме, по крайней мере вне некоторой области в пространстве R^n координат вектора состояния $\mathbf{x}$. Это следует из соответствующей ограниченности всех составляющих, входящих в выражение (14).

Подставляя выражение для закона основного контура (5) в уравнение в отклонениях (10) и используя последнее разложение матрицы $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}, t)$, после группировки соответствующих членов, получаем:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_M\mathbf{e} + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\Bigg(&\sum_{q=0}^{p_r}\sum_{r=1}^{n}\Big[\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t)\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\mathbf{x}, t) + \\ &+\mathbf{K}_{qr}^{A}(t)\, f_{qr}(x_r)\Big]\mathbf{x} + \\ &+ [\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t)(\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{B}_M) + \mathbf{K}_B(t)]\mathbf{u}^{0}.\end{aligned} \tag{15}$$

Из полученного выражения следует, что существуют «идеальные» значения матриц настраиваемых параметров, правда, не постоянные, а являющиеся функциями переменных состояния и времени:

$$\mathbf{K}_{qr}^{A*}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t)\tilde{\mathbf{A}}_{qr}(\mathbf{x}, t), \tag{16}$$

$$\mathbf{K}_{B}^{*}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{B}^{+}(\mathbf{x}, t)(\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{B}_M). \tag{17}$$

При достижении равенства матриц настраиваемых параметров $\mathbf{K}_{qr}^{A}(t)$, $\mathbf{K}_B(t)$ соответствующим «идеальным» значениям (16), (17), все члены в правой части уравнения (15), за исключением первого, взаимно компенсируются, и уравнение ошибки (15) адаптивной системы (1), (3), (5), (6) примет вид

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_M\mathbf{e},$$

а его тривиальное (нулевое) решение в силу гурвицевости матрицы $\mathbf{A}_M$ является асимптотически устойчивым. Из ограниченности членов в правых частях (16), (17) следует, что для алгоритмов (5), (6) выполняется условие, которое назовем *расширенным условием достижимости*.

Расширенное условие достижимости. Существует вектор-функция $\boldsymbol{\theta}^*$: $R^n \times R^+ \to r^k$, $k = m \times n + m^2$, принимающая ограниченные по норме значения, по крайней мере вне некоторой области, и такая, что для некоторой непрерывной скалярной функции ρ:$R \to R$, такой, что $\rho(0) = 0$ и $\lim\limits_{Q\to\infty} \rho(Q) = \infty$, и некоторой константы β выполняется неравенство

$$\boldsymbol{\omega}\left(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}^*(\mathbf{x}, t), t\right) \le -\rho(Q) + \beta, \quad \beta > 0\,(\text{const}). \quad (18)$$

Таким образом, установлено, что алгоритмы адаптивного управления (5), (6), построенные с помощью метода мажорирующих функций, могут быть получены с помощью процедуры, характеризующей метод скоростного градиента. Действительно, известные достаточные условия достижения алгоритмами скоростного градиента цели управления (4) с заменой в нем неравенства с числом $D > 0$ для верхнего предела на равенство нулю, а именно: *условие гладкости* адаптивной системы (1), (3), (5), (6), *условие бесконечного роста* для целевого функционала (8) и *условие выпуклости* функции $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$ выполняются.

Остается рассмотреть *условие достижимости* цели адаптивного управления, заключающееся в существовании такого постоянного вектора $\boldsymbol{\theta}^*$, чтобы выполнялось неравенство (18) при условии $\beta = 0$, т. е. имела бы место асимптотическая устойчивость тривиального решения дифференциальной системы (15).

Однако установленный факт наличия «идеальных» значений настраиваемых параметров, не постоянных, а являющихся функциями переменных состояния и времени, существующих и ограниченных, по крайней мере вне некоторой окрестности, содержащей начало координат, позволило сформулировать *расширенное условие достижимости*, допускающее неравенство (18) при $\beta = \text{const}\ (>0)$, т. е. перейти от требования асимптотической устойчивости тривиального решения $\mathbf{e} = 0$ дифференциальной системы (15) к диссипативности адаптивной системы (1), (3), (5), (6).

Подытоживая, сформулируем основной результат в виде следующего доказанного утверждения:

Утверждение: для обобщенного настраиваемого объекта (1), (3), (5) с мажорирующими функциями, удовлетворяющими условию (7), алгоритмы настройки вида (6) при условии выбора целевого функционала в виде (8) могут быть получены путем применения процедуры метода скоростного градиента с огрублением в виде отрицательной обратной связи по настраиваемым параметрам. При этом целевой функционал (8) удовлетворяет *условию бесконечного роста*, а уравнения (1), (3), (5), (6) удовлетворяют *условиям гладкости, выпуклости и расширенному условию достижимости*.

Замечание. Доказанное утверждение дает основание обобщить метод мажорирующих функций, позволяя адаптивные системы с алгоритмами настройки параметров, полученными с помощью процедуры метода скоростного градиента и удовлетворяющими *расширенному условию достижимости*, называть адаптивными системами с мажорирующими функциями, и поскольку из *условия достижимости* (при $\boldsymbol{\theta}^* = \text{const}$) метода скоростного градиента следует выполнение *расширенного условия достижимости*, то определенный выше класс адаптивных систем с мажорирующими функциями включает в себя класс систем, полученных методом скоростного градиента.

Результаты работы получены в рамках выполнения проекта по Федеральной целевой программе «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Khosla P., Kanade N. Parameter identification of robot dynamics // IEEE conf. Decision and Control. 1985. № 1.

2. Slotine J. J. E., Li W. On the adaptive control of robot manipulatios // Int. J. Of Robotics Rresearch. 1987. № 3.

3. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.

4. Fradkov A. L., Andrievsky B. R., Boykov K. B. Nonliner excitability analysis with application to two-pendulum system // Proc. 21st IASTED Conf. “Modeling, Identification sand Control” (MIC 2002). Innsbruck, 18–21 Feb. 2002. IASTED, ACTA Press. P. 374–379.

5. Путов В. В. Методы построения адаптивных систем управления нелинейными нестационарными

динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью: Дис. ... д-ра техн. наук / СПбГЭТУ "ЛЭТИ". СПб., 1993. 590 с.

6. Путов В. В., Шелудько В. Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. СПб.: Элмор, 2007. 244 с.

7. Полушин И. Г. Построение алгоритмов адаптивного управления нелинейным многостепенным механическим объектом: Дис. ... канд. техн. наук / СПбГЭТУ "ЛЭТИ". СПб., 1995. 230 с.

V. V. Putov, I. G. Polushin, V. V. Lebedev, A. V. Putov

A GENERALIZATION OF THE MAJORIZE FUNCTIONS IN ADAPTIVE CONTROL OF NONLINEAR DYNAMIC OBJECTS

The problems of communication and synthesis of speed-gradient method and the method of majorizing functions in building adaptive control of nonlinear dynamic objects with functional and parametric uncertainty based on non-linear parameterization of uncertain nonlinear right-hand sides describing the objects of differential equations.

Nonlinear dynamic objects with functional and parametric uncertainty, adaptive systems with majorizing functions, speed-gradient method, advanced condition reachability, the extended generalization of the reachability condition majorize functions