

УДК 681.514

И. А. Приходько, М. Н. Шувалов

О ПОВЫШЕНИИ ГРУБОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается методика повышения грубости электромеханической системы с упругостью при построении модального регулятора на основе аналитического определения коэффициентов обратных связей. Определяются области отсутствия положительных обратных связей.

Электромеханическая система с упругостью, грубость, модальный регулятор

При рассмотрении электромеханических систем связь между двигателем и исполнительным механизмом часто считают жесткой. Это упрощение оправдывается, если собственная частота упругих колебаний значительно выше частоты, определяющей быстрое действие системы [1]. Однако в настоящее время повышаются требования к техническим характеристикам электроприводов (время переходного процесса, вид переходного процесса, грубость системы в условиях вариации параметров и другие), что приводит к увеличению влияния упругих связей на поведение системы.

Рассмотрим электромеханическую систему, состоящую из двигателя постоянного тока, который связан с исполнительным механизмом с помощью упругой передачи. Система дифференциальных уравнений, описывающих систему, выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{\text{я}} = i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + k_e \omega_1; \\ k_m i_{\text{я}} - M_{\text{y}} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ c(\omega_1 - \omega_2) = \frac{dM_{\text{y}}}{dt}; \\ \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J_2} (M_{\text{y}} + b(\omega_1 - \omega_2)); \\ M_{\text{y}} - M_{\text{с}} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}. \end{array} \right.$$

Здесь $R_{я}$ – сопротивление якорной цепи; $U_{я}$ – напряжение на якоре двигателя; $i_{я}$ – ток якоря; $L_{я}$ – индуктивность якорной цепи; k_e, k_m – электромагнитная и электромеханическая постоянные двигателя; ω_1, ω_2 – скорости вала двигателя и исполнительного механизма; M_c, M_y – моменты нагрузки и упругой передачи; c – коэффициент упругости, представляющий собой коэффициент пропорциональности между упругим моментом M_y и углом скручивания; b – коэффициент внутреннего трения в упругой передаче; J_2 – момент инерции исполнительного механизма.

После проведения нормировки параметров и стандартной настройки подчиненных контуров получим детализированную структурную схему (рис. 1): где T_d – постоянная времени якорной цепи двигателя; T_{m1}, T_{m2} – механические постоянные времени первой и второй масс; T_c – постоянная времени жесткости упругого звена; K_c – коэффициент внутреннего трения упругого звена; K_v – коэффициент усиления пропорционального регулятора контура скорости; u – управляющее воздействие.

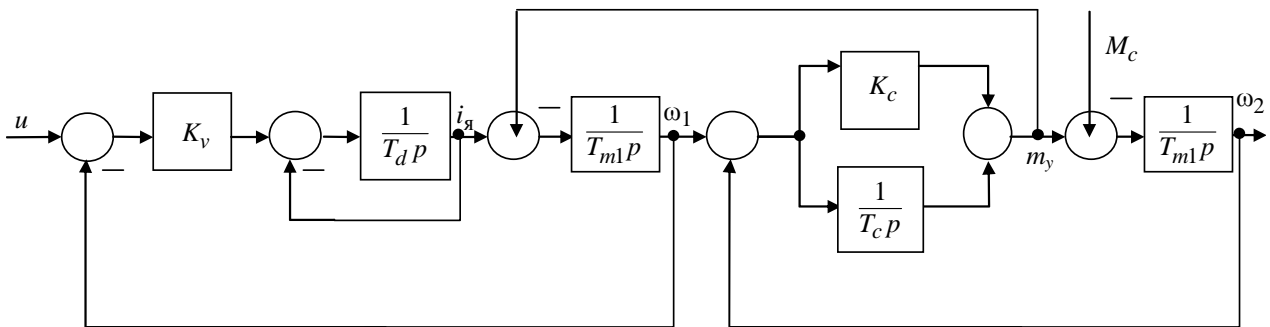


Рис. 1

Рассматриваемая упругая электромеханическая система (ЭМС) имеет согласно-параллельное соединение, поэтому передаточная функция системы включает нули, что является признаком возникновения положительных обратных связей при синтезе регулятора [2].

Исходная линейная стационарная система задается в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu; \\ y = Cx, \end{cases}$$

$$\text{где } x = \begin{bmatrix} i_{я} \\ \omega_1 \\ m_y \\ \omega_2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_d} & \frac{-K_v}{T_d} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{m1}} & \frac{-K_c}{T_{m1}} & \frac{-1}{T_{m1}} & \frac{K_c}{T_{m1}} \\ 0 & \frac{1}{T_c} & 0 & \frac{-1}{T_c} \\ 0 & \frac{K_c}{T_{m2}} & \frac{1}{T_{m2}} & \frac{-K_c}{T_{m2}} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{K_v}{T_d} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = [0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

В качестве желаемого переходного процесса выберем монотонный переходный процесс, соответствующий биномиальному полиному:

$$D(p) = p^4 + f_1\Omega p^3 + f_2\Omega^2 p^2 + f_3\Omega^3 p + \Omega^4 = p^4 + 4\Omega p^3 + 6\Omega^2 p^2 + 4\Omega^3 p + \Omega^4,$$

где Ω – среднегеометрический корень; f_i – коэффициенты, определяющие вид полинома.

Характеристический полином новой системы:

$$\det \tilde{\mathbf{A}} = \det(\mathbf{A} - \mathbf{BK}),$$

где $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$ – матрица коэффициентов усиления обратных связей.

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях биномиального полинома и полинома новой системы, получим систему алгебраических уравнений четвертого порядка, решение которой позволяет аналитически определить значения коэффициентов обратной связи:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{T_{m1} - \frac{K_c T_d T_{m1}}{T_{m2}} - K_c T_d + 4T_d T_{m1} \Omega}{K_v T_{m1}}, \\ k_2 &= \left(-\frac{T_{m1}^2 \left(\frac{4K_c \Omega}{T_{m2}} - \frac{K_c^2}{T_{m2}^2} - 6\Omega^2 + \frac{1}{T_c T_{m2}} \right) + T_{m1} \left(4\Omega K_c - \frac{2K_c^2}{T_{m2}} + \frac{1}{T_c} \right) - K_c^2}{K_v T_{m1}} \right) T_d - 1, \\ k_3 &= \left(\frac{\frac{T_{m1}^2}{T_{m2}^2} + \frac{4T_c T_{m1}^2 \Omega^3}{K_c} - \frac{T_{m1}}{T_{m2}} \left(\frac{4T_{m1} \Omega}{K_c} - 2 \right) - T_c^2 T_{m1}^2 \Omega^4 - \frac{4T_{m1} \Omega}{K_c} + 1}{K_v T_{m1}} \right) K_c T_d, \\ k_4 &= \left(\frac{T_{m1}^2 \left(\frac{4K_c \Omega}{T_{m2}} - \frac{K_c^2}{T_{m2}^2} + T_c T_{m2} \Omega^4 - 6\Omega^2 + \frac{1}{T_c T_{m2}} \right) + T_{m1} \left(4\Omega K_c - \frac{2K_c^2}{T_{m2}} + \frac{1}{T_c} \right) - K_c^2}{K_v T_{m1}} \right) T_d. \end{aligned} \quad (1)$$

Зная аналитические зависимости коэффициентов обратных связей от среднегеометрического корня и от параметров системы, легко можно определить границы изменения тех или иных параметров, при которых в системе не будут образовываться положительные обратные связи, а следовательно, система будет грубой.

В качестве примера исследуем ЭМС с исходными параметрами: $K_v = 150$, $T_d = 0.035$ с, $T_{m1} = 0.649$ с, $T_c = 0.0051$ с, $K_c = 0.2$, $T_{m2} = 0.05$ с.

Для нахождения значений Ω , при которых система остается грубой, достаточно решить алгебраическую систему неравенств:

$$\begin{cases} k_1(\Omega) \geq 0, \\ k_2(\Omega) \geq 0, \\ k_3(\Omega) \geq 0, \\ k_4(\Omega) \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где выражения для коэффициентов взяты из (1).

Графическая иллюстрация решения приведена на рис. 2.

Из решения следует вывод, что при среднегеометрическом корне более 150 положительные обратные связи не образуются. Таким образом, при заданном Ω просто определяются коэффициенты обратных связей. Переходный процесс ЭМС с упругостью и модальным регулятором при выбранном $\Omega = 150$ изображен на рис. 3.

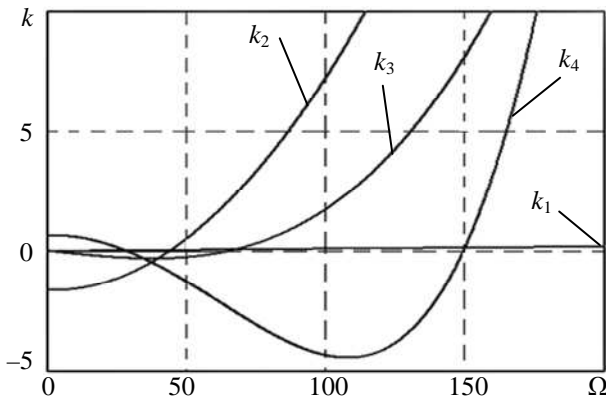


Рис. 2

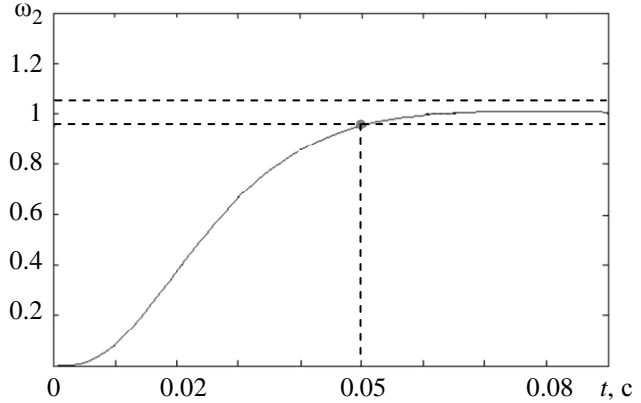


Рис. 3

Решим следующую задачу: пусть выбрано значение среднегеометрического корня $\Omega = 150$. Требуется определить допустимость изменения значений параметров исполнительного механизма, чтобы в регуляторе не образовывались положительные обратные связи.

Для этого решим систему (2) относительно интересующего нас параметра при фиксированных остальных. Графическое решение системы (2) относительно постоянной времени исполнительного механизма показано на рис. 4.

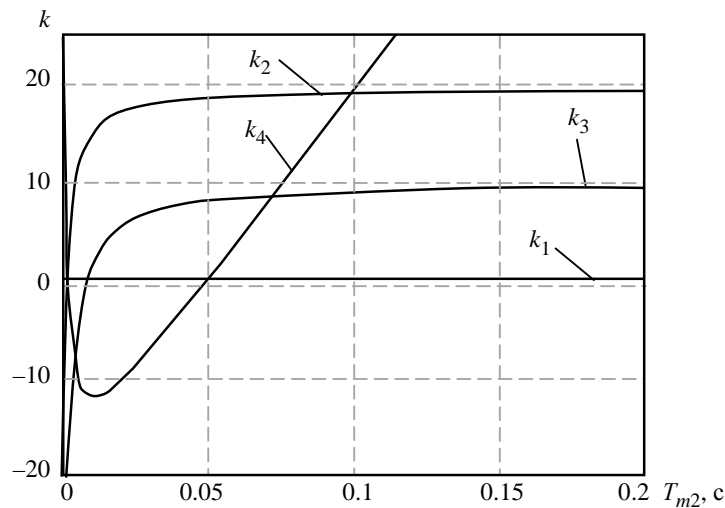


Рис. 4

Подобные вычисления можно проделать для каждого параметра. В таблице приведены значения параметров объекта управления для разных среднегеометрических корней, которые должны быть выбраны для обеспечения грубости системы.

Ω	50	100	150	200
T_{m2}, c	≥ 0.443	≥ 0.112	≥ 0.05	≥ 0.029
T_c, c	0.044...0.39	0.0115...0.2	0.005...0.13	0.003...0.01
K_c	–	4.72...5.5	0.15...4.38	0...3.5

Таким образом, рассмотрен частный случай настройки модального регулятора для ЭМС при поочередных вариациях параметров объекта управления. Получены аналитические выражения для коэффициентов обратных связей, на основе которых с помощью математических пакетов можно определить области отсутствия положительных обратных связей, а следовательно, и области грубости системы при различных параметрах и требованиях к быстродействию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб.: Энергоатомиздат, 1992. 288 с.
2. Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Робастное модальное управление динамическими системами // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика, 2002. № 5. С 41–55.

I. A. Prihodko, M. N. Shuvalov

ON INCREASING OF ELECTROMECHANICAL SYSTEM ROBUSTNESS

In the article increasing of electromechanical system robustness with elasticity is proposed in construction of modal controller based on analytical determination of feedback factor. The areas of the absence of the positive feedback are identified.

Electromechanical system with elasticity, robustness, modal controller