



УДК 681.51

А. Г. Шпекторов, Ха Мань Тханг

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛ И МОМЕНТОВ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

*Рассматривается новый класс спектров волнения, учитывающий особенности волнообразования. Приведен сравнительный анализ стандартного и нового спектров при расчете сил и моментов волнения, действующих на морской подвижный объект. Предложен метод моделирования волнения для задач управления движением морских подвижных объектов.*

### Спектр волнения, спектральный анализ, гидродинамика

Основным средством оценки сил и моментов морского волнения является стохастическое моделирование. Процедура расчета имеет следующий вид: вычисление спектра морского волнения; приведение спектра к корпусу судна с учетом его параметров и характера движения; восстановление проекций ординат волнового склона, которым пропорциональны искомые силы и моменты.

Вычисление спектра морского волнения, адекватного реальному физическому процессу, представляется довольно сложной задачей. В отечественной практике рекомендуют использовать экспоненциальный спектр Пирсона–Мошковица. Данный спектр рассчитывается исходя из данных измерения высоты волны либо из оценки интенсивности волнения по 9-балльной шкале [1]. Спектр имеет форму горба и ярко выраженный максимум на частоте, называемой основной частотой морского волнения.

Форма спектра Пирсона–Мошковица представлена в виде

$$S_r \sigma = 7.06\pi \frac{D_r}{\bar{\sigma}} \left( \frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^5 \exp \left( -1.25 \left( \frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^4 \right), \quad (1)$$

где  $\bar{\sigma} = 2\pi/\bar{T}$  – средняя частота волнения;  $\bar{T} \approx 3.1\sqrt{h_{3\%}}$  – средний период волнения;  $\sigma_m = 0.71\bar{\sigma}$  – частота максимума спектра;  $D_r$  – дисперсия высоты волны [1].

За рубежом наряду со спектром Пирсона–Мошковица использовалась его модификация – спектр JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) [2]. Отличие спектра JONSWAP состоит в наличии дополнительного множителя (фактора), уточняющего форму горба.

Спектры Пирсона–Мошковица и JONSWAP хорошо себя зарекомендовали для описания развитого ветрового волнения. Однако реальный процесс волнообразования включает помимо ветрового волнения волны зыби – длинные волны, вышедшие из зоны действия ветра. Для учета волновой зыби следует применять другие расчетные спектры.

В данной статье рассматривается спектр смешанного волнения, предложенный Торсетхаугеном (Норвегия), а также особенности его обработки для расчетов сил и моментов.

**Двугорбый спектр морского волнения.** Волны низкой частоты могут распространяться быстрее, чем формируется область ветрового волнения, и выходить за ее пределы. Наложение зыби на ветровую составляющую создает два «горба» в форме спектра волнения [3]. При наличии нескольких компонент разнонаправленной зыби форма спектра может быть еще более сложной, иметь много «горбов». Для различных акваторий спектры соответствуют различным частотам «горбов» и направлениям распространения.

Первые двугорбые спектры волнения строились путем перемножения двух экспоненциальных спектров, а их параметры уточнялись по результатам измерений. После статистической обработки Торсетхауген предложил сравнительно компактную структуру расчетного спектра смешанного волнения.

Расчет спектра основан на измерении высоты волны и периода преобладающей волны. В настоящее время существуют системы мониторинга морского волнения, способные восстановить эти параметры по измерениям водной поверхности судовой радиолокационной станции, например система WAVEX фирмы Mirog (Норвегия).

Эксперименты подтвердили, что при смешанном волнении частота ветровой составляющей фактически определяется высотой волны и мало зависит от зоны распространения ветра [4], [5]:

$$T_{pf} = a_f H_s^{1/3}, \quad (2)$$

где  $a_f$  – коэффициент, выражающий зависимость периода от зоны распространения волнения ( $a_f = 5.3 \dots 6.6$ );  $H_s = H_{1/3} = h_{2.5\%} = 0.756 h_{3\%}$  – значительная высота волны.

Это позволяет выделить два класса смешанного волнения:

1. Ветродоминирующее волнение (период преобладающих волн меньше расчетного периода развитого ветрового волнения). Для этого состояния измеренная высота волны оказывается более высокой в сравнении с расчетной по периоду преобладающих волн. Из этого следует, что волнение содержит дополнительную энергию, которую следует учитывать.

2. Волнение с доминированием зыби (период преобладающих волн больше расчетного периода развитого ветрового волнения). Такой режим возникает в двух случаях: при слабо развитом или при затухающем ветровом волнении.

Общая структура расчетного спектра имеет вид

$$S \sigma_n = \sum_{j=1}^2 E_j S_{jn} \sigma_{jn} , \quad (3)$$

где  $E_j = 1/16 H_j^2 T_{pj}^{-2}$  – амплитуда  $j$ -го «горба»;  $S_j \sigma = 3.26 \sigma T_{pj}^{-4} e^{-\sigma T_{pj}^{-4}} \gamma_j \sigma$  – функция, описывающая форму «горба» в виде спектра JONSWAP;  $H_{sj}, T_{pj}$  – соответственно расчетные значительная высота волны и период, соответствующие части спектра  $j$ -го «горба»;  $\gamma_j \sigma$  – фактор, уточняющий форму  $j$ -го «горба»,  $j = 1, 2$ .

Для каждого из двух классов амплитуда и форма определяются через специальные расчетные параметры. Эти параметры являются типовыми для различных районов и условий волнения, при отсутствии этих данных рекомендованы значения, приведенные в табл. 1.

Формулы для расчета  $H_j, T_{pj}, \tilde{\gamma}_j$  приведены в табл. 2.

Таблица 1

$a_f$	$a_e$	$a_u$	$a_{10}$	$a_1$	$k_g$	$b_1$	$a_{20}$	$a_2$	$a_3$
6.6	2.0	25	0.7	0.5	35	2	0.6	0.3	6

Таблица 2

$j$	Ветродоминирующее волнение	Волнение с доминированием зыби
1	$\varepsilon_l = T_{pf} - T_p / T_{pf} - T_l ; T_l = a_e H_s^{1/2} ;$ $H_1 = R_w H_s ; R_w = 1 - a_{10} e^{-\varepsilon_l / a_1^2} + a_{10} ;$ $T_{p1} = T_p ; \gamma = k_g s_p ;$ $s_p = 2\pi / g H_1 / T_{p1}^2$	$\varepsilon_u = T_p - T_{pf} / T_u - T_{pf} ; T_u = a_u ;$ $H_1 = R_s H_s ; R_s = 1 - a_{10} e^{-\varepsilon_u / a_1^2} + a_{20} ;$ $T_{p1} = T_p ; \gamma = \gamma_f 1 + a_3 \varepsilon_u ;$ $\gamma_f = k_g s_f^{6/7} ; s_p = 2\pi / g H_s / T_{pf}^2$
2	$H_2 = 1 - R_w^2 H_s ; R_w = 1 - a_{10} e^{-\varepsilon_l / a_1^2} + a_{10} ;$ $T_{p2} = T_{pf} + b_1 ; \gamma = 1$	$H_2 = 1 - R_s^2 H_s ; R_s = 1 - a_{10} e^{-\varepsilon_u / a_1^2} + a_{20} ;$ $P_{p2} = a_f H_2^{1/3} ; \gamma = 1$

Фактор  $\gamma_j \sigma$  определяется по формуле

$$\gamma_j \sigma = \tilde{\gamma}_j A_{\gamma j} e^{-1/2 \bar{\sigma}^2 \sigma T_{pj}^{-1}{}^2} , \quad (4)$$

где  $A_{\gamma j} = 1 + 1.1 \ln \tilde{\gamma}_j^{1.19} / \tilde{\gamma}_j ; \bar{\sigma} = 0.07$  при  $\sigma < 1/T_{pj} ; \bar{\sigma} = 0.09$  при  $\sigma > 1/T_{pj} .$

На рис. 1 приведены результаты моделирования спектров: 1 – спектр Пирсона–Мошковица (1) при  $H_s = 1.5$  м; 2 – спектр Торсетхаугена (2)–(4) при  $H_s = 1.5, T = 6$  с; 3 – тот же спектр при  $H_s = 1.5, T = 15$  с.

Результаты показывают, что в случае ветродоминирующего волнения спектр по форме близок стандартному, однако присутствует область, которую стандартный спектр не учитывает. В случае волнения с доминированием зыби формы спектров существенно различаются. Это означает, что стандартный спектр не может учитывать энергию волнения, сосредоточенную в волнах зыби, и описание спектром вида (1) может оказаться неполным.

Приведение расчетных спектров морского волнения к корпусу судна включает согласование частот и амплитуд. При движении судна волнение воспринимается не с истинной частотой  $\sigma$ , а с кажущейся частотой  $\omega = |1 + v \cos \xi / g| \sigma$ , где  $v$  – скорость хода судна;  $\xi$  – угол встречи с волной. Соответственно, расчетные спектры  $S \sigma$  легко могут быть пересчитаны для кажущейся частоты  $S \omega$ .

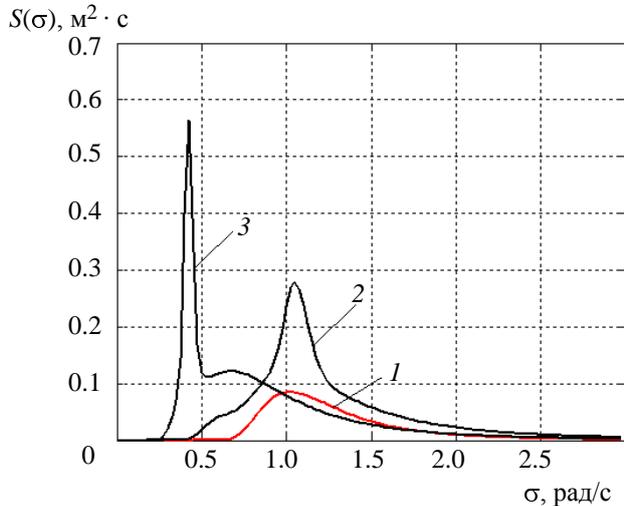


Рис. 1

пересчитаны для кажущейся частоты  $S \omega$ .

Согласование амплитуд осуществляется через редуцированные коэффициенты, учитывающие соотношение длины волны с размерами судна. Значения редуцированных коэффициентов можно найти в специальных справочниках [6]. Таким образом, спектральная характеристика приведенной к судну продольной составляющей угла волнового склона имеет вид

$$S_{\Psi \gamma} \omega = k_{\Psi}^2 \omega k_T^2 \omega \cos^2 \xi \frac{\omega^4}{g^2} S \omega ,$$

где  $k_{\Psi}, k_T$  – редуцированные коэффициенты по килевой качке и осадке соответственно.

**Вычисление сил и моментов морского волнения.** При определении сил и моментов морского волнения, действующих на судно в вертикальной плоскости, можно считать их прямо пропорциональными продольной составляющей приведенного угла волнового склона  $\Psi_{\gamma} t$

$$M_z = m_z \Psi_{\gamma} t ; F_y = f_y \Psi_{\gamma} t ,$$

где  $m_z, f_y$  – коэффициенты математической модели судна.

Для расчета сил и моментов необходимо восстановить по спектру (4) сигнал  $\Psi_{\gamma} t$ . Аналитический способ предполагает построение передаточной функции формирующего фильтра [1], на выходе которого искомый сигнал рассчитывается в виде цветного шума. Такой подход удобен, если спектр можно представить в виде дробно-рациональной функции частоты. Однако двугорбые спектры получены численным способом, и из-за сложности формы аппроксимация их полиномами сопровождается большими ошибками. Поэтому целесообразно применять численный метод восстановления сигнала, при котором сигнал формируется в виде суммы гармоник, параметры которых определяются спектром [7], [8]:

$$\Psi_{\gamma} t = \sum_{i=1}^n \sqrt{2\omega_i S \omega_i} \cos \omega_i t + \upsilon_i ,$$

где  $\upsilon_i$  – случайное значение угла фазы, равномерно распределенное в диапазоне  $0, 2\pi$ . Диапазон  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  представляет собой область основных частот спектра морского волнения, число гармоник  $n$  можно выбирать из условий обеспечения требуемой точности.

Масса ( $m$ ), кг	Момент инерции ( $J$ ), кг · м <sup>2</sup>	Длина ( $L$ ), м	Ширина ( $B$ ), м
302 000	40 · 10 <sup>6</sup>	47	16.8
Интенсивность волнения, баллы	Угол встречи ( $\xi$ ), ...°	Скорость судна ( $v$ ), м/с	Высота волны ( $H_s$ ), м
4	15	10	1.5

Исходные данные для расчета приведены в табл. 3 [9].

Результаты расчетов сил и моментов волнения в вертикальной плоскости приведены на рис. 2 (1 – для спектра Пирсона–Мошковица; 2 – для спектра Торсетхаугена).

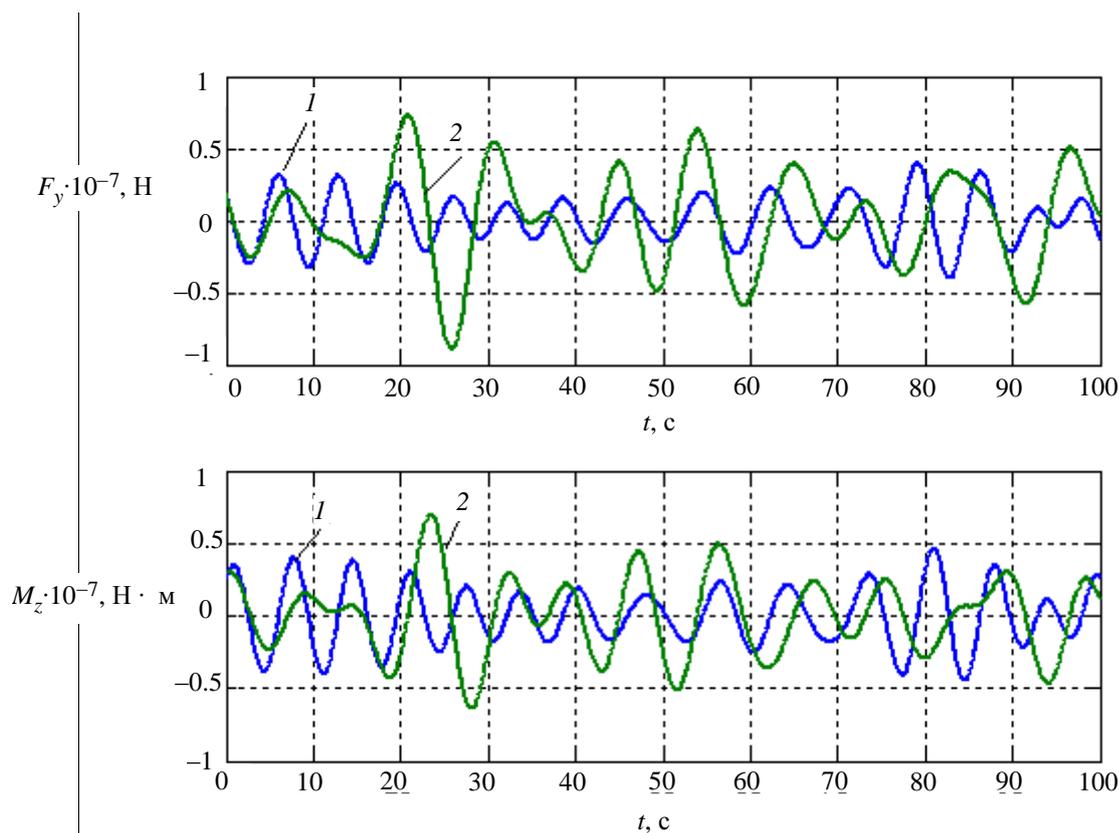


Рис. 2

Результаты моделирования показывают, что амплитуды сил и моментов волнения, рассчитанные с использованием двугорбовых спектров, превышают значения, рассчитанные по стандартному спектру (1). Как видно из рисунка, отдельные пики, обусловленные влиянием зыби, могут создавать вдвое большие силы и моменты в сравнении с силами и моментами ветровых волн.

В заключение можно сказать следующее. Результаты моделирования демонстрируют недостаточность применения стандартных спектров развитого морского волнения при более сложном процессе волнообразования. Рассмотрен новый класс спектров смешанного морского волнения, приведен алгоритм его расчета и особенности обработки для моделирования сил и моментов морского волнения.

Следует отметить, что смешанное волнение рассматривается при допущении отсутствия взаимовлияния ветрового волнения и волн зыби, что не всегда соответствует действительности: при определенных условиях может возникать эффект поглощения одного

типа волн другим. В дальнейшем предполагается исследовать эти условия и получить новые расчетные формулы спектров смешанного волнения, учитывающие взаимное влияние при волнообразовании.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукомский Ю. А., Корчанов В. М. Управление морскими подвижными объектами СПб.: Элмор, 1996.
2. Hasselmann K. Measurements of Wind Wave Growth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) / Deutsches Hydrographische Institut. Reihe A 12.1973.
3. Torsethaugen K. Model for a doubly peaked wave spectra. Sintef report № STF22 A96204 prepared for Norsk Hydro. Stavanger, Norway, 1996.
4. Torsethaugen K., Haver S. Simplified double peak spectral model for ocean waves. Paper № 2004-JSC-193 Stavanger, Norway, 2004.
5. Fossen, T. I. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Trondheim, Norway: John Wiley & Sons Ltd. Hardcover, 2011.
6. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля. Т. 3 / Под ред. Я. И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985.
7. Fossen T. I. Guidance and Control of Ocean Vehicles. Trondheim, Norway: John Wiley & Sons Ltd., 1994.
8. Tristan Peres. Ship Motion Control. Trondheim, Norway: Springer, 2005.
9. Лукомский Ю. А., Пешехонов В. Г., Скороходов Д. С. Навигация и управление движением судов. СПб.: Элмор, 2002.

*A. G. Shpektorov, Ha Manh Thang*

#### *SIMULATION OF DYNAMIC WAVE FORCES AND INSTANTS*

*A new class of spectrum waves, taking into accounts the peculiarities of the wave formation is considered. The comparative analysis of a conventional and a new spectrum in the calculation forces and moments of wave acting on marine moving object (MMO) is given. The method of modeling waves in the problem of traffic MMO is proposed.*

**Wave spectrum, spectrum analysis, fluid dynamics**