УДК 53.08; 004.94

В. В. Алексеев, И. В. Калякин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Оценка достоверности обнаружения локального сигнала на фоне помех при помощи вейвлет-преобразования

Приводятся результаты машинного моделирования и анализа достоверности обнаружения локального сигнала вида затухающий синус с помощью вейвлет-преобразования Добеши при условии разного уровня помех. Показано, что для известного вида сигнала может быть определен оптимальный шаг дискретизации, при котором вероятность обнаружения локального сигнала на фоне аддитивной помехи стремится к единице.

Локальный сигнал, помеха, вейвлет-преобразование, уровень разложения, достоверность обнаружения, ложная тревога

Задача обнаружения локального сигнала (ЛС) представляет значительный интерес в практике применения информационно-измерительных систем. Обнаружение сигнала с помощью дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) основано на измерении максимального уровня детализирующих коэффициентов. Данный подход фиксирует изменение уровня сигнала за время наблюдения, сравнивает уровень полученной энергии с заданной пороговой величиной и на основании этого определяет наличие или отсутствие заданного сигнала. Это обеспечивает относительную простоту по сравнению с другими методами обнаружения, анализ которых рассматривается в ряде работ [1], [2]. При воздействии на измерительный канал (ИК) помехи результаты обнаружения могут быть недостоверными, вследствие чего может быть ошибочно принято решение о наличии локальных составляющих в исходной выборке при их фактическом отсутствии. Важной характеристикой приведенного в статье типа обнаружителя, при наличии априорной неопределенности, относительно вероятности появления локального сигнала, является постоянный уровень ложных тревог (ЛТ).

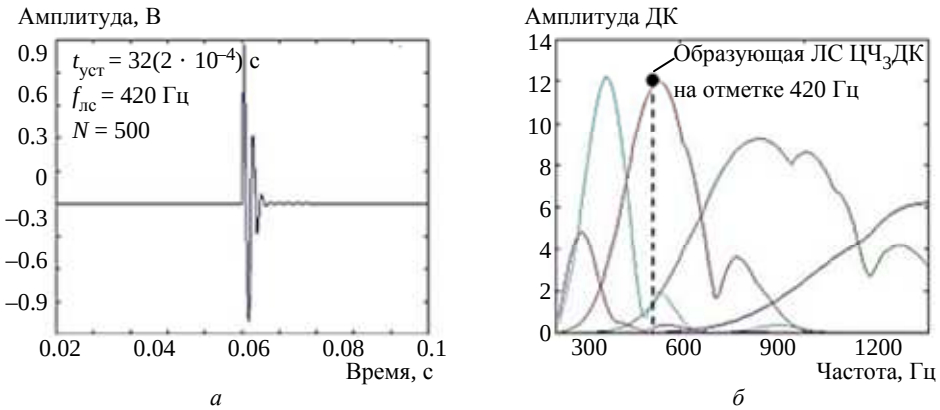
Условия эксперимента. Рассмотрим влияние на надежность обнаружения ЛС шума, воздействующего на ИК. Для этого определим характеристики анализируемого (моделируемого) сигнала – воздействия на ИК как ЛС вида затухающего синуса с единичной амплитудой и образующей частотой [3], равной 420 Гц:

$$x(\Delta t_{\text{ЛС}} i) = A\sin(2\pi f_{\text{ЛС}} i)\exp(-\tau\Delta t_{\text{ЛС}} i),$$

где $A = 1.0$ – амплитуда сигнала; $f_{\text{ЛС}} = 420$ Гц – значение образующей частоты. Обозначим $\Delta t_i = \Delta t_{\text{ЛС}} i$ дискретные отсчеты времени, где $\Delta t_{\text{ЛС}}$ – шаг дискретизации; i – номер отсчета в информативной области ЛС.

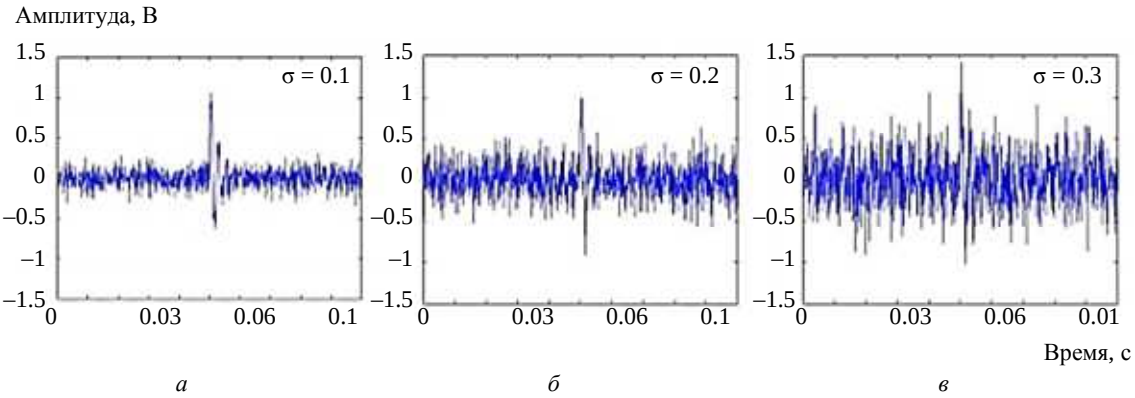
В соответствии с методикой [4] оптимальный шаг дискретизации равен $\Delta t_{\text{ЛС}} = 2 \cdot 10^{-4}$ с. Анализируемая выборка генерируется на интервале от 0 до 0.1 с (объем выборки $N = 500$ отсчетов). Вид моделируемого сигнала без воздействия помехи показан на рис. 1, *а*. Положение образующей частоты в спектре вейвлет-фильтров показано на рис. 1, *б*, что соответствует третьему уровню разложения детализирующих коэффициентов вейвлета Добеши с базисной функцией Д14.

С целью оценки достоверности обнаружения заданного сигнала на фоне аддитивной помехи с помощью вейвлета Добеши Д14 рассмотрим в качестве помехи нормально распределенный сигнал с характеристиками: $\mu = 0$, $\sigma = 0.1 / 0.2 / 0.3$, где μ – математическое ожидание; σ – среднеквадратическое отклонение (СКО) помехи. Вид аддитивной смеси локальный сигнал, помеха для соответствующих значений СКО помехи представлен на рис. 2, где показан сигнал с наложенным аддитивным гауссовым шумом.



а *б*

Рис. 1



а *б* *в*

Рис. 2

Соотношения сигнал/шум (С/Ш) определим как С/Ш = 10 lg10($P_{ЛС}/P_{Ш}$) дБ. Основная энергия ЛС сосредоточена в пяти полупериодах образующей функции. При выбранном шаге дискретизации $\Delta t_{ЛС} = 2 \cdot 10^{-4}$ общее время установления сигнала составляет $t_{уст}$ = 6.4 мс. Рассчитаем соотношение сигнал/шум на этом интервале: С/Ш = = 10 lg10($P_{ЛС}/P_{Ш}$) = 10 lg10(0.1704/0.0064) ≈ 14 дБ (при σ = 0.1), ≈7 дБ (при σ = 0.2), ≈3 дБ (при σ = = 0.3). Приведенные значения носят приближенный расчетный характер в силу того, что статистические характеристики генерируемого шума могут изменяться при повторном запуске генератора случайных чисел.

Статистическая гипотеза обнаружения сигнала. Под статистической гипотезой в работе понимаем предположение о наличии либо отсутствии в исследуемой выборке ЛС на заданном временном участке. Моделирование ЛС с произвольным уровнем шума позволяет определить достоверность работы вейвлет-фильтра, оценить вероятность ложных срабатываний.

Определим критерий, в соответствии с которым принимается или отвергается гипотеза. Для этого зададим подмножество S выборочного пространства $X[N]$, которое называется критической областью [5]. Принимаем гипотезы: Г1 – ЛС обнаружен в анализируемом пространстве – временном коридоре (правильная идентификации ЛС); Г0 – произошло обнаружение ЛС за пределами установленного временного коридора (ложная тревога – система обнаружения зафиксировала ЛС до либо после его фактического появления).

Ошибка первого рода (ложная тревога или ложное срабатывание) – отклонение гипотезы Г1, когда она верна, определяется вероятностью

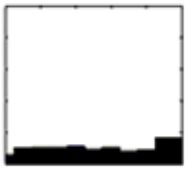
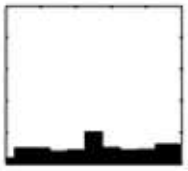
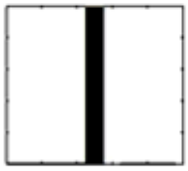
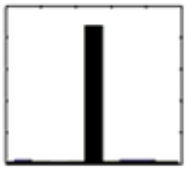
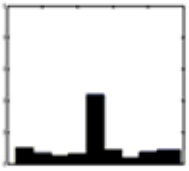
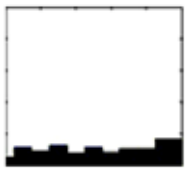
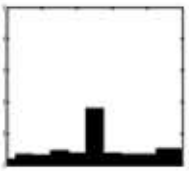
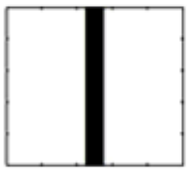
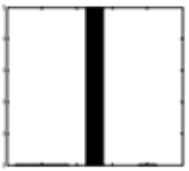
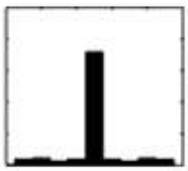
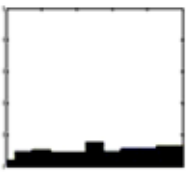
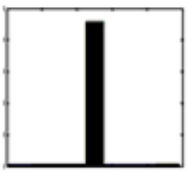
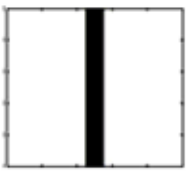
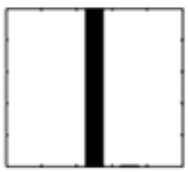
$$\alpha(S) = P_0\left\{X_{[N]} \in S\right\}.$$

Ошибка второго рода – принятие гипотезы Г1, когда верна Г0, определяется вероятностью

$$\beta(S) = P_1\left\{X_{[N]} \notin S\right\}.$$

Моделирование. Описанные условия легли в основу моделирования сигнала с целью определения достоверности идентификации ЛС с помощью вейвлет-преобразования в выборке с различными уровнями шума. Проводится анализ каждого из уровней разложения детализирующих коэффициентов H_i вейвлет-разложения. При попадании ЛС во

Таблица 1

Уровень шума (σ)	Уровень вейвлет-разложения				
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5
0.3					
0.2					
0.1					

временной коридор, соответствующий исходной выборке (ЛС без шума), принимается гипотеза Г1, если попадания нет – гипотеза Г0.

Результаты моделирования – количество попаданий максимума детализирующих коэффициентов H_i (из 1000 выборок) во временной интервал 5 ± 0.5 мс, рассматриваемый как временной коридор достоверного обнаружения, при котором принимается гипотеза Г1, приведены в табл. 1.

Основываясь на значении количества ложных срабатываний, можно установить оптимальный уровень для поиска ЛС вида, представленного на рис. 1, *а*, при заранее известном показателе зашумленности измерительного канала. Значения вероятности обнаружения ЛС (гипотеза Г1), попадающего во временной коридор 5 ± 0.5 мс, приближенно соответствующего длительности ЛС, для пяти уровней вейвлет-разложения при заданных уровнях помехи приведены в табл. 2.

Таблица 2

Уровень разложения H_i	Вероятность достоверного обнаружения на фоне помех (Г1)		
	σ = 0.3	σ = 0.2	σ = 0.1
1	0.09	0.11	0.14
2	0.20	0.36	0.91
3	0.98	1.00	1.00
4	0.86	0.99	1.00
5	0.43	0.71	0.99

Из таблиц видно, что третий уровень вейвлет-разложения Добеши Д14 дает наибольшую вероятность обнаружения ЛС на фоне помех для заданной формы ЛС при определенном шаге дискретизации.

Зависимость вероятности ложной тревоги от амплитуды помехи (шумовой составляющей). Достаточно часто в информационно-измерительных системах (ИИС) возникает задача, связанная с необходимостью определения порогового значения шума, соответствующего фиксированному значению ложных тревог при обнаружении ЛС.

На рис. 3 показаны результаты машинного моделирования для ЛС анализируемого вида. На рисунке построена зависимость вероятности ложной тревоги при обнаружении ЛС от уровня шума. Видно, что детализирующие коэффициенты третьего уровня вейвлет-разложения H_3 обладают большей устойчивостью к воздействию помех по сравнению со вторым H_2 и четвертым H_4.

При росте СКО шума зависимость вероятности ЛТ при обнаружения ЛС имеет нелинейный характер. Второй уровень вейвлет-разложения (H_2) имеет высокое значение вероятности ЛТ практически при всех уровнях помех и не может быть использован для обнаружения ЛС. Четвертый уровень вейвлет-разложения (H_4) имеет малое значение вероятности ЛТ только при малых уровнях помех и может быть использован только в отдельных случаях при σ ≤ 0.2. Третий же уровень вейвлет разложения (H_3) дает наилучшие результаты – обеспечивает наибольшую вероятность обнаружения ЛС при достаточно высоких уровнях помех (шума).

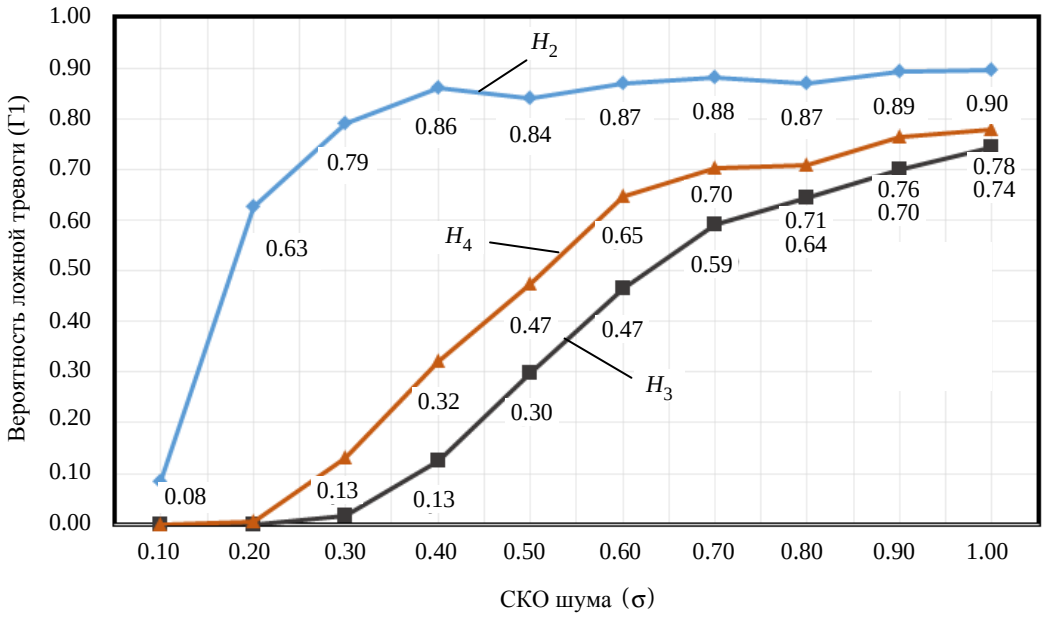


Рис. 3

Также было проведено моделирование для сигнала прямоугольной и колоколообразной форм. Полученные результаты соответствуют условиям описанного эксперимента.

В работе был проведен анализ возможности применения вейвлет-преобразования для решения задачи обнаружения типового класса ЛС. Путем машинного моделирования найдено наименьшее значение ЛТ, характеризующее возможность получения большой вероятности обнаружения ЛС даже при сильном шумовом воздействии ($\sigma \le 0.3$). Полученные результаты можно использовать при построении измерительных систем. Необходимо отметить, что указанные результаты могут быть получены только в случае, когда на основе априорных знаний относительно вида сигнала (известной образующей частоты) определено значение шага дискретизации, с которым измерительная система должна производить анализ контролируемого сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакулев П. А., Басистов Ю. А., Тугуши В. Г. Обработка сигналов с постоянным уровнем ложных тревог: обзор // Изв. вузов. Радиотехника. 1989. Т. 32, № 4. С. 4–15.

2. Ritcey J. A., Hines J. L. Performance of MAX family of order-statistic CFAR detectors // IEEE Trans. AES. 1991. Vol. AES-27, № 1. P. 48–57.

3. Алексеев В. В., Калякин И. В. Исследование влияния несущей частоты на характеристики работы вейвлет фильтров // Сб. докл. Междунар. сиб. конф. по управлению и связи. Томск: Изд-во ТПУ, 2016. 84 с.

4. Алексеев В. В., Калякин И. В. Выбор шага дискретизации при реализации дискретного вейвлет-преобразования // Сб. докл. XIX междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям, Санкт-Петербург, 25–27 мая 2016 г. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2016.

5. Володин И. Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике // Статистическая проверка гипотез (критерии значимости) [Электронный документ]. URL: http://old.kpfu.ru/infres/volodin/M7.pdf (дата обращения 30.05.2015).

V. V. Alekseev, I. V. Kaliakin
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

RELIABILITY ASSESSMENT FOR LOCAL SIGNAL DETECTION WITH BACKGROUND NOISE BY WAVELET TRANSFORM

The results of computer simulation and analysis of detection reliability of a local signal «damped sine» using wavelet transform Daubechies applied to different noise levels are reviewed. It has been shown that for certain species an optimum signal sampling rate can be determined and it tends the probability of local signal detection with background noise to unity.

Local signal detection, wavelet transform, decomposition level, accuracy of detection, false alarm