УДК 004.942:519.876.5

Б. Я. Советов, А. В. Сикерин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Гравитационная и энтропийная модели потоков при территориальном планировании развития транспортной системы

Рассматриваются два классических вида моделей для прогнозирования потоков транспорта, используемых при планировании транспортных систем городов и городских агломераций, в частности при планировании мероприятий, связанных с проведением в России в 2018 г. чемпионата мира по футболу. Акцент делается на математической базе и условиях, при которых используется та или иная модель.

Транспортное планирование, моделирование, распределение потоков транспорта, энтропия, корреспонденция

В 2018 г. Российская Федерация будет проводить у себя чемпионат мира по футболу. В связи с этим в крупнейших городах страны, в которых непосредственно состоятся игры национальных команд, проводятся научно-исследовательские работы по созданию мастер-планов предстоящих спортивных мероприятий, включающие в себя планирование способов транспортировки большого числа людей. В рамках этих работ проводится моделирование потоков транспорта в городской транспортной сети, в большинстве случаев и без того загруженной повседневными поездками. Для специалистов в этой области важно понимать, какими механизмами следует пользоваться для достижения поставленных задач.

Активное развитие в области методов математического программирования и исследования операций позволило решать широкий класс задач, в том числе это способствовало решению задач оптимизации распределения потоков. Со второй половины XX в. решению задач методами линейного программирования уделено много времени и усилий математиков и специалистов из области транспортного планирования.

При планировании транспортных систем важным моментом исследований является определение объемов передвижения объектов моделирования, которые перемещаются из одного условного района города в другой, т. е. составление матриц корреспонденций, где в качестве строк и столбцов выступают районы города или «зоны моделирования», а в качестве элементов матрицы – корреспонденции (под термином «корреспонденция» понимается перемещение (поездка) объекта моделирования из одного района в другой). Для определения объемов пассажиропотоков (транспортных потоков), как правило, используют комплексную четырехстадийную модель, этапами которой являются «генерация потоков», «распределение потоков», «выбор режима движения» и «распределение транспортных потоков по сети». Рассматриваемые далее модели позволяют вычислить элементы матрицы корреспонденций на этапе «распределения потоков».

Целью исследования является нахождение возможности математического описания потоков (транспорта и пассажиров) по транспортной сети города, представляемой в виде графа дорог, зон моделирования или районов, которые могут соответствовать реальным районам города, либо, что чаще, быть намного меньшими частями реальных районов, а также набора матриц, задающих некоторые статистические данные, и набора функций, необходимых для моделирования и калибровки модели.

Исторически одним из основных методов для определения числа поездок является гравитационный метод, а точнее модифицированная гравитационная модель. Гравитационная модель была разработана по аналогии с ньютоновским законом всемирного тяготения [1], описывающего гравитационное взаимодействие в рамках классической механики, который связывает силу притяжения F_{ij} между двумя телами массой m_i и m_j, расположенными на расстоянии r_{ij} друг от друга:

$$F_{ij} = G\frac{m_i m_j}{r_{ij}^2},$$

где G – некоторая константа (гравитационная постоянная).

Аналогично закону Ньютона, транспортная гравитационная модель постулирует связь интенсивности транспортного потока T_{ij} между полным объемом отправлений («предложение») Q_i из района i («источник») и прибытия («спрос») D_j в район j («сток») с затратами на перемещение между этими районами c_{ij}:

$$T_{ij} = k\frac{Q_i D_j}{c_{ij}}, i = 1...N, k = 1...M, \quad (1)$$

где k – калибровочный коэффициент; N – количество зон отправления; M – количество зон прибытия.

Однако у уравнения (1) имеется существенный недостаток – если увеличить значения «спроса» и «предложения» (D_j и Q_i) в 2 раза, то число поездок в соответствии с уравнением увеличится в 4 раза, хотя на самом деле оно лишь удвоится. В связи с этим вводятся дополнительные ограничения:

$$\sum_{i=1}^{N} T_{ij} = D_j, \forall j = 1...M; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{M} T_{ij} = Q_i, \forall i = 1...N; \quad (3)$$

$$T_{ij} \geq 0, \forall i = 1...N, \forall j = 1...M. \quad (4)$$

Уравнение (2) означает, что для каждого района «спроса» $j = 1...M$ суммарный поток из всех районов i должен быть равен числу поездок, прибывших в район j. Уравнение (3), в свою очередь, означает, что для каждого района «предложения» $i = 1...N$ суммарный поток въехавших в районы j должен быть равен числу покинувших этот район. Уравнение (4) налагает ограничение неотрицательности числа поездок, поскольку моделируемая система описывает явления мира реальных вещей. Более того, суммарное число выехавших из районов i должно быть равно суммарном числу въехавших в районы j:

$$\sum_{i=1}^{N} Q_i = \sum_{j=1}^{M} D_j .$$

Квадрат расстояния c_{ij} заменяется на функцию тяготения $f(c_{ij})$, которая характеризует предпочтения индивидуумов при выборе для перемещения пары «источник-сток» (i, j). Функция $f(c_{ij})$ зависит от стоимости поездки. В качестве функции тяготения можно использовать среднее время поездки, которое является более или менее стабильным показателем транспортной обстановки в каждом городе и может быть рассчитано и спрогнозировано. Таким образом, модифицированная гравитационная модель приобретает следующий вид:

$$T_{ij} = A_i B_j Q_i D_j f\left(c_{ij}\right), i = 1...N, j = 1...M ,$$

где калибровочные коэффициенты A_i и B_j определяются следующим образом:

$$A_i = \left[\sum_{j=1}^{M} B_j D_j f\left(c_{ij}\right)\right]^{-1},$$

$$B_j = \left[\sum_{i=1}^{N} A_i Q_i f\left(c_{ij}\right)\right]^{-1}.$$

Вид функции тяготения определяется либо в процессе калибровки модели на основе сопоставляемых расчетных данных и эмпирических наблюдений, либо на основе предпочтений при выборе пары «источник-сток» (основываясь на опыте предыдущих работ). Одна из использующихся аппроксимаций имеет вид экспоненциальной функции:

$$f\left(c_{ij}\right) = e^{-\beta c_{ij}^{\theta}},$$

где при расчете, например [2], трудовых поездок полагают $\beta = 0.065$, $\theta = 1$.

Параметр β, как правило, определяется методами калибровки. При этом, чем больше β, тем меньше средняя длина поездки. Это напрямую связано с величиной C из уравнения

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} T_{ij}c_{ij} = C \tag{5}$$

– с ростом параметра C увеличиваются затраты на перемещение и средняя длина поездки, а β уменьшается.

Величины A_i и B_j зависят от Q_i и D_j, следовательно, объемы корреспонденций T_{ij} зависят от степени загрузки всей сети. Параметр A_i можно понимать как некий конкурирующий член, сокращающий большинство поездок по причине роста привлекательности какого-либо района:

$$A_i = \left[\sum_{j=1}^{M} B_j D_j e^{-\beta c_{ij}}\right]^{-1}.$$

Аналогично и для B_j:

$$B_j = \left[\sum_{i=1}^{N} A_i Q_i e^{-\beta c_{ij}}\right]^{-1}.$$

Значения A_i и B_j определяются по итеративной процедуре, в ходе которой балансируется модель.

Таким образом, предложенная модель позволяет рассчитать с определенной точностью объемы перемещений между моделируемыми районами города. Итоговое распределение будет тем ближе к реальному, чем лучше удастся задать функцию тяготения.

Описанная выше модель дает хорошую оценку матриц корреспонденций в том случае, если корреспонденции классифицируются по типам поездок и по типам маршрутов. Однако итоговое решение не является оптимальным с точки зрения минимизации транспортных издержек и отражает лишь сложившиеся предпочтения населения в усредненном смысле. Стабильность параметра γ определяется сложившимся образом жизни, предпочтениями жителей и другими факторами, от которых зависит мобильность населения.

Гравитационная модель не учитывает индивидуальные предпочтения, поэтому рассмотрим энтропийные модели, использующие вместо средних значений характеристик подвижности условия об априорном предпочтении формирования транспортных пар, позволяющее получить более близкие по вероятности распределения корреспонденций к реальной системе.

При определенных допущениях, например неизменность затрат на передвижение, статичность топологии улично-дорожной сети и др., транспортную систему города можно считать замкнутой системой, стремящейся к равновесному состоянию, характеризующемуся максимумом энтропии.

Энтропийные модели [3], [4] основаны на принципе максимума взвешенной энтропии [5] (предложенная в 1968 г. Белисом и Гуйасом мера, в которой каждый элемент энтропии Шеннона взвешен по критерию его важности [6]) дескриптивной системы и исходят из вероятностного описания поведения пользователей (индивидуумы, совершающие поездки, пассажиры) в сети. Использование энтропийной модели, как и гравитационной, обусловлено схожестью с процессами в физике, т. е. простотой понимания их сущностного характера. Реальному распределению потока ставится в соответствие полученное в результате максимизации энтропийной функции распределение потоков. Энтропийная функция параметрически зависит от желательного для всех элементов состояния системы.

Максимизация взвешенной энтропии позволяет находить не просто равновесное состояние, а определить состояние, наиболее приближенное к реальной ситуации, которое могло бы сложиться при учете предпочтений индивидуумов. Априорные индивидуальные предпочтения задаются в виде функции распределения вероятности a_{ij} принадлежности пользователя к корреспонденции из района i в район j. Ограничения, вводимые для данной модели, идентичны тем, что описываются для гравитационной модели. Таким образом, энтропийная модель задается следующим набором уравнений:

$$\max_{T_{ij}} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} T_{ij} \ln\frac{\alpha_{ij}}{T_{ij}}; \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{M} T_{ij} = Q_i, \forall i = 1...N; \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{N} T_{ij} = D_j, \forall j = 1...M; \tag{8}$$

$$T_{ij} \ge 0, \forall i = 1...N, \forall j = 1...M, \tag{9}$$

где T_{ij} – корреспонденция из района i в район j; Q_i – количество поездок из района i; D_j – количество поездок в район j.

Функция распределения вероятности α_{ij} имеет экспоненциальный вид:

$$\alpha_{ij} = e^{-\gamma c_{ij}}, \forall i = 1...N, \forall j = 1...M,$$

где γ – параметр расселения; c_{ij} – средние затраты на передвижение.

При построении энтропийной модели предполагается, что известна априорная информация о предпочтениях пользователей одной корреспонденции другой. Матрица априорных предпочтений $\|\alpha_{ij}\|$ помимо распределения транспортных потоков показывает распределение рабочих мест (при расчете трудовых корреспонденций) и жителей между районами на основе предпочтений жителей относительно расселения и системы передвижения.

Задача (6)–(9) относится к классу задач выпуклой гладкой оптимизации. Целевая функция (5) на допустимой области решений является строго вогнутой и гарантирует единственность решения. Однако задача имеет большую размерность ($MN \times MN$) и большое число ограничений $(2MN + 1)$, что усложняет процесс нахождения решения.

В целом, энтропийные модели, применительно к транспортному планированию, позволяют моделировать городские системы, в которых поездки формируются под влиянием множества случайных и независимых факторов.

Отличительной чертой энтропийной модели является то, что вводится гипотеза о независимом поведении элементов (пассажиров) при достижении равновесного состояния системы, близкого по вероятности к состоянию в реальной транспортной системе со стохастическим характером процессов. Следовательно, если есть возможность определить предпочтения пользователей, то разумно воспользоваться энтропийной моделью. Если же определение предпочтений невозможно, то достаточным будет решение задачи модифицированным гравитационным методом.

В качестве математического описания потоков транспорта (пассажиров) при территориальном планировании развития транспортной системы предложены гравитационная и энтропийная модели. Рассмотренные модели позволяют определить потоки перемещений в моделируемой области. В терминах прогноза транспортных потоков определяются корреспонденции между районами моделирования. Для этих целей наиболее часто используются гравитационная и энтропийная модели. Использование гравитационной модели приемлемо в случае усредненных оценок, тогда как энтропийная модель может учитывать потребности и предпочтения индивидуумов.

Данные модели хорошо себя зарекомендовали сходимостью результатов моделирования с результатами натурных обследований. В частности, модифицированная гравитационная модель использовалась в НИР, связанной с подготовкой транспортного мастер-плана чемпионата мира по футболу 2018 г. в Екатеринбурге с численностью населения около 1.5 млн человек и довольно-таки сложной транспортной обстановкой. В результате моделирования было достигнуто значительное соответствие данных, полученных из модели, данным реальных замеров на улицах города. Улучшения характеристик модели можно добиться посредством уточнения данных, связанных с предпочтениями населения города в отношении совершаемых поездок, применяемых типов транспорта и целей поездок.

Таким образом, доказана приемлемость применения рассмотренных моделей. Впрочем, исследования в области прогноза потоков не стоят на месте, что выражается в наличии новых методов моделирования передвижений в транспортных системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Reilly W. J. The law of retail gravitation. New York: Knickerbocker Press, 1931.
2. Швецов В. И. Математическое моделирование транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. 2003. № 11. С. 3–46.
3. Wilson A. G. A statistical theory of spatial distribution models // Transportation Research. 1967. Vol. 1. P. 253–270.
4. Wilson A. G. Entropy maximizing models in the theory of trip distributions, mode split and route split // J. of Transportation and Economic Policy. 1969. Vol. 3. P. 108–126.
5. Советов Б. Я., Цехановский В. В. Информационные технологии: теоретические основы. СПб.: Лань, 2016.
6. Belis M., Guiasu S. A quantitative-qualitative measure of information in cybernetic systems // IEEE Transactions on Information Theory. 1968. Vol. 14. P. 593–594.

B. Ya. Sovetov, A. V. Sikerin
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

GRAVITATIONAL AND ENTROPY MODELS OF TRAFFIC FLOWS FORECASTING IN TERMS OF TRANSPORTATION PLANNING

Considers two classic types of models for traffic flows forecasting that take place in transportation planning of cities and agglomeration, for example in Yekaterinburg in connection with the 2018 FIFA World Cup. The emphasis of the paper is laid upon mathematical basis and using condition of given models.

Transportation planning, modeling, trip distribution, entropy, correspondence

УДК 004.056.55

С. А. Капустин
Краснодарское высшее военное училище им. генерала армии С. М. Штеменко

А. С. Сергеев
Донской государственный технический университет

А. Н. Рязанов
Открытое акционерное общество «711 Военпроект» (Ростов-на-Дону)

Е. О. Дубров
Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи

Применение методов эволюционной оптимизации для реализации криптоанализа блочного метода шифрования AES

Рассматривается задача криптоанализа методов криптографической защиты с использованием новой модели оптимизационных методов – генетических алгоритмов, имитирующих процессы эволюции живой природы. Описывается применение генетических алгоритмов для криптоанализа блочного стандарта шифрования AES. Приводятся описание стандарта шифрования, структурная схема и информационно-логическая граф-схема алгоритма, оценка необходимого минимального числа процессоров для реализации алгоритма криптоанализа, а также некоторые экспериментальные результаты и основные выводы.

Криптоанализ, генетический алгоритм, блочный алгоритм шифрования, информационно-логическая граф-схема, популяция ключей, кроссинговер, квазиоптимальный ключ, матрица независимости

В настоящее время при разработке компьютерных технологий, обеспечивающих информационную безопасность и защиту информации, широкое применение находят криптографические методы защиты. Для решения задач криптоанализа, относящихся к классу NP-полных, в последние годы применяются алгоритмы, основанные на природных системах. К ним относятся методы моделирования отжига, генетические алгоритмы (ГА), эволюционные методы, алгоритмы роевого интеллекта и т. д. В моделях и алгоритмах эволюционных вычислений ключевым элементом является построение начальной модели и правил, по которым она может изменяться (эволюционировать). В течение последних лет были предложены разнообразные схемы эволюционных вычислений, в том числе генетический алгоритм, генетическое программирование, эволюционные стратегии, эволюционное программирование.