



УДК 681.513.6

В. В. Путов, Тиен Тханг Нгуен, В. Н. Шелудько
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Адаптивное управление жестким взаимосвязанным нелинейным механическим объектом

Рассматриваются вопросы применения метода вычисленного момента и метода мажорирующих функций к синтезу адаптивных систем управления жесткими многостепенными нелинейными механическими объектами.

Беспоисковые адаптивные системы, метод скоростного градиента, метод вычисленного момента, метод мажорирующих функций, параметрическая и функционально-параметрическая неопределенность объекта, жесткий многостепенный нелинейный механический объект, траекторное движение, компьютерное исследование, манипуляционный робот

В условиях сложности, нелинейности и неопределенности математического описания жестких многостепенных взаимосвязанных нелинейных механических объектов с повышенными требованиями к динамической точности траекторного движения, таких как многокоординатные металлообрабатывающие станки, лазерные технологические комплексы, манипуляторы промышленных и специальных роботов, космические, воздушные, наземные или морские подвижные объекты различного назначения, целесообразно решать проблемы управления ими в рамках адаптивного подхода. При этом наиболее подходящими для управления динамическими объектами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, являются беспоисковые (аналитические) адаптивные системы, принципиально рассчитанные на функционирование в реальном времени. Известными методами построения беспоисковых адаптивных систем являются метод скоростного градиента, предложенный и развитый в работах [1], [2], метод вычисленного момента [3], [4] и метод мажорирующих функций [5]–[7].

В статье рассматриваются вопросы сравнительного исследования эффективности беспоисковых адаптивных систем управления жесткими многостепенными нелинейными механическими объек-

тами, построенными на основе метода вычисленного момента и метода мажорирующих функций.

Адаптивное управление жестким многостепенным нелинейным механическим объектом, построенное по методу вычисленного момента. Пусть жесткий многостепенный нелинейный механический объект описывается системой, состоящей из n дифференциальных уравнений второго порядка (n – число степеней подвижности механического объекта), объединенных в векторно-матричное уравнение вида

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$ – вектор обобщенных координат; $\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^n$ – вектор управляющих сил (моментов); $M(\mathbf{q})$, $V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – функциональные матрицы инерции и центробежных и кориолисовых сил; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ – вектор гравитационных сил.

Уравнения (1) могут быть записаны в виде, линейном относительно некоторого вектора подходящим образом подобранных массоинерционных параметров объекта, принимаемых неизвестными, но постоянными [3]:

$$Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{a} = \boldsymbol{\tau}, \quad (2)$$

где $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^m$ – m -мерный вектор постоянных массоинерционных параметров объекта; $Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ –

$(n \times m)$ -нелинейная матричная функция, зависящая от $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ и называемая регрессором.

Следуя [3], [4], введем следующие обозначения: \mathbf{q}_d – вектор заданных траекторий движения объекта; $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$ – вектор ошибки слежения; $\dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\mathbf{q}}_d - \Lambda \tilde{\mathbf{q}}$ – эталонная скорость (Λ – симметричная положительно определенная матрица); $\mathbf{s} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Lambda \tilde{\mathbf{q}}$ – линейная комбинация ошибок по обобщенным скоростям и обобщенным положениям; $\hat{\mathbf{a}}$ – вектор оценки вектора \mathbf{a} ; $\tilde{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}$ – ошибка оценки вектора неизвестных параметров; $\hat{M}(\mathbf{q}), \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \hat{G}(\mathbf{q})$ – матрицы, получающиеся из матриц $M(\mathbf{q}), V(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}), G(\mathbf{q})$, заменой оценки $\hat{\mathbf{a}}$ вместо \mathbf{a} .

В силу определения регрессора из (1), (2) следует тождество вида

$$\hat{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \hat{G}(\mathbf{q}) = Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\hat{\mathbf{a}}.$$

С учетом введенных обозначений адаптивный закон управления объектом (1) по методу вычисленного момента будет иметь следующий вид:

$$\boldsymbol{\tau} = Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\hat{\mathbf{a}} - K_d \mathbf{s}, \quad (3)$$

а регуляризованный алгоритм параметрической настройки будет выражаться векторным дифференциальным уравнением вида

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\Gamma Y^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\mathbf{s} - \Lambda \hat{\mathbf{a}}, \quad (4)$$

где K_d, Γ, Λ – симметричные постоянные положительно определенные матрицы, в частности диагональные.

Можно показать, что закон адаптивного управления (3) и алгоритм настройки параметров (4) обеспечивают экспоненциальную диссипативность по переменным \mathbf{s} ; $\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}$, где матрица K_d определяет скорость сходимости вектора \mathbf{s} к нулю.

Отметим, что для построения закона управления и алгоритмов настройки на основе метода вычисления момента необходимо, чтобы дифференциальные уравнения объекта изначально были полностью определены с точностью до конечного числа числовых параметров, т. е. имели точно известное нелинейное строение, а сами исходные адаптивные алгоритмы по методу вычисленного момента рассчитаны на полную компенсацию известных нелинейностей и независимость заданного динамического поведения адаптируемого механического объекта от его неизвестных параметров, определенных вектором \mathbf{a} .

Адаптивные структуры управления взаимосвязанными нелинейными механическими объектами с алгоритмами параметрической настройки и мажорирующими функциями.

Следуя [5]–[7], укажем, что применение метода мажорирующих функций допускает неопределенность не только параметров, но и вида нелинейных функций, описывающих объект (1), и опирается на детализацию его математического описания в следующем виде:

$$\ddot{q}_i = a_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + b_i(\mathbf{q}, t)u_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \sum_{j=1, j \neq i}^m [f_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + s_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)], \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) &= a_{i1}(\mathbf{q}, t)q_i + a_{i2}(\mathbf{q}, t)\dot{q}_i + a_{i3}(\mathbf{q}, t)\dot{q}_i^2; \\ f_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) &= f_{ij}^1(\mathbf{q}, t)q_j + f_{ij}^2(\mathbf{q}, t)\dot{q}_j + \\ &+ f_{ij}^3(\mathbf{q}, t)\dot{q}_i\dot{q}_j + f_{ij}^4(\mathbf{q}, t)\dot{q}_j^2; \\ s_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) &= b_{ij}(\mathbf{q}, t)u_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t); \quad i, j = \overline{1, m}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

все нелинейные коэффициенты, а также u_i суть глобально ограниченные скалярные нелинейные функции, непрерывно дифференцируемые по аргументам q_i и кусочно непрерывные по времени t ;

$$u_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = u_i^H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + u_i^a(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + u_i^0(t); \quad (7)$$

u_i^H – неадаптивное (линейное) с постоянными настройками, $u_i^0(t)$ – программное, u_i^a – искомого адаптивного управления (моменты) в i -й степени подвижности; $\mathbf{q} = [q_1 \dots q_n]^T$; $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \dots \dot{q}_n]^T$ – n -мерные векторы обобщенных (лагранжевых) координат и скоростей; $i, j = \overline{1, n}$; n – число степеней подвижности.

Дифференциальная система (5), (6) исчерпывает математическое описание динамики класса взаимосвязанных нелинейных механических объектов со многими степенями подвижности и каждое уравнение характеризуется:

- а) собственной нелинейной нестационарной динамикой (функции $a_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), b_i(\mathbf{q}, t)$);
- б) перекрестными нелинейными связями по обобщенным координатам и скоростям \dot{q}_j, q_j (функции $f_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$);
- в) перекрестными нелинейными связями по управлениям $u_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ (функции $s_{ij}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$).

Неадаптивные управления $u_i^H(q_i, \dot{q}_i); i = \overline{1, n}$ решают задачи формирования локальной динамики следящих систем, характеризуемых некоторыми постоянными усредненными параметрами, и могут быть рассчитаны методами модального, следящего за эталонной моделью, подчиненного и т. п. управлений, и здесь явно не выписываются (считаются известными). Далее сосредоточим внимание на построении адаптивных управлений $u_i^a(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.

Рассмотрим три вида адаптивных структур, отвечающих задачам локального, развязывающего и полного (взаимосвязанного) адаптивного управления объектом (5), (6).

Локальная адаптивная структура управления. Локальная адаптивная структура управления объектом (5), (6) состоит из совокупностей:

а) локальных эталонных моделей

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{Mi} &= -a_{Mi}x_{Mi} - r_{Mi}\dot{x}_{Mi} + b_{Mi}u_i^0(t); \\ a_{Mi}, r_{Mi}, b_{Mi} &> 0 (\text{const}); \end{aligned} \quad (8)$$

б) локальных адаптивных законов

$$\begin{aligned} u_{\text{лок.}i}^a(q_i, \dot{q}_i) &= k_{i1}(t)q_i + k_{i2}(t)\dot{q}_i + \\ &+ k_{i3}(t)\dot{q}_i^2 + k_{i4}(t)u_i^0(t); \end{aligned} \quad (9)$$

в) алгоритмов настройки параметров

$$\begin{aligned} \dot{k}_{i1}(t) &= -\gamma_{i1}d_i q_i - \alpha_{i1}k_{i1}(t); \\ \dot{k}_{i2}(t) &= -\gamma_{i2}d_i \dot{q}_i - \alpha_{i2}k_{i2}(t); \\ \dot{k}_{i3}(t) &= -\gamma_{i3}d_i \dot{q}_i^2 - \alpha_{i3}k_{i3}(t); \\ \dot{k}_{i4}(t) &= -\gamma_{i4}d_i u_i^0(t) - \alpha_{i4}k_{i4}(t); \\ d_i &= b_{Mi}[p_{i1}(q_i - q_{Mi}) + p_{i2}(\dot{q}_i - \dot{q}_{Mi})], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\gamma_{i*}, \alpha_{i*} (* = \overline{1, 4})$; $d_i, p_{i1}, p_{i2}; i = \overline{1, n}$ – постоянные строго положительные коэффициенты усиления алгоритмов настройки.

Вопросы теоретического обоснования диссипативности локальных адаптивных структур рассматриваются в [8].

Развязывающая адаптивная структура управления объектом. Данная структура управления объектом (5), (6) состоит из совокупностей эталонных моделей (8) и развязывающих адаптивных законов

$$\begin{aligned} u_{\text{разв.}i}^a(q_j, \dot{q}_j) &= \sum_{j=1, j \neq i}^n \left[k_{ij5}(t)q_j + k_{ij6}(t)\dot{q}_j + \right. \\ &+ k_{ij7}(t)\dot{q}_j^2 + k_{ij8}(t)\dot{q}_i\dot{q}_j + \\ &\left. + k_{ij9}(t)u_j^0(t) \right]; i, j = \overline{1, n}; \end{aligned} \quad (11)$$

с алгоритмами настройки параметров, выражаемыми уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{k}_{ij5}(t) &= -\gamma_{ij5}d_i q_j - \alpha_{ij5}k_{ij5}(t); \\ \dot{k}_{ij6}(t) &= -\gamma_{ij6}d_i \dot{q}_j - \alpha_{ij6}k_{ij6}(t); \\ \dot{k}_{ij7}(t) &= -\gamma_{ij7}d_i \dot{q}_j^2 - \alpha_{ij7}k_{ij7}(t); \\ \dot{k}_{ij8}(t) &= -\gamma_{ij8}d_i \dot{q}_i \dot{q}_j - \alpha_{ij8}k_{ij8}(t); \\ \dot{k}_{ij9}(t) &= -\gamma_{ij9}d_i u_j^0(t) - \alpha_{ij9}k_{ij9}(t); \end{aligned} \quad (12)$$

где d_i – как в выражении (7); $\gamma_{ij*}, \alpha_{ij*}, * = \overline{5, 9}$ – строго положительные постоянные коэффициенты усиления алгоритмов, $i, j = \overline{1, n}$.

Полная (взаимосвязанная) адаптивная структура управления механическим объектом. Данная структура управления механическим объектом (5), (6) состоит из совокупности эталонных моделей (8) и объединения совокупностей локальных (9) и развязывающих (11) адаптивных законов с алгоритмами настройки (10) и (12).

Исследование построенных адаптивных систем на примере жесткого трехстепенного манипуляционного робота. Расчетная схема трехстепенного манипуляционного робота типовой конструкции показана на рис. 1, где m_i, l_i обозначены, соответственно, массы и плечи звеньев манипулятора, $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)$.

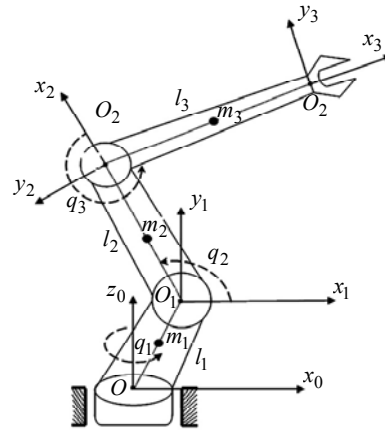


Рис. 1

Адаптивная система управления трехстепенным жестким манипулятором, построенная на основе метода вычисленного момента. Адаптивная система управления, построенная на основе метода вычисленного момента (ВМ), вычисляется по методике, описанной в (1)–(5). Строится нелинейная система уравнений Лагранжа вида (1).

Матрицы M, V и вектор \mathbf{G} имеют следующее строение:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}; V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G} = [G_1, G_2, G_3]^T,$$

где

$$M_{11} = \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{4}\right) l_1^2 + \left(\frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2}\right) l_2^2 + \frac{m_3}{6} l_3^2 +$$

$$+ \left(\frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2}\right) l_2^2 \cos(2q_2) + \frac{m_3}{6} l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) +$$

$$+ \frac{m_3}{2} l_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) + \left(\frac{m_2}{2} + m_3\right) l_1 l_2 \cos q_2 +$$

$$+ \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \cos q_3 + \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3);$$

$$M_{22} = \left(\frac{m_2}{3} + m_3\right) l_2^2 + \frac{m_3}{3} l_3^2 + m_3 l_2 l_3 \cos q_3;$$

$$M_{23} = M_{32} = \frac{m_3}{3} l_3^2 + \frac{m_3}{2} l_2 l_3 \cos q_3; M_{33} = \frac{m_3}{3} l_3^2;$$

$$V_{11} = -\left[\frac{m_3}{6} l_3^2 \sin(2q_2 + 2q_3) + \left(\frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2}\right) \times\right.$$

$$\times l_2^2 \sin 2q_2 + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \sin(q_2 + q_3) + \left(\frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{2}\right) \times$$

$$\times l_1 l_2 \sin q_2 + \left.\frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3)\right] \dot{q}_2 -$$

$$- \left\{ \frac{m_3}{12} l_3 [2l_3 \sin(2q_2 + 2q_3) + 3l_1 \sin(q_2 + q_3) +\right.$$

$$+ 3l_2 \sin q_3 + 3l_2 \sin(2q_2 + q_3)] \dot{q}_3;$$

$$V_{12} = V_{21} = -\left[\frac{m_3}{6} l_3^2 \sin(2q_2 + 2q_3) + \left(\frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2}\right) \times\right.$$

$$\times l_2^2 \sin 2q_2 + \frac{m_3}{4} l_1 l_3 \sin(q_2 + q_3) +$$

$$+ \left(\frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{2}\right) l_1 l_2 \sin q_2 + \left.\frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin(2q_2 + q_3)\right] \dot{q}_1;$$

$$V_{13} = V_{31} = -\left\{ \frac{m_3}{12} l_3 [2l_3 \sin(2q_2 + 2q_3) +\right.$$

$$+ 3l_1 \sin(q_2 + q_3) + 3l_2 \sin q_3 + 3l_2 \sin(2q_2 + q_3)] \dot{q}_1;$$

$$V_{22} = -\left(\frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin q_3\right) \dot{q}_3;$$

$$V_{23} = -\left(\frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin q_3\right) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3);$$

$$V_{32} = \left(\frac{m_3}{2} l_2 l_3 \sin q_3\right) \dot{q}_2; V_{33} = 0;$$

$$G_2 = \left(\frac{m_2}{2} + m_3\right) l_2 g \cos q_2 + \frac{m_3}{2} l_3 g \cos(q_2 + q_3);$$

$$G_3 = \frac{m_3}{2} l_3 g \cos(q_2 + q_3);$$

g – ускорение свободного падения.

При применении закона управления (3) и алгоритма настройки (5) необходимо уравнения движения (1) преобразовать к виду, линейному относительно вектора постоянных неизвестных массоинерционных параметров манипулятора \mathbf{a} . Для этого надо выбрать из матриц M , V и вектора \mathbf{G} следующие массоинерционные параметры – компоненты вектора $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$:

$$a_1 = \left(\frac{m_1}{12} + \frac{m_2}{4} + \frac{m_3}{4}\right) l_1^2; a_2 = \left(\frac{m_2}{3} + m_3\right) l_2^2;$$

$$a_3 = \frac{m_3}{3} l_3^2; a_4 = \frac{m_3}{2} l_1 l_3; a_5 = \left(\frac{m_2}{2} + m_3\right) l_1 l_2;$$

$$a_6 = m_3 l_2 l_3; a_7 = \left(\frac{m_2}{2} + m_3\right) l_2 g; a_8 = \frac{m_3}{2} l_3 g.$$

В соответствии с вычисленным вектором массоинерционных параметров строится регрессор (2). Минуя подробности преобразований, выпишем полученные элементы матрицы регрессора $Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ с тем, чтобы дать представление о ее громоздкости:

$$Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) =$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} \\ 0 & 0 & Y_{33} & Y_{34} & 0 & Y_{36} & 0 & Y_{38} \end{bmatrix},$$

(13)

где

$$Y_{11} = \ddot{q}_{r1}; Y_{12} = \frac{1}{2} [1 + \cos(2q_2)] \ddot{q}_{r1} -$$

$$- \frac{1}{2} \sin(2q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_{r1} - \frac{1}{2} \sin(2q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_{r2};$$

$$Y_{13} = \frac{1}{2} (1 + \cos(2q_2 + 2q_3)) \ddot{q}_{r1} -$$

$$- \frac{1}{2} \sin(2q_2 + 2q_3) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \dot{q}_{r1} -$$

$$- \frac{1}{2} \sin(2q_2 + 2q_3) \dot{q}_1 (\dot{q}_{r2} + \dot{q}_{r3});$$

$$\begin{aligned}
 Y_{14} &= \cos(q_2 + q_3)\ddot{q}_{r1} - \\
 &- \frac{1}{2}\sin(q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_{r1} - \\
 &- \frac{1}{2}\sin(q_2 + q_3)\dot{q}_1(\dot{q}_{r2} + \dot{q}_{r3}); \\
 Y_{15} &= \cos q_2\ddot{q}_{r1} - \frac{1}{2}\sin q_2\dot{q}_2\dot{q}_{r1} - \frac{1}{2}\sin q_2\dot{q}_1\dot{q}_{r2}; \\
 Y_{16} &= \frac{1}{2}(\cos q_3 + \cos(2q_2 + q_3))\ddot{q}_{r1} - \\
 &- \frac{1}{2}\left[\sin(2q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \frac{1}{2}\dot{q}_3) + \frac{1}{2}\sin q_3\dot{q}_3\right]\dot{q}_{r1} - \\
 &- \frac{1}{2}\left[\sin(2q_2 + q_3)(\dot{q}_{r2} + \frac{1}{2}\dot{q}_{r3}) + \frac{1}{2}\sin q_3\dot{q}_{r3}\right]\dot{q}_1; \\
 Y_{27} &= \cos q_2; \quad Y_{28} = \cos(q_2 + q_3); \\
 Y_{22} &= \ddot{q}_{r2} + \frac{1}{2}\sin(2q_2)\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \\
 Y_{23} &= \ddot{q}_{r2} + \ddot{q}_{r3} + \frac{1}{2}\sin(2q_2 + 2q_3)\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \\
 Y_{24} &= \frac{1}{2}\sin(q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \quad Y_{25} = \frac{1}{2}\sin q_2\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \\
 Y_{26} &= \cos q_3 \ddot{q}_{r2} + \frac{1}{2}\cos q_3\ddot{q}_{r3} + \frac{1}{2}\sin(2q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_{r1} - \\
 &- \frac{1}{2}\sin q_3\dot{q}_3\dot{q}_{r2} - \frac{1}{2}\sin q_3(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_{r3}; \\
 Y_{33} &= \ddot{q}_{r2} + \ddot{q}_{r3} + \frac{1}{2}\sin(2q_2 + 2q_3)\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \\
 Y_{34} &= \frac{1}{2}\sin(q_2 + q_3)\dot{q}_1\dot{q}_{r1}; \\
 Y_{36} &= \frac{1}{2}\cos q_3\ddot{q}_{r2} + \frac{1}{4}[\sin q_3 + \sin(2q_2 + q_3)]\dot{q}_1\dot{q}_{r1} + \\
 &+ \frac{1}{2}\sin q_3\dot{q}_2\dot{q}_{r2}; \quad Y_{38} = \cos(q_2 + q_3).
 \end{aligned}$$

Подставив вычисленный регрессор (13) в адаптивный закон (3) и алгоритмы настройки (4), получим искомую адаптивную систему, построенную по методу вычисленного момента.

Адаптивная система управления трехступенным жестким манипулятором, построенная по методу мажорирующих функций. При построении такой адаптивной системы используются только общие свойства математического описания многостепенных объектов, записанных в виде (5), (6), поэтому для любого трехступенного манипулятора уравнения адаптивных систем будут иметь одинаковый вид (8)–(12).

Неадаптивные управления $u_i^H(q_i, \dot{q}_i)$; $i = \overline{1, n}$ можно рассчитать, например, методом подчиненного управления, который эффективно решает

задачи формирования локальной динамики жестких следящих систем.

Компьютерное исследование работоспособности адаптивных систем и их сравнительной эффективности. Компьютерные исследования нелинейной взаимосвязанной модели трехступенного манипулятора (см. рис. 1) проводились со следующими числовыми параметрами его сочленений:

- 1) $l_1 = 0.4$ м, $m_1 = 50$ кг;
- 2) $l_2 = 1.5$ м, $m_2 = 30$ кг;
- 3) $l_2 = 1.2$ м, $m_3 = 35, 100$ кг;

На рис. 2–5 показаны результаты отработки манипулятором плоской программной траектории (в плоскости xOz) при двух значениях массы третьего m_3 сочленения (схвата):

$$\text{I. } q_1^0 = 0; \quad q_2^0 = 3 \sin 4\pi t; \quad q_3^0 = 2 \sin 2\pi t; \\
 (m_3 = 35 \text{ кг}) - \text{рис. 2.}$$

$$\text{II. } q_1^0 = 0; \quad q_2^0 = 3 \sin 4\pi t; \quad q_3^0 = 2 \sin 2\pi t; \\
 (m_3 = 100 \text{ кг}) - \text{рис. 3.}$$

$$\text{III. } q_1^0 = 0; \quad q_2^0 = 3 \sin 6\pi t; \quad q_3^0 = 2 \sin 3\pi t; \\
 (m_3 = 100 \text{ кг}) - \text{рис. 4.}$$

$$\text{IV. } q_1^0 = 0; \quad q_2^0 = 3 \sin 8\pi t; \quad q_3^0 = 2 \sin 4\pi t; \\
 (m_3 = 100 \text{ кг}) - \text{рис. 5.}$$

Каждый рисунок содержит три экранные реализации: *a* – с неадаптивным (подчиненным) локальным управлением; *b* – с адаптивным управлением, построенным по методу мажорирующих функций; *в* – с адаптивным управлением, построенным по методу вычисленного момента. В каждой экранной реализации посещены по две траектории: программная (они одинаковы при одной и той же массе схвата) и реальные. Из рис. 2–5, *a* очевидно, что реальные траектории значительно отклоняются от программных, поэтому реальные траектории с неадаптивным управлением неудовлетворительны.

В то же время реальные траектории на рис. 2–4, *b, в* близки к программным и почти не различны для обоих видов адаптивных систем, и только на рис. 5, *b, в* при увеличении частоты программных траекторий в два раза и массы схвата (от 35 до 100 кг) траекторные ошибки становятся заметными.

На рис. 6 показаны временные диаграммы в координатах: время (*c*) – угол (рад) программного $q_2^0(t) = 0$ и реального $q_2(t)$ движений второго

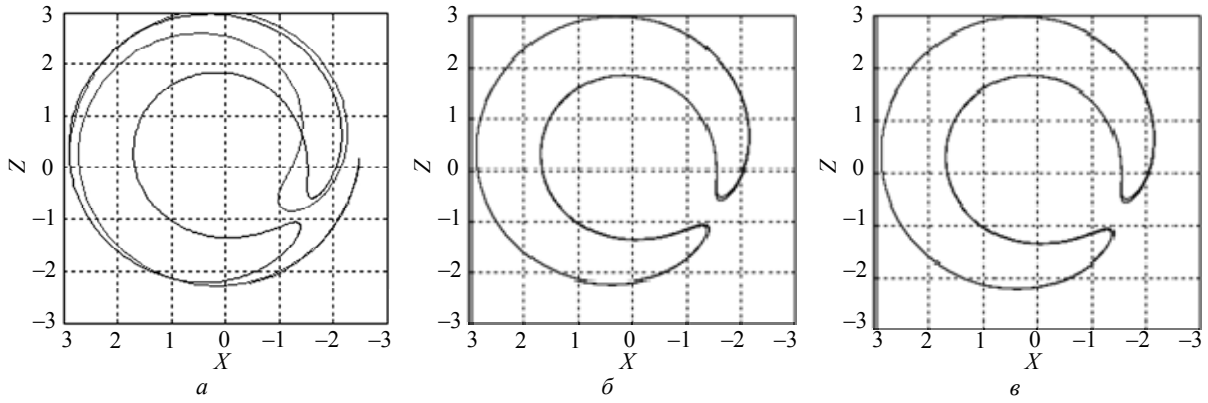


Рис. 2

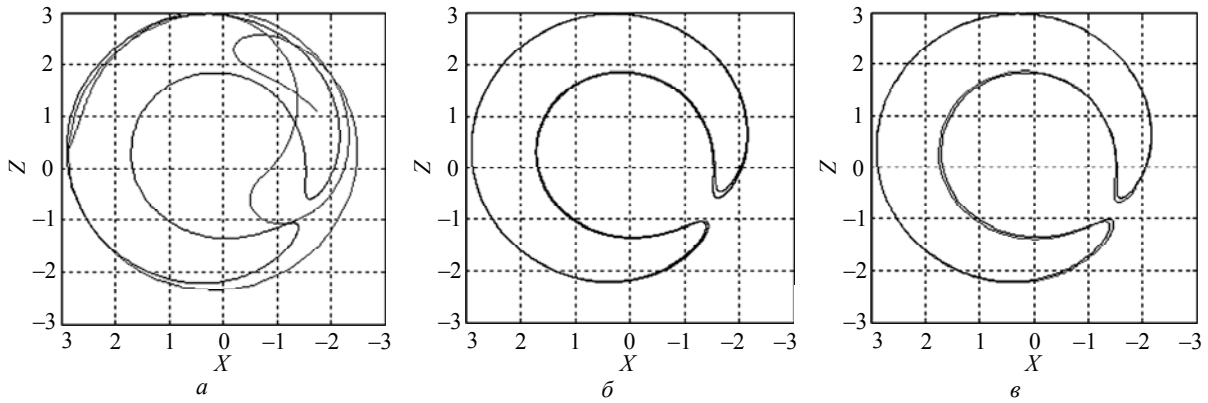


Рис. 3

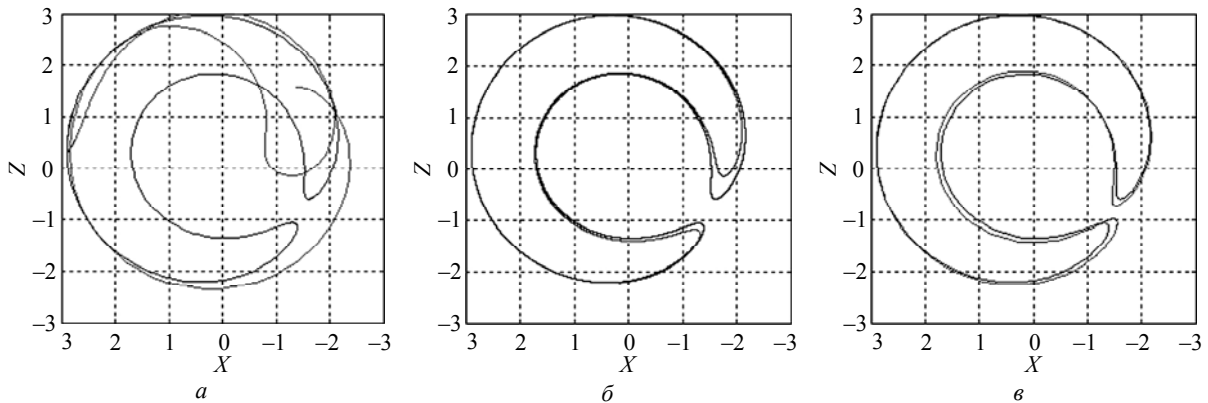


Рис. 4

сочленения, иллюстрирующих влияние на него движения третьего сочленения $q_3^0 = 2 \sin 4\pi t$. Видно, что отклонение неподвижного второго сочленения от нуля при условии, что программные управления, воздействующие на первое и второе сочленения, равны нулю $q_1^0 = q_2^0 = 0$, является реакцией его на движение сочленения вследствие динамической взаимосвязанности сочленений. Особенно заметно это на рис. 6, а при неадаптивном управлении, тогда как при обоих видах адаптивного управления, как это видно из экранных реализаций рис. 6, б, в, реакции взаимовлияния почти полностью подавляются (снижаясь более чем в 10 раз, если сравнивать рис. 6, а и в).

Программные движения подаются на входы $q_1^0 = 0; q_2^0 = 3 \sin 4\pi t; q_3^0 = 2 \sin 2\pi t$ – рис. 2, 3.

Программные движения подаются на входы $q_1^0 = 0; q_2^0 = 3 \sin 6\pi t; q_3^0 = 2 \sin 3\pi t$ – рис. 4.

Программные движения подаются на входы $q_1^0 = 0; q_2^0 = 3 \sin 8\pi t; q_3^0 = 2 \sin 4\pi t$ – рис. 5.

Выводы:

1. Оба рассмотренных адаптивных подхода близки по эффективности применения.
2. Расчет адаптивных систем, построенных методом вычисленного момента, трудоемок и осуществляется для каждого конкретного механического объекта, поэтому построение этих адаптивных систем носит индивидуальный характер.

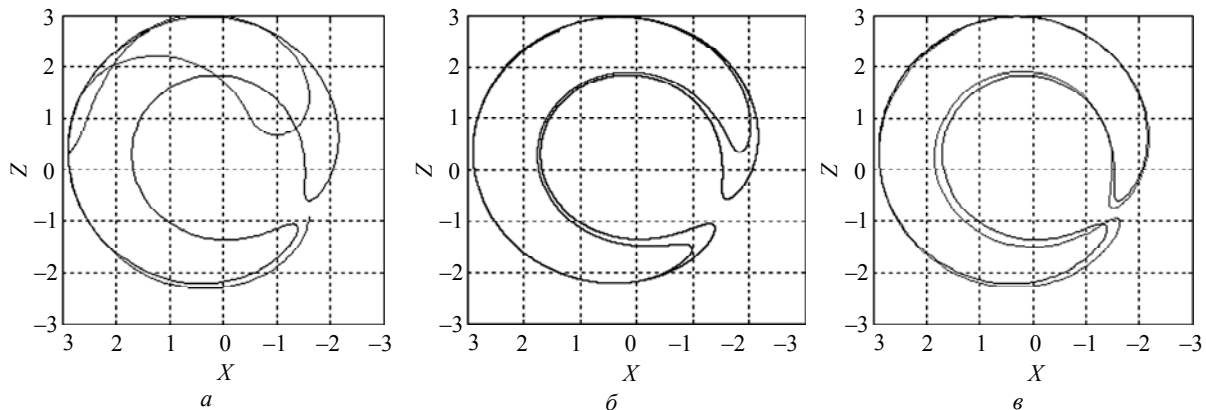


Рис. 5

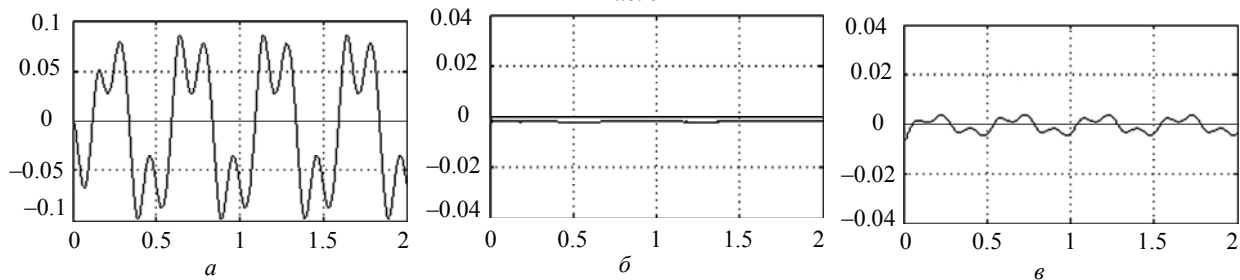


Рис. 6

3. Адаптивные системы, построенные по методу мажорирующих функций, не требуют никакого знания о конкретном математическом описании объекта, кроме задания числа его степеней подвиж-

ности n , и поэтому носят универсальный характер, обслуживая целый класс механических объектов с фиксированным числом степеней свободы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.
2. Андриевский Б. Р., Стоцкий А. А., Фрадков А. Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления и адаптации. Обзор // Автоматика и телемеханика. 1988. № 12. С. 3–39.
3. Slotine J.-J. E., Li W. On the adaptive control of robot manipulators // Int. J. of Robotics Research. 1987. Vol. 6, № 3. P. 49–58.
4. Slotine J.-J. E., Li W. Adaptive Manipulator Control: A Case Study // IEEE trans. on automatic control. 1988. Vol. 33, № 11.
5. Путов В. В., Шелудько В. Н. Новый подход в построении беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами с неопределенным описанием // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. Автоматизация и управление. 2008. Вып. 4. С. 37–50.

6. Путов В. В., Лебедев В. В., Путов А. В. Адаптивные системы управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, построенные по их упрощенным моделям с мажорирующими функциями // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 10. С. 49–55.

7. Обобщение метода мажорирующих функций в задачах адаптивного управления нелинейными динамическими объектами / В. В. Путов, И. Г. Полушин, В. В. Лебедев, А. В. Путов // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 8. С. 85–94.

8. О работоспособности адаптивных систем управления нелинейными механическими объектами, построенными по их упрощенным моделям с мажорирующими функциями / В. В. Путов, А. В. Путов, К. В. Игнатъев, М. М. Копычев, Нгуен Тиен Тхан // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2014. № 7. С. 56–60.

V. V. Putov, Tien Thang Nguyen, V. N. Sheludko
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

ADAPTIVE CONTROL OF MULTIGRADE NONLINEAR MECHANICAL OBJECTS

This paper describes application of calculated torque method and majorizing functions method to the synthesis of adaptive control systems with rigid multi degree of freedom interconnected nonlinear mechanical plants.

Searchless adaptive systems, the method of speed gradient, calculated torque method, majorizing functions method, rigid multi degree of freedom interconnected nonlinear mechanical plant, hard suffrage nonlinear mechanical object, path motion, computerized testing, manipulation robot