



УДК 534.232

Б. Г. Степанов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## О влиянии конечности волнового размера излучающих накладок стержневого преобразователя с фазированным возбуждением секций на его частотные характеристики

Численно показана возможность учета и коррекции негативного влияния реактивной составляющей сопротивления излучения на частотные характеристики стержневых преобразователей с фазированным возбуждением, которое реализуется в соответствии с решением задачи синтеза.

### Стержневой преобразователь, синтез частотных характеристик, фазированное возбуждение

При построении гидроакустических антенн из широкополосных преобразователей, а также при необходимости сканирования характеристики направленности следует учитывать волновые размеры излучающих апертур преобразователей и взаимодействие их по полю друг с другом. Вопросы определения взаимных сопротивлений излучения и степени их влияния на работу преобразователей связаны с их расположением в антенне и ее конкретным построением. Многие из этих вопросов рассмотрены в специальной литературе, например в [1]. В данной статье основное внимание будет уделено влиянию сопротивления излучения на амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) излучения стержневых преобразователей с фазированным возбуждением их секций, а также на частотные зависимости возбуждающих эти секции электрических напряжений, в зависимости от волновых размеров излучающих апертур.

Рассмотрим модель стержневого преобразователя (рис. 1), содержащего пьезостержень, электрически разделенный на две секции 1 и 2 с параллельным соединением пьезокерамических шайб в каждой из них, армированного стяжкой 3 и нагруженного своими торцами на произвольные входные импедансы  $Z_V$  и  $Z_W$ . Секции пьезостержня возбуждаются электрическими напряжениями  $U_1 =$

$= U_{1m}(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)}$  и  $U_2 = U_{2m}(\omega)e^{j\varphi_2(\omega)}$ , где  $U_{1m}(\omega)$  и  $U_{2m}(\omega)$  – амплитуды;  $\varphi_1(\omega)$  и  $\varphi_2(\omega)$  – фазы, в общем случае зависящие от частоты  $\omega$ . Выражения для амплитуд колебательной скорости на левом ( $x = 0$ ) и правом ( $x = L$ ) торцах пьезостержня в соответствии с результатами работ [2], [3] могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(0) = N \{ & [U_2/U_1 - \cos \psi + (1 - U_2/U_1) \cos(1-p)\psi] \times \\ & \times \sin \alpha \psi + A_0 [\sin p\psi + S_1(\psi) U_2/U_1] - \\ & - (A_0 \cos \alpha \psi - jA_W \sin \alpha \psi) \times \\ & \times [S_2(\psi) + \sin(1-p)\psi U_2/U_1] \} / \Delta; \quad (1) \end{aligned}$$

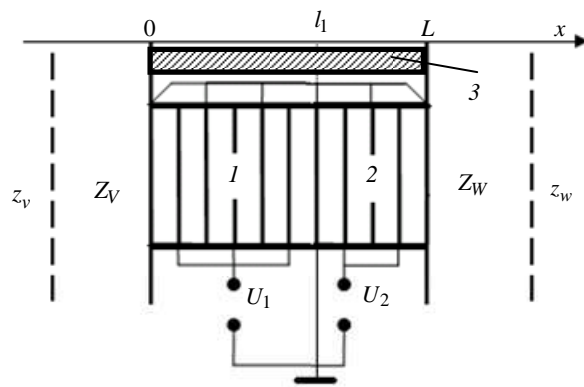


Рис. 1

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(l) = & -N \left\{ [1 - \cos p\psi + (\cos p\psi - \cos \psi) U_2/U_1] \times \right. \\ & \times \sin \alpha\psi + A_0 [S_2(\psi) + \sin(1-p)\psi U_2/U_1] - \\ & - (A_0 \cos \alpha\psi - jA_V \sin \alpha\psi) \times \\ & \left. \times [\sin p\psi + S_1(\psi) U_2/U_1] \right\} / \Delta, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta = & (A_V + A_W) (A_0 \sin \psi \cos \alpha\psi + \sin \alpha\psi \cos \psi) - \\ & - j(1 + A_0^2 + A_V A_W) \sin \alpha\psi \sin \psi - j2A_0 \times \\ & \times (1 - \cos \alpha\psi \cos \psi); S_1(\psi) = \sin \psi - \sin p\psi; \\ & S_2(\psi) = \sin \psi - \sin(1-p)\psi; \\ & A_{V,W} = Z_{V,W} / (zS); A_0 = z_0 S_0 / (zS); \end{aligned}$$

$p = l_1/L$  – относительная длина первой секции;  $\psi = kL$  ( $k = \omega/c$ , где  $c$  – скорость звука в пьезостержне);  $z_0$  и  $S_0$ ,  $z$  и  $S$  – удельные импедансы и площади поперечного сечения армирующей стяжки и пьезостержня;  $N = d_{33} U_1 / (zt S_{33}^E)$  – масштабирующий множитель ( $d_{33}$  – пьезомодуль;  $S_{33}^E$  – упругая податливость;  $t$  – межэлектродное расстояние). Для определенности нормирование здесь осуществлено к электрическому напряжению  $U_1$ . Используя (1) и (2), запишем выражения для амплитуд колебательных скоростей внешних излучающих торцов преобразователя  $\dot{\xi}_V$  и  $\dot{\xi}_W$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_V(\psi) = & K_V \dot{\xi}(0) = F_V^*(\psi) N; \\ \dot{\xi}_W(\psi) = & K_W \dot{\xi}(L) = F_W^*(\psi) N. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $K_V$  и  $K_W$  – коэффициенты передачи по колебательной скорости через систему плоскопараллельных слоев с входными импедансами  $Z_V$  и  $Z_W$ , определяемые по рекуррентным соотношениям [4], в которых принято:  $k_{qv,w} = \omega/c_{qv,w}$ ;  $\Psi_{qv,w} = k_{qv,w} l_{qv,w} = a_{qv,w} \psi$ , где  $\Psi_{qv,w}$ ,  $l_{qv,w}$ ,  $c_{qv,w}$ ,  $z_{qv,w}$  – соответственно, волновой размер, толщина, скорость звука и удельный импеданс  $q$ -го слоя;  $q = 1, 2, \dots$ . Функции  $F_V^*(\psi)$  и  $F_W^*(\psi)$  в (3) в общем случае являются комплексными и могут быть записаны как  $F_V^*(\psi) = F_V(\psi) e^{j\varphi_V(\psi)}$  и  $F_W^*(\psi) = F_W(\psi) e^{j\varphi_W(\psi)}$ , где  $F_V(\psi)$ ,  $F_W(\psi)$  и  $\varphi_V(\psi)$ ,  $\varphi_W(\psi)$  – амплитуды и фазы. Конкретное

задание этих функций при решении задач синтеза по сути дела определяет АЧХ и ФЧХ преобразователя при излучении им соответствующими торцами (в зависимости от поставленной задачи) и позволяет определить необходимые для этого соотношения между возбуждающими электрическими напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ .

В [2], [3] рассматривались два варианта решения задачи синтеза для модели преобразователя (см. рис. 1) при условии достаточной нагруженности его внешних торцов на внешние среды с импедансами  $z_v$  и  $z_w$  (предполагаемая работа в составе антенны). В [2] рассматривалась возможность формирования широкополосного (фронтального) излучения, для которого во всей полосе рабочих частот задавались постоянство АЧХ излучения  $F_V(\psi) = \text{const}$  и линейность ФЧХ излучения  $\varphi_V(\psi)$ , а в [3] – полной компенсации тыльного излучения, для которой задавалось  $F_W^*(\psi) = 0$ . С учетом этих условий излучения из (1)–(3) могут быть определены необходимые соотношения для возбуждающих электрических напряжений  $U_1$  и  $U_2$ , которые и будут обеспечивать выполнение указанных режимов работы преобразователя  $U_2/U_1 = U_{21}^{(F)}(\psi)$  или  $U_2/U_1 = U_{21}^{(T)}(\psi)$ :

$$\begin{aligned} U_{21}^{(F)}(\psi) = & \Delta F_V^*(\psi) + K_V \{ \sin \alpha\psi \times \\ & \times [ \cos \psi - \cos(1-p)\psi ] + \\ & + A_0 [ S_2(\psi) \cos \alpha\psi - \sin p\psi ] - \\ & - jA_W \sin \alpha\psi S_2(\psi) \} / K_V \times \\ & \times \{ \sin \alpha\psi [ 1 - \cos(1-p)\psi ] + \\ & + A_0 [ S_1(\psi) - \cos \alpha\psi \sin(1-p)\psi ] + \\ & + jA_W \sin(1-p)\psi \sin \alpha\psi \}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} U_{21}^{(T)}(\psi) = & \{ (1 - \cos p\psi) \sin \alpha\psi + \\ & + A_0 [ S_2(\psi) - \sin p\psi \cos \alpha\psi ] + \\ & + jA_V \sin p\psi \sin \alpha\psi \} / \{ (\cos \psi - \cos p\psi) \times \\ & \times \sin \alpha\psi + A_0 [ S_1(\psi) \cos \alpha\psi - \sin(1-p)\psi ] + \\ & + jA_V S_1(\psi) \sin \alpha\psi \}. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно расчетной модели для преобразователя с фазированным возбуждением (см. рис. 1), учет изменения характера нагруженности внешних излучающих поверхностей в зависимости от

их волновых размеров можно выполнить с помощью понятия входных импедансов  $Z_V$  и  $Z_W$ , которые, в частности, для системы плоскопараллельных слоев можно записать в виде рекуррентных соотношений [4]

$$Z_{V,W}^{(q)} = z_{qv,w} S_{V,W}^{(q)} \times \frac{Z_{V,W}^{(q-1)} \cos \psi_{qv,w} - j z_{qv,w} S_{V,W}^{(q)} \sin \psi_{qv,w}}{z_{qv,w} S_{V,W}^{(q)} \cos \psi_{qv,w} - j Z_{V,W}^{(q-1)} \sin \psi_{qv,w}}$$

где  $Z_{V,W}^{(q)}$  – входной импеданс слоя с номером  $q$ ;  $S_{V,W}^{(q)}$  – площадь поперечного сечения  $q$ -го слоя при излучении во фронтальном (индекс  $V$ ) и в тыльном (индекс  $W$ ) направлениях. При выполнении расчетов предполагается, что нумерация слоев ведется от соответствующих полубесконечных сред с удельными импедансами  $z_v$  и  $z_w$ . Для слоя, (накладки) контактирующего с внешней средой, в которую происходит излучение, можно записать:

$$Z_{V,W}^{(1)} = z_{1v,w} S_{V,W}^{(1)} \times \frac{Z_{V,W}^{(изл)} \cos \psi_{1v,w} - j z_{1v,w} S_{V,W}^{(1)} \sin \psi_{1v,w}}{z_{1v,w} S_{V,W}^{(1)} \cos \psi_{1v,w} - j Z_{V,W}^{(изл)} \sin \psi_{1v,w}}$$

где в общем случае  $Z_{V,W}^{(изл)} = z_{v,w} S_{V,W}^{(1)} (\alpha - j\beta)$  – сопротивление излучения для внешних слоев (накладок) преобразователя ( $\alpha$  и  $\beta$  – активная и реактивная нормированные компоненты сопротивления излучения). Будем считать, что площади поперечного сечения слоев (накладок) во фронтальном и тыльном направлениях не изменяются, т. е.  $S_{V,W}^{(q)} = S_{V,W}$ . Это предположение принципиально не отражается на существе рассматриваемого вопроса. В общем случае компоненты сопротивления излучения  $\alpha$  и  $\beta$  зависят от волновых размеров внешних накладок, конфигурации их поперечного сечения и взаимного расположения преобразователей в антенне.

При выполнении расчетов в [2], [3] предполагалось, что  $Z_{V,W}^{(изл)} = z_{v,w} S_{V,W}$ , т. е. нагрузка являлась чисто активной. Для оценки степени влияния комплексного характера сопротивления излучения воспользуемся представлением  $Z_{V,W}^{(изл)}$  для круглого поршня в экране (например, работа одного преобразователя в составе антенны при условии заторможенности других):

$$Z_{V,W}^{(изл)} = z_{v,w} S_{V,W} \times \left[ 1 - J_1(2k_B R)/(k_B R) + j S_1(2k_B R)/(k_B R) \right], \quad (6)$$

где  $J_1(2k_B R)$  и  $S_1(2k_B R)$  – функции Бесселя и Струве первого порядка;  $R$  – радиус поршня (излучающей накладке преобразователя);  $k_B R = \psi \frac{c}{c_B} \frac{R}{L}$  – волновой размер круглого поршня ( $c_B$  – скорость звука в воде). Поскольку для большинства современных составов пьезокерамики отношение  $c/c_B \approx 1.9...2.3$ , т. е. примерно равно 2, то основное влияние на степень нагруженности преобразователя будет оказывать значение параметра  $R/L$ . Влияние взаимных сопротивлений излучения со стороны других преобразователей антенны, при необходимости, может быть учтено добавлением их к выражению (6). При этом следует также учитывать соотношение амплитуд колебательных скоростей  $\dot{\xi}_{jV}(\psi)$  преобразователей, образующих антенну [1]. Если межцентровое расстояние преобразователей в антенне  $d_{Ц} \geq \lambda_B/2$ , где  $\lambda_B$  – длина волны в воде, то влиянием взаимных сопротивлений излучения по сравнению с собственным сопротивлением излучения преобразователя можно пренебречь [1].

Рассмотрим влияние сопротивления излучения

$$Z_V^{(изл)} = z_v S_V \times \left[ 1 - J_1(2k_B R)/(k_B R) + j S_1(2k_B R)/(k_B R) \right]$$

на примере решения задачи синтеза, когда выполняется условие (4) и задаются АЧХ и ФЧХ излучения во фронтальном направлении, для односторонне нагруженного преобразователя с параметрами:  $z = 25 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $p = 0.5$ ;  $\gamma_0 = S_0/S = 0$ ;  $\gamma_V = S_{qV}/S = 1$ ;  $\gamma_W = S_{qW}/S = 1$ ;  $a_{1v} = 0.5$ ;  $z_{1v} = 5 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $a_{qW} = 0$ ;  $z_v = 1.5 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $z_w = 0$ . Для этого случая на рис. 2 приведены результаты расчетов нормированной АЧХ излучения  $\dot{\xi}_{jV}(\psi)$  во фронтальном направлении ( $F_V(\psi) = 0.25$ ; полоса пропускания  $\Delta f/f \approx 2.1$  октавы) и ФЧХ излучения  $\varphi_V(\psi) = \psi$ , а на рис. 3 – обеспечивающие реализацию этих характеристик частотные зависимости отношения амплитуд  $U_F(\psi) = |U_{21}^{(F)}(\psi)|$  и разности фаз  $\Delta\varphi_F = \arg U_{21}^{(F)}(\psi)$  возбуждающих электрических

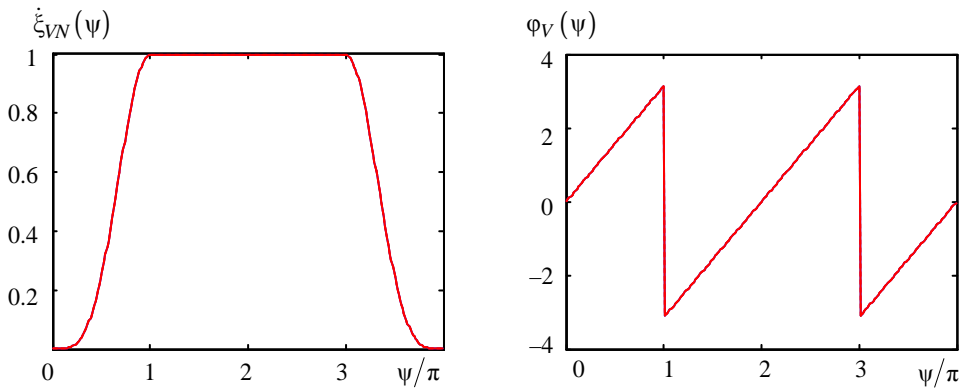


Рис. 2

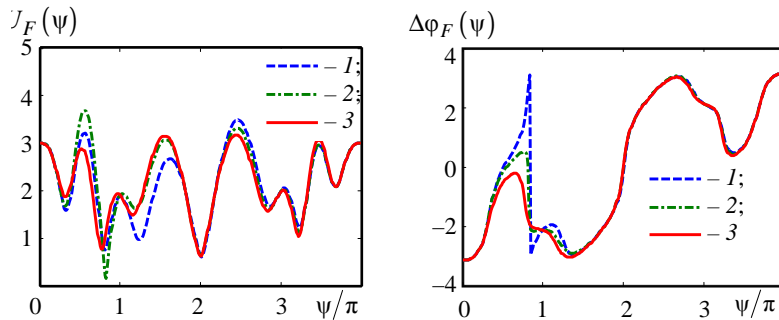


Рис. 3

напряжений. Выбранный здесь уровень излучения  $F_V(\psi)$  соответствует излучению преобразователя с синфазным возбуждением пьезостержня и одной согласующей накладкой ( $\Delta f/f \approx 50\%$  или 0.74 октавы). Нормирование АЧХ излучения здесь и для последующих примеров расчетов выполнено к ее максимальному значению в рассмотренном диапазоне частот. Номера кривых для рис. 3 соответствуют: 1 –  $R/L=0.5$ ; 2 –  $R/L=1$ ; 3 –  $Z_V^{(изл)} = z_v S_V$ , т. е. случаю чисто активной нагрузки (практически, когда  $R/L > 2$ ). Поскольку частотная зависимость отношения возбуждающих напряжений  $U_2/U_1 = U_{21}^{(F)}(\psi)$  определяется, когда задаются АЧХ и ФЧХ излучения преобразователя, то вид последних не зависит от отношения  $R/L$ . Что касается частотных зависимостей  $U_F(\psi)$  и  $\Delta\phi_F(\psi)$ , то они зависят от отношения  $R/L$ , причем наиболее заметные различия в их поведении появляются при  $R/L < 1$  и в основном в частотном диапазоне  $\psi \leq 1.5\pi$ . Таким образом, при возбуждении преобразователя в соответствии с решением задачи синтеза изменение характера его нагруженности может быть достаточно просто учтено путем коррекции сигнала, подаваемого на вторую секцию пьезостержня [5], [6].

В случае когда рассматривается задача анализа и характер излучения преобразователем определяется заданными частотными зависимостями отношения амплитуд  $U_{21}(\psi) = U_{2m}/U_{1m}$  и разности фаз  $\Delta\phi_{21}(\psi) = \phi_2 - \phi_1$  возбуждающих напряжений, влияние сопротивления излучения  $Z_V^{(изл)}$  будет проявляться на виде АЧХ и ФЧХ излучения. На рис. 4 и 5 приведены примеры формирования широкополосных АЧХ излучения и соответствующих им ФЧХ при фазированном возбуждении двухсекционного пьезостержня. При этом удобно принять  $U_1 = \text{const}$  во всем рассматриваемом диапазоне частот и  $\phi_1 = 0$ . Тогда электрическое напряжение  $U_2$  будет корректирующим, законы изменения амплитуды и фазы которого будут для рис. 4 соответственно:  $U_2(\psi) = U_{21}(\psi) = [1.1 + 0.8 \sin^2(\psi/4)]$  и  $\phi_2(\psi) = \Delta\phi_{21}(\psi) = -\pi(1 - \psi/2\pi)$ , а для рис. 5:  $U_2(\psi) = (0.7\psi/\pi + 0.2)$  и  $\phi_2(\psi) = 1.26\psi/\pi - \pi$ . Структурные параметры преобразователя для рис. 4:  $z_v = 1.5 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с/м}$ ;  $z_w = 0$ ;  $z = 25 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с/м}$ ;  $p = 0.5$ ;  $\gamma_0 = 0$ ;  $\gamma_V = 4$ ;  $\gamma_W = 1$ ;  $a_{1V} = 0.25$ ;  $z_{1V} = 3 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с/м}$ ;  $a_{qW} = 0$ ; полоса пропускания для кривой 3 АЧХ излучения  $\Delta f/f \approx 2$  окта-

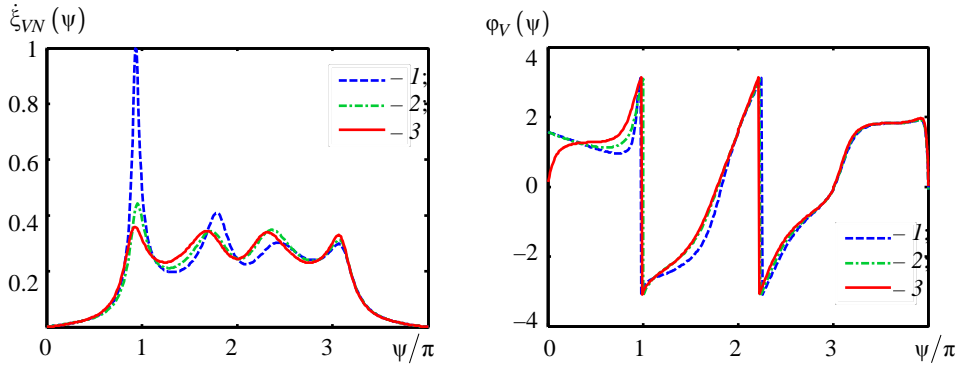


Рис. 4

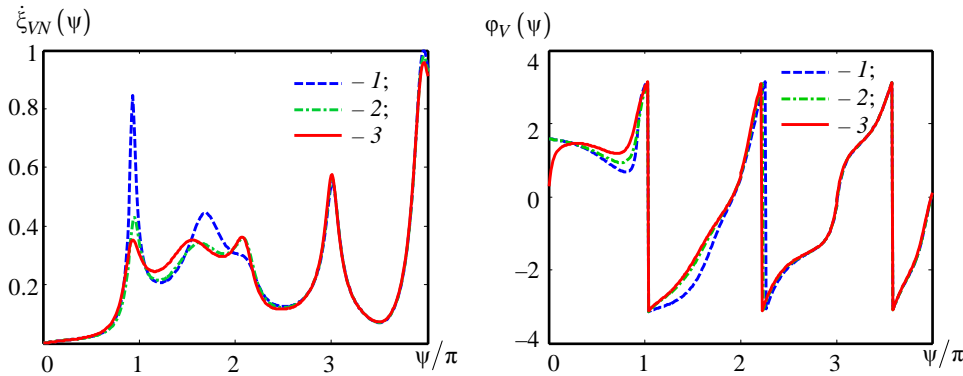


Рис. 5

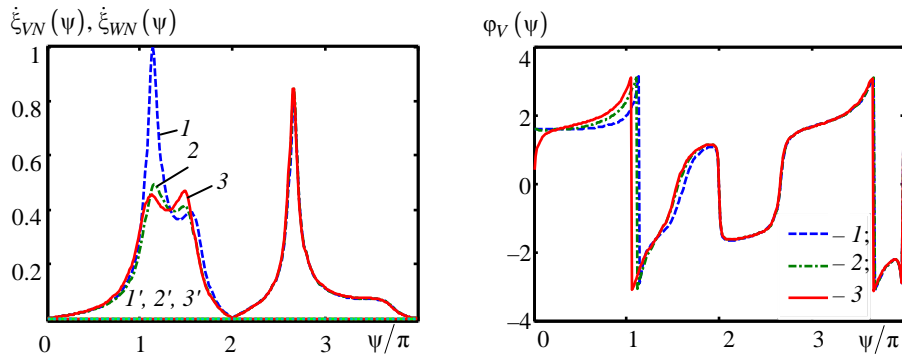


Рис. 6

вы, а для рис. 5:  $z_v = 1.5 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $z_w = 0$ ;  $z = 25 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $p = 0.35$ ;  $\gamma_0 = 0$ ;  $\gamma_V = 2$ ;  $\gamma_W = 1$ ;  $a_{1v} = 0.33$ ;  $z_{1v} = 3.6 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $a_{qW} = 0$ ; полоса пропускания для кривой 3 АЧХ излучения  $\Delta f/f \approx 1.5$  октавы. Номера кривых для обоих рисунков соответствуют: 1 –  $R/L = 0.5$ ; 2 –  $R/L = 1$ ; 3 –  $Z_V^{(изл)} = z_v S_V$ . Как видно, основные искажения АЧХ и ФЧХ излучения в обоих случаях наблюдаются в области сравнительно низких частот, когда ухудшается нагруженность преобразователей и увеличивается влияние реактивной компоненты сопротивления излучения. При этом нарушается широкополосность преобразователей

(например, по уровню –3 дБ). Компоновка преобразователей в антенны исправляет эту ситуацию, поскольку  $Z_V^{(изл)}$  приближается к случаю чисто активной нагрузки  $z_v S_V$ .

При задании функции излучения в виде  $F_W^*(\psi) = 0$  и выполнении условия компенсации тыльного излучения (5) частотная зависимость сопротивления излучения, а особенно его реактивная составляющая, не будет сказываться только на тыльном излучении  $\xi_{wN}(\psi)$  (рис. 6, кривые 1', 2' и 3'). Что касается АЧХ  $\xi_{vN}(\psi)$  и ФЧХ  $\phi_V(\psi)$  излучения во фронтальном направлении и частотных зависимостей возбуждения  $U_T(\psi) =$

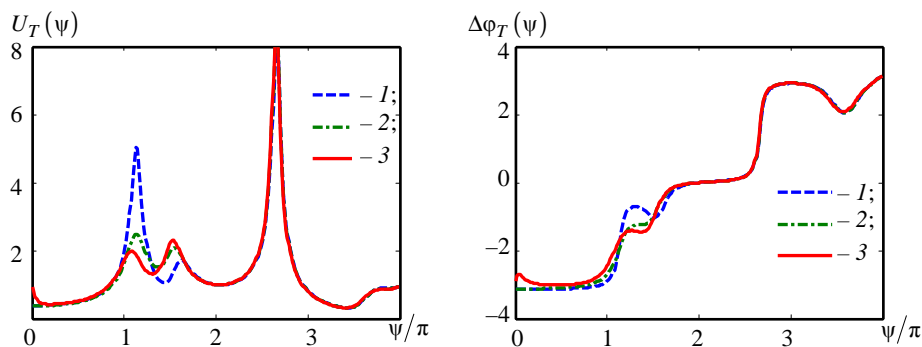


Рис. 7

$= |U_{21}^{(T)}(\psi)|$  и  $\Delta\varphi_T(\psi) = \arg U_{21}^{(T)}(\psi)$ , то они оказываются зависимыми от сопротивления излучения, определяемого в данном случае выражением (6). В качестве примера на рис. 6 и 7 приведены результаты расчета для указанных частотных характеристик стержневого преобразователя, определяемого следующими параметрами:  $z = 25 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $p = 0.5$ ;  $\gamma_0 = 0$ ;  $\gamma_V = 1$ ;  $\gamma_W = 1$ ;  $z_v = z_w = 1.5 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $a_{1v} = 0.4$ ;  $z_{1v} = 5 \cdot 10^6$  Па · с/м;  $a_{qW} = 0$ . Номера кривых для обоих рисунков соответствуют:  $1(1) - R/L = 0.5$ ;

$2(2) - R/L = 1$ ;  $3(3) - Z_{V,W}^{(изл)} = z_{v,w} S_{V,W}$ . Как и в предыдущих случаях, наиболее заметные различия в поведении АЧХ и ФЧХ проявляются при  $R/L < 1$  и в частотном диапазоне  $\psi \leq 1.5\pi$ .

Представленные результаты расчетов показывают, что фазированное возбуждение стержневых преобразователей, которое осуществляется с целью формирования заданных АЧХ и ФЧХ излучения и в соответствии с решением задачи синтеза, позволяет компенсировать негативное влияние реактивной составляющей сопротивления излучения или проявление нежелательных дифракционных эффектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смартышев М. Д., Добровольский Ю. Ю. Гидроакустические антенны: справ. по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1984. 304 с.
2. Степанов Б. Г. О возможности построения широкополосных стержневых пьезопреобразователей с фазированным возбуждением секций // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 3. С. 407–414.
3. Степанов Б. Г. О возможности построения безэкранных однонаправленных стержневых преобразователей с фазированным возбуждением секций // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 5. С. 699–705.
4. Дианов Д. Б., Кузнецов В. М. Влияние переходных слоёв на частотные характеристики стержневых

5. Степанов Б. Г. Синтез частотных характеристик широкополосных пьезопреобразователей путем фазирования их толщинных колебаний // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. № 3. С. 60–68.
6. Степанов Б. Г. Об экспериментальных исследованиях широкополосных стержневых преобразователей с фазированным возбуждением двух секций // Тр. XII Всерос. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики», СПб., 27–29 мая 2014. СПб.: Наука, 2014. С. 444–448.

B. G. Stepanov

Saint-Petersburg state electrotechnical university «LETI»

### ABOUT INFLUENCE OF AN EXTREMITY OF THE WAVE SIZE OF RADIATING PLATE OF THE ROD TRANSDUCER WITH THE PHASED EXCITATION SECTIONS ON HIS FREQUENCY CHARACTERISTICS

*We numerically showed possibility of the account and correction of negative influence of a the reactive component of radiation impedance on frequency characteristics of rod transducers with the phased excitation which is realised according to the solution of synthesis problems*

**Rod transducer, synthesis frequency characteristics, phased excitation**