

УДК 681.513.6

С. В. Гаврилов, Д. Т. Занг, Д. Х. Чан

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Особенности динамики экзоскелетов с вентильными двигателями с постоянными магнитами

*Показана важность учета при моделировании динамики движения экзоскелета не только динамических взаимосвязей движений механических звеньев, но и зависимости электромагнитных процессов в приводах экзоскелета от положения звеньев. Рассматривается процесс построения модели динамики движения на примере двухсуставного модуля экзоскелета с высокомоментными двигателями с постоянными магнитами. Приводятся результаты моделирования, показывающие качественное отличие динамических процессов движения модуля при учете электромагнитных взаимосвязей. Показана также ограниченная эффективность неадаптивного локального управления электроприводами модуля экзоскелета.*

### Экзоскелет, динамика движения, математическая модель, электропривод, высокомоментный двигатель с постоянными магнитами, неадаптивное управление, мехатронная система

Современные экзоскелеты представляют собой активные многозвенные механизмы. Как правило, в таких механизмах для обеспечения движения по каждой степени подвижности используется отдельный управляемый электропривод. Существует целый ряд подходов, используемых при изучении движения и конструировании таких многозвенных систем. Отметим, что практически все известные результаты получены при рассмотрении экзоскелетов как электромеханических систем, когда модели динамики механической и электроприводной частей строятся отдельно, а затем объединяются в электромеханическую систему, например [1], [2]. Или, если строятся совместно, то при таких допущениях, которые практически сводят на нет взаимовлияние электрической и механической подсистем. Соответственно, и управление приводами экзоскелетов (формирование управляющего момента) строится с ограниченным учетом отмеченного взаимовлияния механического и электрического процессов.

Большой потенциал в повышении эффективности управления электроприводами экзоскелетов заложен, на наш взгляд, в использовании подробных математических моделей динамики движения этих механизмов с учетом взаимовлияния механических и электромагнитных процессов, а также особенностей электронных средств управления. Такой подход принято называть мехатронным. Основное препятствие на этом пути – чрезмерная трудоемкость построения подобных моделей, так как технология формирования математических

выражений требует совместного рассмотрения механических и электромагнитных процессов. Использование компьютерных процедур аналитического формирования уравнений не решает эту проблему, поскольку приводит к таким громоздким конечным выражениям, что их весьма проблематично использовать для анализа особенностей движения экзоскелетов и для построения управления их электроприводами.

Отметим, что применение в электроприводах экзоскелетов современных электрических двигателей, например вентильных с постоянными магнитами, только усиливает взаимосвязанность механических и электромагнитных процессов.

**Модель динамики экзоскелета.** Для построения подробной модели динамики экзоскелета предлагается подход, основанный на использовании уравнений Лагранжа–Максвелла [3]–[6] и компьютерных технологий исследования многозвенных мехатронных систем [7].

Применим для единообразного описания динамики механических и электромагнитных процессов в экзоскелетах уравнения Лагранжа–Максвелла в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_{iM}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_{iM}} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \dot{q}_{iM}} = Q_i \quad (i = 1, \dots, n);$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_{k3}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_{k3}} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \dot{q}_{k3}} = Q_k \quad (1)$$

$$(k = n + 1, \dots, n(p + s)),$$

где  $\mathbf{q}_M = [q_{iM}]_{i=1,n}^T$  – вектор механических обобщенных координат;  $\mathbf{q}_Э = [q_{iЭ}]_{i=n+1,2n}^T$  – вектор электрических обобщенных координат (электрических зарядов);  $Q_i$  – вектор обобщенных сил;  $\vartheta$  – диссипативная функция;  $n$  – число звеньев экзоскелета, а также число электроприводов экзоскелета; индексы  $p$  и  $s$  обозначают количество пар полюсов ротора и обмоток статора  $i$ -го двигателя.

Представим функцию Лагранжа–Максвелла  $\mathcal{L}$  в виде

$$\mathcal{L}(q_{iM}, \dot{q}_{iM}, q_{iЭ}, \dot{q}_{iЭ}) = T(q_{iM}, \dot{q}_{iM}) - P(q_{iM}) + W_{ЭМ}(q_{iM}, \dot{q}_{iЭ}) - W_{ЭЭ}(q_{iM}, q_{iЭ}),$$

где  $T$  – кинетическая энергия;  $P$  – потенциальная энергия;  $W_{ЭМ}(q_{iM}, \dot{q}_{iЭ})$  – электромагнитная энергия приводов;  $W_{ЭЭ}(q_{iM}, q_{iЭ})$  – энергия электрического поля.

Электромагнитная энергия может быть вычислена по формуле

$$W_{ЭМ}(q_{iM}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{r=1}^s L_{kr}^i(q_{iM}) i_{ki} i_{ri}, \quad (2)$$

где  $L_i(q_{iM})$  – матрица индуктивности  $i$ -го двигателя;  $L_{ikr}(q_{iM})$  при  $k=r$  – индуктивность  $k$ -й обмотки электродвигателя, а при  $k \neq r$  – взаимная индуктивность  $k$ -й и  $r$ -й обмоток.

Отметим очень важный для дальнейших исследований факт зависимости индуктивности  $L_{ik} = L_{ik}(q_{iM})$  от механической обобщенной координаты  $q_{iM}$ . Такая зависимость делает невозможным раздельное построение моделей механической и электрической подсистем без потери информации.

Энергия электрического поля приводов может быть вычислена по формуле:

$$W_{ЭЭ}(q_{iM}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \frac{e_k^2}{C_{ik}(q_{iM})},$$

где  $C_{ik} = C_{ik}(q_{iM})$  – электрическая емкость  $k$ -го контура  $i$ -го двигателя.

Вектор обобщенных сил  $Q$  содержит механическую составляющую  $Q_i = M_i = M_{идв} + M_{сопр}$ ,  $i = 1, n$ , представляющую собой момент сил  $i$ -го

звена, и электромагнитную составляющую  $Q_i = \mathcal{U}_i$ ,  $i = n+1, 2n$ , представляющую входное напряжение  $i$ -го электродвигателя.

В указанных уравнениях Лагранжа–Максвелла (1) диссипативная функция  $\vartheta$  состоит из рассеяния энергии в механической конструкции и в электрических цепях:

$$\vartheta = \vartheta_M(q_{iM}, \dot{q}_{iM}) + \vartheta_Э(q_{iЭ}).$$

Диссипативную составляющую механической подсистемы можно представить в матричной форме с помощью диссипативной функции Рэлея [3]:

$\vartheta_M = \frac{1}{2} \dot{q}_{M,T} \Theta \dot{q}_M$ , где  $\Theta = [\varphi_{kj}]^{n \times n}$  – диагональная симметрическая матрица, состоящая из коэффициентов диссипативных сил. Диссипативную функцию электрической подсистемы представим в виде  $\vartheta_Э = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p+s} R_k (\dot{q}_{kЭ})^2$ , где

$R_k$  – сопротивление  $k$ -й обмотки.

Полученная система уравнений Лагранжа–Максвелла (1) содержит  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка для обобщенных механических координат и  $n(p+s)$  дифференциальных уравнений второго порядка для электрических зарядов – электрических обобщенных координат.

Сделаем ряд важных замечаний:

- в состав системы дифференциальных уравнений (1) наряду с кинетической и потенциальной энергией механической конструкции экзоскелета входят электрическая и магнитная энергии приводов экзоскелета. Важно, что взаимосвязанность электромагнитных и механических процессов обусловлена не только наличием соответствующих слагаемых в (1), но еще и явной зависимостью значений электрических параметров от механических координат;

- поскольку обобщенные координаты и силы в (1) имеют явную физическую природу, полученная система (1) легко может дополняться уравнениями электрических преобразовательных устройств и электронных средств управления;

- уравнения Лагранжа–Максвелла (1) не могут быть непосредственно использованы для расчетов. Получение расчетных моделей для подобных систем представляет собой непростую за-

дачу, поскольку сделать это вручную для механизмов с пятью и более степенями подвижности практически невозможно, а большинство методов компьютерного конструирования моделей ограничивается рамками классической механики.

**Управление электроприводами экзоскелета.** До настоящего времени практически нет исследований, посвященных разработке управления непосредственно экзоскелетами. Поэтому будем опираться на исследования в области управления манипуляционными роботами [1], [2], которые подобны экзоскелетам с точки зрения организации движения и для которых применяется ряд подходов, основанных на представлении роботов в виде многостепенных активных механизмов. Один из самых простых подходов – рассмотрение робота как совокупности подсистем, каждая из которых описывает движение по одной степени подвижности. Для каждой подсистемы синтезируется локальный регулятор (адаптивный или неадаптивный), который управляет отдельным приводом без учета влияния других приводов. Очевидно, что простота этого подхода и стала основной причиной его широкого применения в современных роботах. Однако он не дает возможности учесть всю полноту информации о динамике робота, уже заложенную в математической модели вида (1). Вследствие этого управление приводами робота получается не столь эффективным, как в случае мехатронного подхода. Проиллюстрируем это на примере двухзвенного модуля экзоскелета, представляющего собой ногу (или руку) с двумя степенями подвижности.

Движение по каждой степени подвижности модуля обеспечивается электроприводами с высокомоментными вентильными двигателями с постоянными магнитами. Использование таких двигателей позволяет строить прямой, т. е. безредукторный, привод, отличающийся компактностью и надежностью, что очень важно для экзоскелетов. Структурно-функциональная схема управления модуля с локальными регуляторами представлена на рис. 2, а. Для подобных двигателей характерна зависимость индуктивности от углового положения ротора, т. е. от обобщенных механических координат  $q_{iM}$ . Изменение индуктивности приводит, в дополнение к алгоритму управления, к изменению электромагнитного мо-

мента привода  $M_i$ . Эта зависимость может быть фактором, серьезно влияющим на эффективность управления, поэтому должна быть учтена в выражении для момента  $i$ -го двигателя:

$$M_{iД}(L(q_{iM})) = J_{\Sigma}^i \frac{d\omega_i}{dt} + M_c + M_{вз}(q_{iM}, \dot{q}_{iM}, \ddot{q}_{iM}),$$

где  $J_{\Sigma}^i \frac{d\omega}{dt}$  – суммарный динамический момент  $i$ -го звена,  $J_{\Sigma}^i$  – суммарный момент инерции  $i$ -го двигателя и звена;  $M_c$  – момент сопротивления, например вязкого трения;  $M_{вз}(q_{iM}, \dot{q}_{iM}, \ddot{q}_{iM})$  – момент, определяющий взаимное динамическое влияние от других звеньев;

$$M_{iД}(L(q_{iM})) = \frac{1}{2} \frac{\partial W_{эм}(q_{iM})}{\partial q_{iM}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_{iM}} \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^s L_{kj}(q_{iM}) i_{ki}^i j_j$$

– электромагнитный момент двигателя.

Как уже отмечалось, получаемая система дифференциальных уравнений (1) позволяет встраивать модели управляющей электроники. Это дает возможность исследовать влияние микроконтроллерной реализации регуляторов электроприводов.

Полагаем, что зависимость индуктивности обмоток статора двигателя от угловой координаты ротора описывается выражением  $L(q_{iM}) = L_0 + K_L L_0 \cos(q_{iД.э})$ , а взаимоиндуктивность описывается аналогичной формулой  $M(q_{iM}) = M_0 + K_M M_0 \cos(q_{iД.э})$ , где  $K_L$ ,  $K_M$  – коэффициенты зависимости;  $q_{iM}$ ,  $q_{iД.э}$  – механический и электрический углы поворота ротора двигателя (с учетом количества пар полюсов);  $L_0$  – номинальная индуктивность;  $M_0$  – взаимоиндуктивность.

Цель исследования – показать, как предложенный мехатронный подход с использованием компьютерных технологий построения моделей многозвенных мехатронных систем позволяет выявить особенности динамики движения экзоскелета и строить эффективное управление его электроприводами.

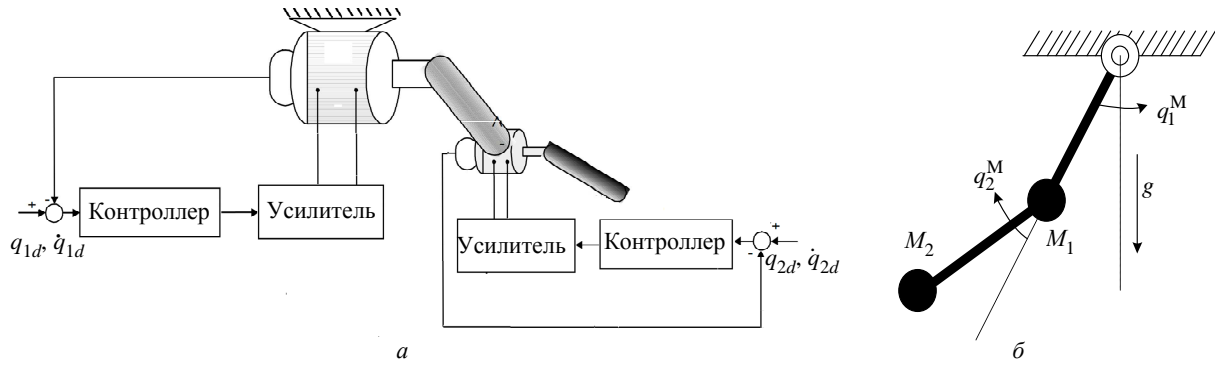


Рис. 1

Таблица 1

Параметр робота	Значение
$M_1$ , кг	8.6
$M_2$ , кг	4.6
$l_1$ , м	0.6
$l_2$ , м	0.49

Таблица 2

Параметр двигателя	Значение
Сопrotивление фазы статора, Ом	0.2
Индуктивность фазы статора, мГн	8.5
Взаимоиндуктивность, мГн	1
Количество пар полюсов	4
Коэффициент ЭДС, В · с	0.175
Напряжение питания, В	160
Момент инерции, кг·м <sup>2</sup>	0.04
Коэффициент трения, Н · м · с	0.005
Коэффициент зависимости	0.5
Такт регулятора, мкс	50

Математическое описание вентильного двигателя с постоянными магнитами и электроприводов, построенных на его основе, достаточно подробно рассмотрено в [7]–[12]. Заметим, что современные силовые преобразователи, используемые в таких электроприводах, имеют настолько быструю собственную динамику по сравнению с характеристиками механической части, что их влияние на движение экзоскелета можно не учитывать.

Кинематическая схема рассматриваемого модуля представлена на рис. 1, а и б. Значения парамет-

ров модуля, представленные в табл. 1, 2, соответствуют параметрам реального экзоскелета.

Режим движения модуля выбран близким к движению ноги экзоскелета при ходьбе [13]–[15]. Заданные траектории движения имеют вид (рис. 2, кривая 1 –  $q_{d1}$ , кривая 2 –  $q_{d2}$ ):

$$\begin{aligned} q_{d1} &= -0.031 \cos(5.476t) - 0.3 \sin(5.476t), \\ q_{d2} &= 0.3021 \sin(2.44t) - 0.201 \cos(2.44t). \end{aligned} \quad (4)$$



Рис. 2

Математическую модель модуля представим в виде

$$M(q_M) \ddot{q}_M + C(q_M, \dot{q}_M) \dot{q}_M + G(q_M) = Q,$$

где

$$\begin{aligned} M(q_M) &= \begin{bmatrix} J_d^1 + (M_1 + M_2)l_1^2 + M_2l_2^2 + 2M_1l_1l_2 \cos q_{2M} & M_2l_2^2 + M_2l_1l_2 \cos q_{2M} \\ M_2l_2^2 + M_2l_1l_2 \cos q_{2M} & J_d^2 + M_2l_2^2 \end{bmatrix}; \\ C(q_M, \dot{q}_M) &= \begin{bmatrix} 0 & -M_2l_1l_2(2\dot{q}_{1M} + \dot{q}_{2M}) \sin q_{2M} \\ -M_2l_1l_2\dot{q}_{2M} \sin q_{2M} & 0 \end{bmatrix}; \\ G(q_M) &= \begin{bmatrix} -(M_1 + M_2)gl_1 \sin q_{1M} - M_2gl_2 \sin(q_{1M} + q_{2M}) \\ -M_2gl_2 \sin(q_{1M} + q_{2M}) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

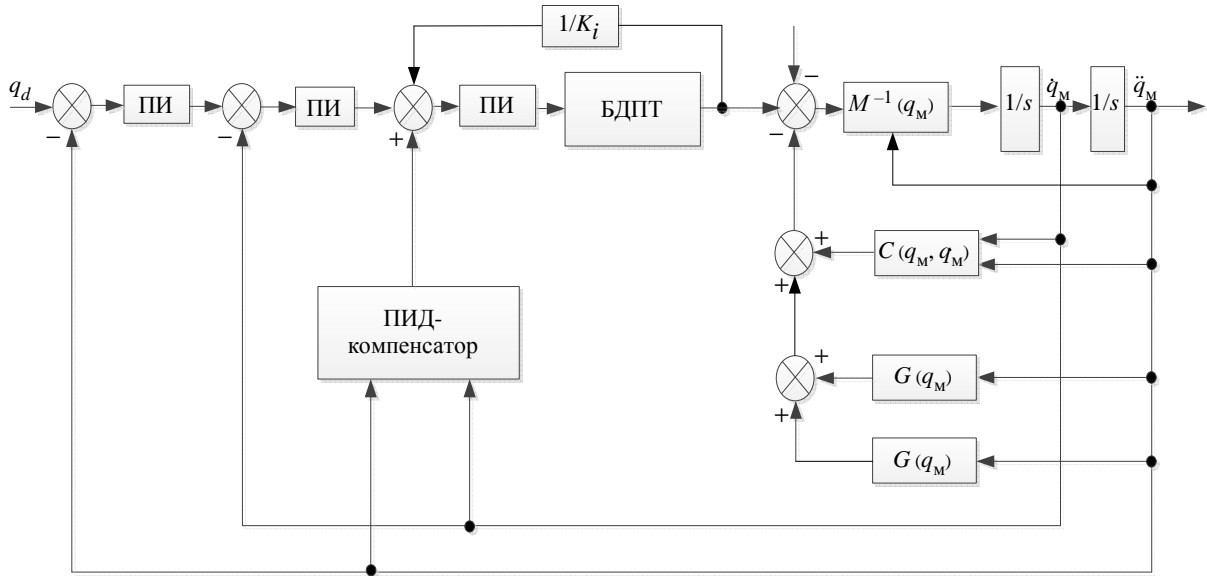


Рис. 3

Электромагнитная энергия  $W$  вычисляется по (2). Поскольку в приводах экзоскелета электрическая емкость незначительна, пренебрегаем электрической энергией. Для  $i$ -го трехфазного двигателя электромагнитная энергия может быть записана:

$$W_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 L_{kj}(q_{iM}) i_{ik} i_{ij}.$$

Взяв производную по обобщенной механической координате, получим электромагнитный момент привода:

$$Q_i = M_{ид}(L(q_{iM})) = \frac{1}{2} \frac{\partial W_{эм}(q_{iM})}{\partial q_{iM}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial L_{kj}(q_{iM})}{\partial q_{iM}} i_{ik} i_{ij}.$$

Таким образом, математическая модель рассматриваемого модуля экзоскелета представляет собой систему взаимосвязанных дифференциальных уравнений, которая содержит 2 обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка относительно механических обобщенных координат и 6 дифференциальных уравнений первого порядка относительно электрических токов.

**Результаты моделирования.** Проведем сравнительное исследование точности движения модуля экзоскелета по траектории и управляющих моментов для двух структур управления электроприводами:

- 1) только локальные линейные регуляторы;
- 2) локальные линейные регуляторы с линейным компенсатором [16]–[18].

Общая схема управления представлена на рис. 3. Расчет значений параметров линейного компенсатора проведен таким образом, чтобы он не увеличивал момент привода экзоскелета. Во всех экспериментах были использованы одинаковые фильтры для того, чтобы убрать высокочастотные шумы, которые не чувствуются человеком при движении экзоскелета.

Дополнительно рассмотрим, как влияет зависимость индуктивности вентильного двигателя от угловой координаты ротора (звена модуля) на характер движения и эффективность управления. Зависимость определяется по формуле  $L(q_{ид,э}) = L_0 + K_L L_0 \cos(q_{ид,э})$  и задается двумя значениями коэффициента  $K_L$ :  $K_L = 0$  (зависимость индуктивности от угла поворота не учитывается) и  $K_L = 0.5$  (изменение индуктивности составляет до 50 % от номинального значения).

1. В следящих электроприводах модуля используются только локальные ПИ-регуляторы (рис. 4).

Отметим, что ошибка движения по траектории, т. е. отклонение траектории движения модуля от заданной (3), составляет не более 8 %. Такая точность во многих случаях допустима для экзоскелета, имитирующего ходьбу человека. Однако при наличии зависимости индуктивности от углового положения звена модуля ( $K_L = 0.5$ ) процесс движения модуля качественно изменяется – появляется дрожание, чего не наблюдается при стандартной модели электропривода (на рис. 4 кривая 2 при  $K_L = 0$ , а при  $K_L = 0.5$  –

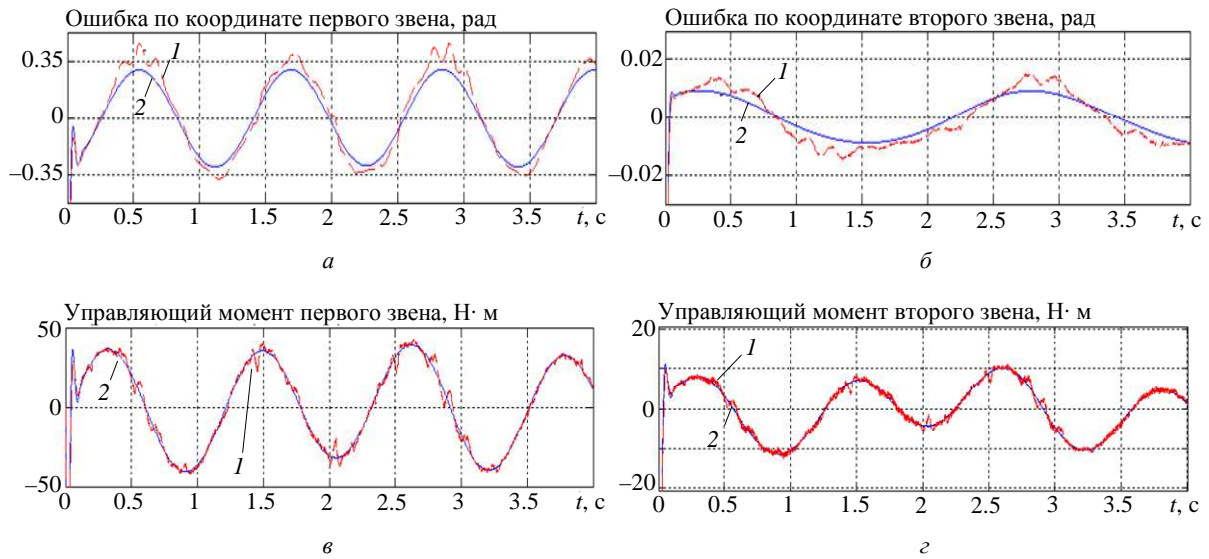


Рис. 4

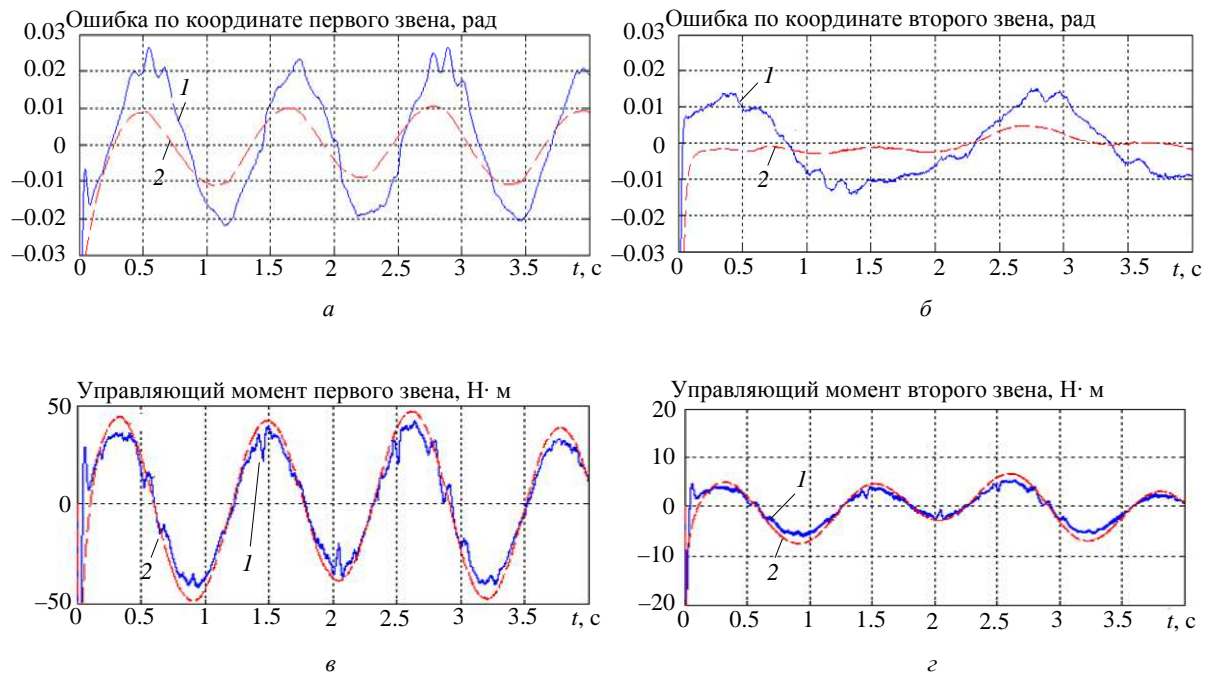


Рис. 5

кривая 1). Такое дрожание, как правило, неприемлемо для экзоскелетов, особенно применяемых в восстановительной медицине.

2. Локальные ПИ-регуляторы с линейным ПИД-компенсатором в следящих электроприводах модуля.

Как видно из рис. 5 (при  $K_L = 0.5$  с локальными ПИ-регуляторами – кривая 1, и при  $K_L = 0.5$  с ПИД-компенсатором – кривая 2), введение в систему линейного компенсатора практически полностью компенсирует дрожание, но не убирает траекторную ошибку (она уменьшается примерно в 2 раза). Дальнейшее уменьшение ошибки приводит

к росту управляющего сигнала приводов за пределы физических ограничений.

Применение традиционных методов построения математических моделей динамики движения электромеханических объектов в случае применения к экзоскелетам может привести к утрате качественной информации при моделировании движения экзоскелета, например можно не увидеть эффект дрожания звеньев.

Построение подробных моделей динамики экзоскелетов как мехатронных объектов возможно с помощью компьютерных технологий исследования многозвенных мехатронных систем, предлагаемых, например, в [6].

Применение компьютерных технологий построения моделей динамики мехатронных объектов открывает для экзоскелетов новые качественные возможности и в задачах синтеза управления приводами. Подробная модель динамики экзоскелета позволяет полнее оценить еще на этапе компьютерного моделирования эффективность различных компенсаторов динамической взаимосвязанности движений экзоскелета по степеням подвижности, например, повышение точности движения, компенсацию дрожания звеньев.

Отметим, что для исследованной структуры управления приводами экзоскелета введение компенсаторов не приводит к росту энергетических

затрат на управление, что очень важно для практической реализации.

Приведенные результаты получены при следующих условиях:

- точное знание значений параметров экзоскелета (механизма и электроприводов);
- неизменность значений параметров экзоскелета при движении, например, не рассматривается изменение массы звеньев при захвате груза;
- отсутствие внешних возмущений.

При наличии хотя бы одного из указанных трех факторов целесообразно искать управление электроприводами экзоскелета в классе адаптивных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 376 с.
2. Юревич Е. И. Основы робототехники. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 416 с.
3. Krause P. C., Wasynczuk O., Sudhoff S. D. Analysis of electric machinery and drive system // IEEE Press, Danvers, 2002. 613 p.
4. Львович А. Ю. Электромеханические системы: учеб. пособие. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1989. 296 с.
5. Мартыненко Ю. Г. Аналитическая динамика электромеханических систем. М.: Изд-во МЭИ, 1984. 64 с.
6. Гаврилов С. В., Коноплев В. А. Компьютерные технологии исследования многозвенных мехатронных систем. СПб.: Наука, 2004. 191 с.
7. Вудсон Г., Уайт Д. Электромеханическое преобразование энергии / пер. с англ. М.-Л.: Энергия, 1964. 528 с.
8. Mondal S., Mitra A. Mathematical modeling and Simulation of Brushless DC motor with Ideal Back EMF for a Precision speed control Electrical // IEEE Computer and Communication Technologies (ICECCT), Coimbatore, Mar. 2015. P. 1–5.
9. Tashakori A., Ektesabi M. Modeling of BLDC Motor with Ideal Back-EMF for Automotive applications // Proc. of the World Congress on Engineering, July 2011. Vol. I. London, UK. P. 570–574.
10. Meenakshy P. P. Modelling of brushless DC Motor drive using sensed and sensorless control // IJETAE. Aug. 2012. Vol. 2, iss. 8. P. 153–162.
11. Byoung-kuk Lee, Mehrdad Ehsani. Advanced simulator model for brushless DC motor drives // Electric Power Components and Systems. 2003. Vol. 31, № 9. P. 841–868.
12. Гаврилов С. В., Занг Д. Т., Тхань Н. Д. Управление электроприводом на основе бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2016. № 8. С. 53–62.
13. Yunpeng W., Long C. Polynomial trajectory tracking of networked Euler–Lagrange systems // IEEE Proc. of the 33<sup>rd</sup> Control Conf. Nanjing, China, 2014. July.
14. Gautam R., Patil T. Modeling and control of joint angles of a biped robot leg using PID controllers // IEEE Intern. conf. on engineering and technology (ICETECH). Combatore, India. Mar. 2015.
15. Mandava R., Vundavalli R. Design of PID controllers for 4-DOF planar and spatial manipulators // IEEE Intern. conf. on robotics, automation, control and embedded systems. Hindustan University, Chennai, India. Feb. 2015.
16. Гаврилов С. В., Занг Д. Т. Компьютерное моделирование динамики движения пятистепенного шагающего робота // АЭЭ Автоматизация в электроэнергетике и электротехнике. Пермь. Апр. 2016.
17. Дубровский В. И., Федорова В. Н. Биомеханика. М.: Владос-пресс, 2003. 672 с.
18. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.

S. V. Gavrillov, D. T. Giang, D. K. Tran  
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

## DYNAMICS OF EXOSKELETON WITH PERMANENT MAGNET BRUSHLESS MOTORS

*Importance of electromagnetic and mechanic process interconnections for exoskeletons driving dynamics is considered, namely, dependence of electromagnetic process upon mechanic links position. The technology of dynamic model construction by the example of 2-DOF exoskeleton module with high-torque permanent magnet motors is presented. The results of computer simulation demonstrate significant difference in dynamic processes when electromagnetic interconnections are taken into account. The certain effectiveness of non-adaptive control for exoskeleton drives is investigated.*

**Exoskeleton, driving dynamics, mathematic model, electric drive, high-torque permanent magnet motor, non-adaptive control, mechatronic system**