УДК 681.322

М. П. Бестужев, В. В. Цехановский, В. Д. Чертовской, А. И. Яшин
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Системное применение задачи статического линейного программирования в адаптивной системе управления производством

Рассмотрены системные свойства задачи статического линейного программирования при исследовании процесса планирования в трехуровневой адаптивной системе управления производством. Рассмотрены теоретический и прикладной аспекты. В прикладном аспекте представлены вопросы компьютерной реализации моделей малой и высокой размерности.

Однородный метод, процесс планирования, статическое линейное программирование

Новый класс адаптивных систем управления производством позволяет работать при изменении состава вектора цели в процедуре функционирования [1]. Для такой системы характерна трехуровневая структура «руководитель – диспетчер – начальники цехов». Для функционального наполнения структуры предложен однородный метод [2]. Основным локальным алгоритмом метода является известная задача (статического) линейного программирования (СЛП). В настоящее время имеется значительное количество исследований задачи СЛП для отдельного структурного элемента [3].

Постановка задачи. Для трехуровневой системы необходимо выявить и исследовать системные свойства СЛП и их место в системе. Отдельные свойства рассмотрены в разных публикациях. В данной статье задача СЛП рассмотрена с системных позиций.

Решение задачи. Наиболее распространенная форма записи задачи СЛП имеет вид прямой задачи (таблица):

$$\begin{gathered} \boldsymbol{DP} \le \boldsymbol{b}, \\ \boldsymbol{R}^{-} \le \boldsymbol{FP} \le \boldsymbol{R}^{+}, \\ G(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{FP} \to \max, \end{gathered} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{R}$ – вектор-столбцы искомого плана (нижнее и верхнее значения), ресурсов и спроса соответственно; $\boldsymbol{D}$ – матрица норм расходов; $\boldsymbol{F}$ – вектор-строка прибыли за единицу готовой продукции; G – целевая функция.

Вид задачи	Дано	Найти
Прямая	Векторы $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{F}$, матрица $\boldsymbol{D}$	Вектор $\boldsymbol{P}$
Обратная	Векторы $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{F}$, матрица $\boldsymbol{D}$	Вектор $\boldsymbol{b}$

Наряду с ней необходима и обратная задача (таблица).

Прямая задача позволяет вычислить оптимальное решение (использование СЛП), а обратная – получить числовые данные для модели системы.

Формирование оптимального решения. Полезно выделить теоретический и прикладной аспекты.

В теоретическом аспекте рассмотрим следующие возможности СЛП:

1) задачу динамического линейного программирования (ДЛП);

2) согласование экономических интересов;

3) использование методов исследования активных систем.

Прикладной аспект предполагает изучение вопросов компьютерной реализации системы:

4) генерация числовых данных;

5) свойства задачи СЛП;

6) соотношение задач СЛП в процедуре генерации числовых данных;

7) переход на выпуск новой продукции с пересчетом плана;

8) реализация трехуровневой системы.

Теоретический аспект. 1. Задача ДЛП. Внешняя рыночная среда, в которой работает система, характеризуется высокой динамичностью, что определяет динамичность процесса планирования. Для его описания задача СЛП дополняется системой разностных уравнений и превращается в задачу ДЛП.

Ее описание для нижнего уровня структуры имеет вид

$$\boldsymbol{z}_k(t_i) = \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{z}_k(t_{i-1}) + \boldsymbol{B}_k \boldsymbol{p}_{1k}(t_{i-1}), \boldsymbol{z}_k(0) = \boldsymbol{z}_{k0}, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{p}_k(t_i) = \boldsymbol{C}_k \boldsymbol{p}_k(t_i), \quad (3)$$

$$\sum_{t=0}^{N-1} \boldsymbol{D}_1^m \boldsymbol{p}_1(t_i) \le \boldsymbol{b}^m(0), \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} \boldsymbol{p}_k(t_i) < \boldsymbol{P}(T), \quad (5)$$

$$\boldsymbol{D}_k^{\Psi} \boldsymbol{p}_k(t_i) \le \boldsymbol{b}_k^{\Psi}(t_{i-1}), \quad (6)$$

$$\boldsymbol{b}_k^{\Psi}(t_i) = \boldsymbol{b}_k^{\Psi}(t_{i-1}) + \Delta \boldsymbol{b}_k^{\Psi}(t_{i-1}), \quad (7)$$

$$G_k = \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{P}_k(T) \to \max, \quad (8)$$

$$i = 0,\ N = 1,\ t_i = iv,\ t_0 = 0,\ T = Nv,$$

где $\boldsymbol{z}$, $\boldsymbol{p}$ – вектор-столбцы (планового) незавершенного производства и ежедневного плана; $\boldsymbol{p}_1$ – вектор-столбец запуска комплектов ресурсов в производство; $\boldsymbol{R}$ – вектор-столбец спроса; $\boldsymbol{D}$ – матрица норм расходов ресурсов; $\boldsymbol{b}$ – вектор-столбец наличного количества ресурсов; $\boldsymbol{b}^m(0)$ – вектор количества материальных ресурсов, которыми располагает уровень $h = 3$; $\Delta\boldsymbol{b}$ – поступление ресурсов; $\boldsymbol{P}$ – вектор-столбец плана уровня $h = 3$; $\boldsymbol{F}$ – вектор-строка прибыли от выпуска единицы продукции; $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ – матрицы, отражающие динамику процесса планирования; t_i, T – минимальный интервал времени и время моделирования; $m = 1, M$ – виды материальных ресурсов; $\psi = 1, \Psi$ – виды прочих ресурсов; $i = 1, N$ – моменты времени; $k = 1, K$ – номер подразделения. Под комплектом понимается набор ресурсов, необходимых для производства единицы продукции. Методы решения задачи ДЛП подробно рассмотрены в [4].

2. Согласование экономических интересов. Экономические интересы отражаются целевыми функциями структурных элементов. В [2] показано, что уровни структуры согласованы между собой, а для элементов среднего уровня предложен алгоритм согласования.

Заметим, что задача СЛП позволяет смоделировать процедуру замены ресурсов как одного из алгоритмов процесса управления.

3. Использование методов исследования активных систем. Безусловный интерес для адаптивной системы в части выработки решений представляют многочисленные активные методы [5]. Большинство из них, называемых в [5] технологиями, опираются на оптимальные задачи статического линейного программирования. Огромным достоинством активных технологий (рис. 1) является формализация решений, связанных с «человеческим фактором». Игровые приемы позволяют (рис. 2) учитывать активность руководителей при принятии решений. Такие технологии были бы весьма полезны при соотношении уровней $h = 2$ и $h = 3$.

Вместе с тем для использования технологий в адаптивных системах требуются дальнейшие исследования. Дело в том, что в технологиях рассматриваются, как правило, двухуровневые объекты с «веерной» структурой, предназначенной прежде всего для процедуры распределения ресурсов. Учет горизонтальных связей в виде обмена информацией между объектами только намечается. К тому же алгоритмы решения на фиксированном интервале времени носят итеративный характер.

Прикладной аспект. 4. Генерация числовых данных. Для генерации используется обратная задача СЛП с построением отдельных элементов (нижний уровень) алгоритма Р. Габасова. Для формирования цепочки элементов (средний уровень) используется выражение [6]

$$\boldsymbol{D}_k \boldsymbol{P}_k \le \boldsymbol{P}_{k-1},\ k = 2, K.$$

Затем на основе данных модели среднего уровня формируются данные верхнего уровня.

5. Свойства задачи СЛП.

5.1. Пусть $\boldsymbol{f}$ – вектор-строка целевой функции, d – скаляр. Если заменить вектор $\boldsymbol{f}$ на $\boldsymbol{f} * d$ при неизменных ограничениях, то значение целевой функции увеличится в d раз.

5.2. Если в начальном векторе плана $\boldsymbol{p}$ вектор ограничений $\boldsymbol{b}$ заменить на $\boldsymbol{b} * d$ при прежней матрице норм расходов ресурсов, то вектор плана будет $\boldsymbol{p} * d$, а значение целевой функции изменится в d раз.

5.3. Если матрицу ограничений изменить на $\boldsymbol{A} * d$ при прежнем векторе $\boldsymbol{b}$, то вектор плана получит значение $\boldsymbol{p}/d$.

6. Соотношение задач СЛП в процедуре генерации числовых данных. Пусть имеются 2 последовательных элемента с ограничениями второго порядка.

Первый элемент

$$a_{11}^{(1)} p_1^{(1)} + a_{12}^{(1)} p_2^{(1)} \le b_1^{(1)},$$
$$a_{21}^{(1)} p_1^{(1)} + a_{22}^{(1)} p_2^{(1)} \le b_2^{(1)},$$
$$c_1^{(1)} p_1^{(1)} + c_2^{(1)} p_2^{(1)} \to \max.$$

Второй элемент

$$a_{11}^{(2)} p_1^{(2)} + a_{12}^{(2)} p_2^{(2)} \le b_1^{(2)},$$
$$a_{21}^{(2)} p_1^{(2)} + a_{22}^{(2)} p_2^{(2)} \le b_2^{(2)},$$
$$c_1^{(2)} p_1^{(2)} + c_2^{(2)} p_2^{(2)} \to \max.$$

Связь элементов определяется выражениями

$$p_1^{(1)} = b_1^{(2)},$$
$$p_2^{(1)} = b_2^{(2)}.$$

Если все значения в векторах ***b***, ***c*** и в матрице ***a*** второго элемента больше единицы, то области определения соотносятся так, как показано на рис. 2. Если перечисленные коэффициенты менее единицы, то точки А и Б меняются местами.

При компьютерной реализации системы можно выделить модели малой и высокой размерности. Модель малой размерности удобно иллюстрировать в рамках пакета MatLab,

7. Переход на выпуск новой продукции. Схема процедуры оперативного перехода на выпуск новой продукции для одного структурного элемента (в среде MatLab) показана на рис. 3. В элементе UU2 представлена локальная модель старого плана, в UU1 – модель нового плана. По сигналу элемента Switch осуществляется переход на новый план. Динамичность планирования учитывается элементом StateSpace. Построение схемы перехода для трехуровневой системы (h = 1, 2 и 3) в целом (рис. 4) не представляет труда.

8. Реализация трехуровневой системы. Схема модели системы в целом представлена на рис. 4.

Технология решения иерархической задачи СЛП отличается от технологии генерации данных: первоначально решается задача на верхнем уровне, а затем – на среднем и нижнем уровнях.

Рис. 1

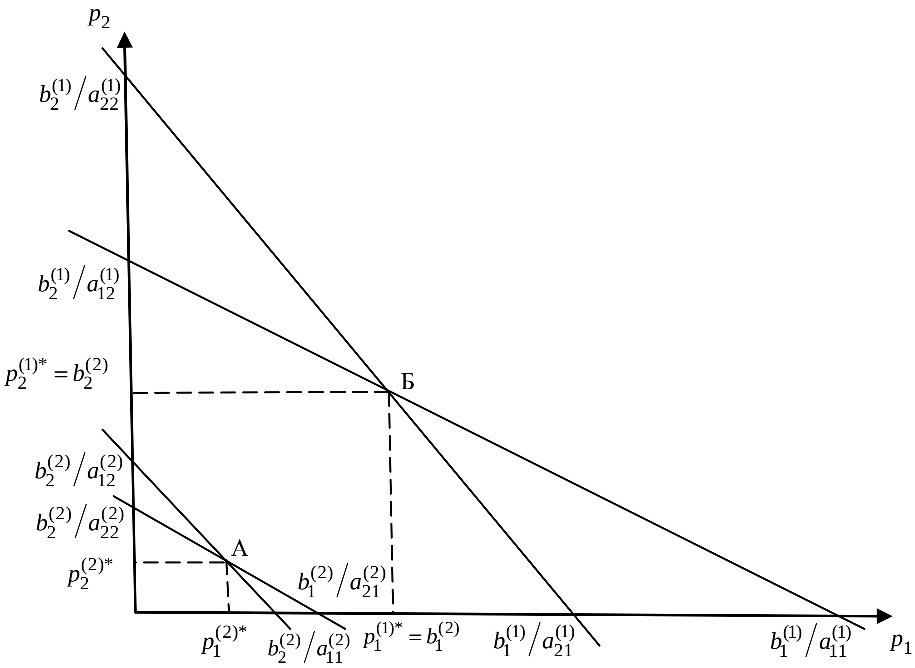

Рис. 2

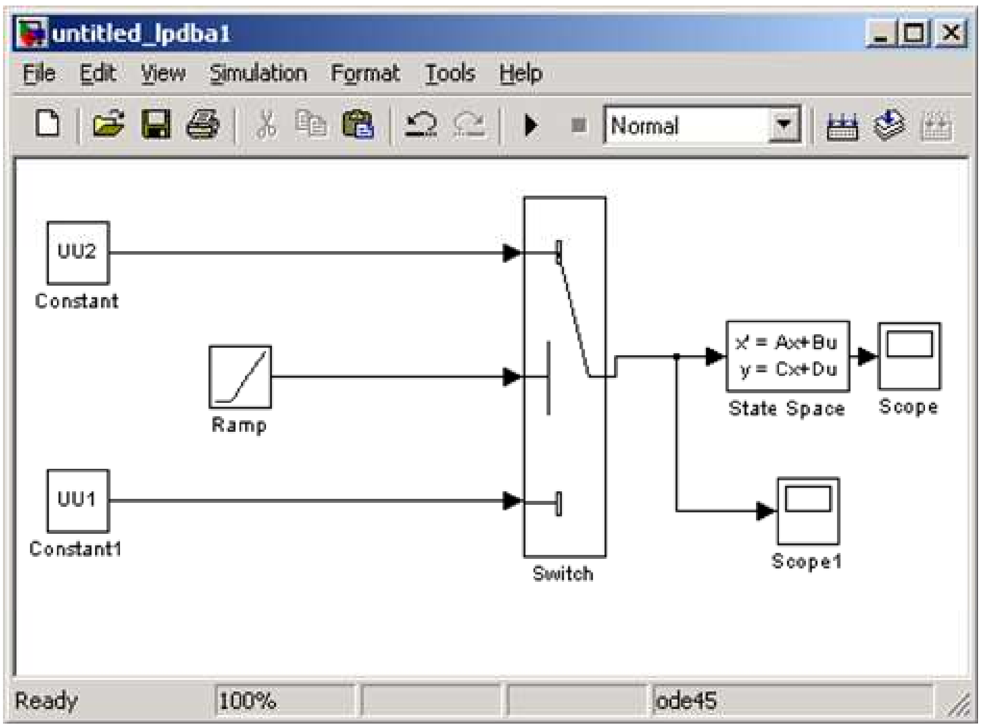

Рис. 3

Высокоразмерная сетевая модель имеет 3 уровня: сервер БД, сервер приложений, клиенты. Схема модели подробно рассмотрена в [7].

Реализация сетевой модели связана с выбором языка программирования сервера приложений при использовании СУБД MySQL [8]. Возможны языки C++, C# [9], JavaScript [10], Java, система Spring. Апробированы возможности всех языков при формировании генератора числовых данных и алгоритма задачи СЛП. Полученный опыт позволяет сделать следующие выводы. Язык C++ самый быстродействующий и богатый по возможностям, однако сложен по структуре. Языки C#, JavaScript, система Spring используют блочный принцип реализации, из-за чего несколько теряются их гибкость и возможности. В наибольшей степени для реализации сетевой модели подходит язык Java.

Выявлены новые теоретические и прикладные возможности задачи СЛП, которые позволя-

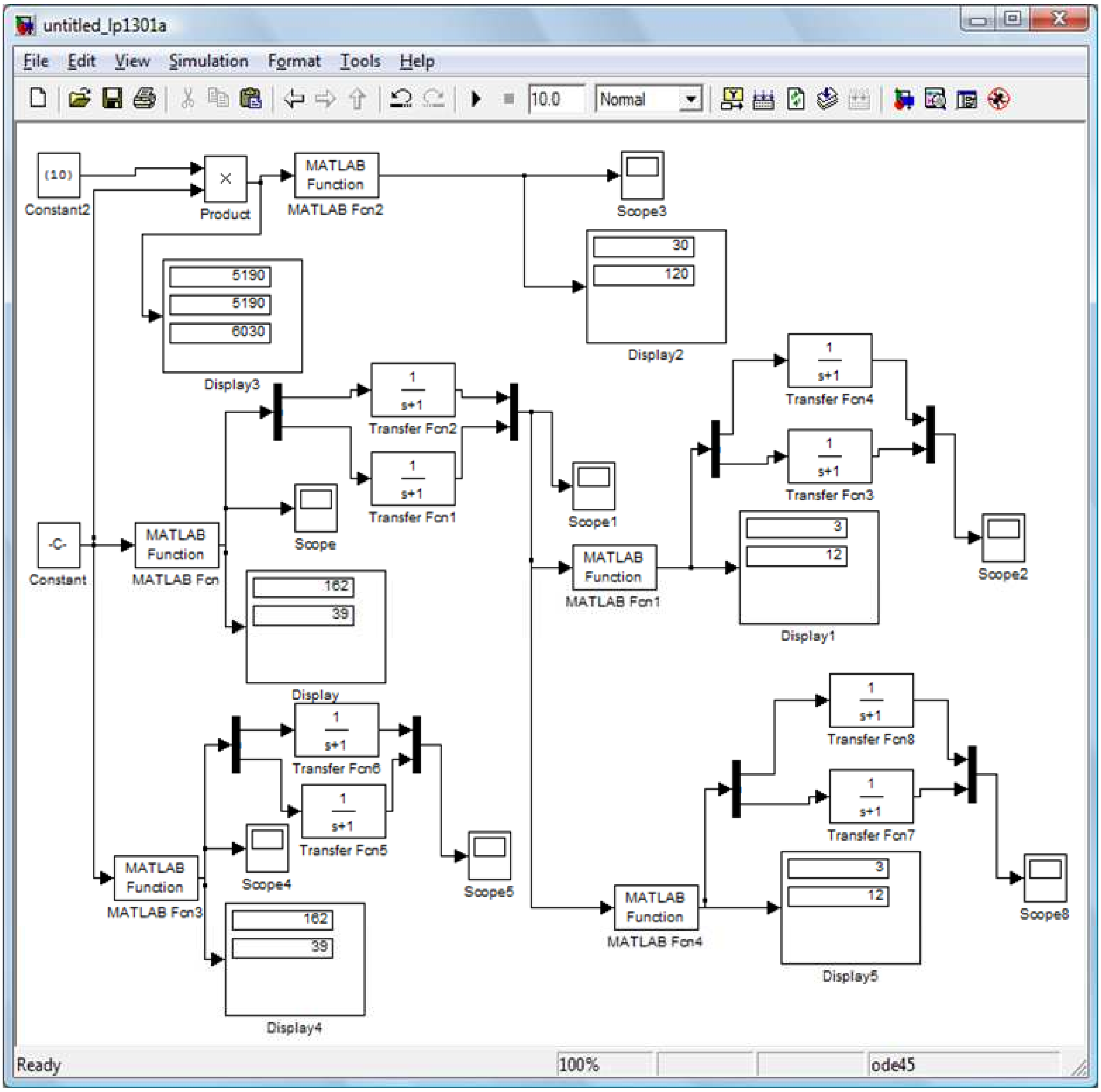

Рис. 4

ют моделировать процессы планирования в многоуровневых адаптивных автоматизированных системах управления производством с учетом интеграции экономических и динамических свойств. Дальнейшие работы по исследованию системных моделей следует проводить в направлении уточнения алгоритма генерации числовых данных верхнего уровня, поиска новых методов исследования многоуровневых систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чертовской В. Д. Интеллектуализация автоматизированного управления производством. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. 164 с.

2. Советов Б. Я., Цехановский В. В., Чертовской В. Д. Адаптивные автоматизированные системы управления производством. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. 186 с.

3. Ашманов С. А. Линейное программирование. М.: Наука, 1981. 340 с.

4. Чертовской В. Д. О реализации задачи динамического линейного программирования // Журн. Ун-та водных коммуникаций. 2011. Вып. 11. С. 78–88.

5. Новиков Д. А. Теория управления организационными системами. М.: Физматлит, 2007. 584 с.

6. Чертовской В. Д., Цехановский В. В., Фролов С. А. Моделирование процесса планирования технологической производственной линии // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2012. № 2. С. 27–32.

7. Кузнецов М. Д., Симдянов И. В. MySQL5. СПб.: БХВ-Петербург, 2010. 1024 с.

8. Цехановский В. В., Чертовской В. Д. Программная структура модели процесса оптимального планирования // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2016. № 4. С. 20–24.

9. Троелсон Э. Язык программирования C# и платформа Net4.5. М.: Вильямс, 2013. 1312 с.

10. Мейнджер Д. JavaScript: основы программирования. Киев: БХВ, 1999. 512 с.

M. P. Bestujev, V. V. Tsehanovsky, V. D. Chertovskoy, A. I. Yachin
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

SYSTEM APPLICATION OF STATIC LINEAR PROGRAMMING TASK IN ADAPTIVE MANUFACTURING CONTROL SYSTEM

System possibilities of static linear programming task were considered for research of planning process in three levels adaptive manufacturing control system. It was expounded theoretical and applied aspects. In applied aspect were presented questions of computer realization for and large size models.

Homogenous method, planning process, static linear programming