

S. I. Konovalov, A. G. Kuz'menko
Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

ON APPLICABILITY OF D'ALEMBERT METHOD FOR ANALYSIS OF A PULSED ACOUSTIC SIGNAL AT THE OUTPUT OF A PIEZOELECTRIC RADIATOR

Pulsed mode of a piezoelectric plate loaded on one side with a damper and on the other side with water medium is considered. An exciting electric pulse is a half-period of sine at the antiresonant frequency of the plate. Determination of the signal shape at the output of the transducer is performed by two methods: a spectral one based on Fourier transform, and D'Alembert method used in the common approach, i. e. not taking into account the direct piezoelectric effect. The problem was solved with use of algorithm developed by the authors in the preceding publications, that allowed to determine mutual coupling between resonant and antiresonant frequencies of the transducer.

Piezoelectric plate, principle d'Alembert, direct piezoelectric effect, resonant frequency, antiresonant

УДК 537.226.86

В. М. Цаплев, Р. С. Коновалов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Константы высших порядков пьезокерамики в условиях высоких механических и электрических нагрузок

Экспериментально определены продольная жесткость, пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость пьезокерамики типа ТБК-3 при больших уровнях механических (0...120 МПа) и электрических нагрузок (0...600 кВ/м). Показано наличие дисперсии диэлектрических, пьезоэлектрических и упругих параметров в диапазоне частот 20...200 кГц. Полученные результаты могут быть использованы при моделировании колебаний стержневых систем, содержащих пьезоэлектрические вставки, с целью прогнозирования их поведения в сильных электрических полях и/или под воздействием высоких механических нагрузок.

Продольная жесткость, пьезомодуль, диэлектрическая проницаемость, электрическая нагрузка, пьезокерамика, пьезоэффект, усилия сжатия

Особенностью пьезоэлектрической керамики является сильная нелинейность ее упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических свойств. В научной литературе интерес к исследованиям и использованию нелинейных свойств пьезоэлектрических материалов наметился достаточно давно, далеко не полный список публикаций, посвященных этим исследованиям, приведен в [1]. За последние 20 лет отмечается лавинообразный рост публикаций, посвященных исследованиям нелинейности и физики нелинейных процессов в материалах [2], однако сколько-нибудь систематического исследования всех нелинейных параметров, насколько известно авторам, нет до настоящего времени. Трудность заключается в том, что нужно одновременно измерять упругие, диэлектрические и пьезоэлектрические свойства

(желательно еще и внутреннее трение) при весьма сильной ползучести материала. При этом пьезокерамика обладает также и частотной дисперсией, которая проявляется по-разному в различных частотных диапазонах. При низких уровнях механического или электрического возбуждения диэлектрические, упругие [3]–[5] или пьезоэлектрические параметры не зависят от частоты, однако в сильных электрических полях [6] пьезокерамика проявляет весьма сильную зависимость диэлектрических параметров (ϵ и $\operatorname{tg} \delta$) от частоты, причем тем более сильную, чем ниже частота. Эта частотная дисперсия уменьшается и практически исчезает на частотах порядка 5...10 МГц. Упругая дисперсия, т. е. зависимость модулей упругости или жесткости от частоты также отсутствует при небольших уровнях возбуждения, од-

нако при больших статических или динамических нагрузках проявляется в диапазоне частот 10...200 кГц с тенденцией к насыщению на более низких частотах и практически отсутствует на частотах порядка нескольких мегагерц (правда, с дальнейшим увеличением частоты дисперсия снова появляется). В [7] описывается моделирование нелинейных параметров пьезоэлектрических стержневых элементов, правда, при относительно небольших уровнях возбуждения, в связи с чем авторы ограничиваются введением только параметров второго порядка.

Цель работы – исследование нелинейных параметров высших порядков вплоть до третьего при больших уровнях механических и электрических нагрузок. Представлены результаты исследования этих параметров в диапазоне частот 20...200 кГц, т. е. именно в том диапазоне, в котором проявляется частотная дисперсия как диэлектрических, так и пьезоэлектрических и упругих параметров.

Исследования выполнялись методом нагруженного трехкомпонентного составного вибратора [8] (рис. 1). Поперечно поляризованный образец 1, располагающийся в середине колебательной системы между стальными опорными стержнями 2, возбуждался генератором 3, выходное сопротивление которого (около 10 Ом) значительно ниже активного сопротивления образца на резонансе (500...600 Ом). Продольная нагрузка передавалась на образец через опорные фланцы, которые располагались в плоскости нулевых смещений полуволновых опорных стержней. Система создания нагрузки на рисунке не показана. Образцы и опорные стержни имели длину, равную половине длины упругой волны в материале. Измерения выполнялись на резонансе. Таким образом, для получения частотных зависимостей применялись различные образцы или один образец совершал колебания на первой или третьей гармонике. Метод представляет собой модификацию метода полной проводимости. Проводимость образца в составе колебательной системы определялась посредством измерения тока, протекающего через образец в момент электрического резонанса. Для этого последовательно с пьезоэлектрическим образцом 3 включалось малое сопротивление ($R < 1$ Ом), напряжение на котором измерялось при помощи любого стандартного милливольтметра переменного тока 4 (в описываемой установке использовался милливольтметр

GVT-417B) и регистрировалось компьютером 6. Визуально сигнал можно было наблюдать при помощи осциллографа 5 (цифровой запоминающий осциллограф АСК-3116, который также может регистрировать напряжение с возможностью вывода на компьютер). Частота регистрировалась электронно-счетным частотомером 7 (например, типа Ч-3-32). Метод сводился к измерению резонансной частоты и ширины частотного промежутка резонанс–антирезонанс трехкомпонентной колебательной системы с последующим пересчетом резонансной частоты образца.

Активное эквивалентное сопротивление образца на резонансе измерялось при помощи эталонного магазина сопротивлений КМС-6 методом замещения образца. Одновременно измерялась емкость образца и тангенс угла диэлектрических потерь. Для предотвращения повышения температуры образца измерения емкости в сильных электрических полях выполнялись в импульсном режиме.

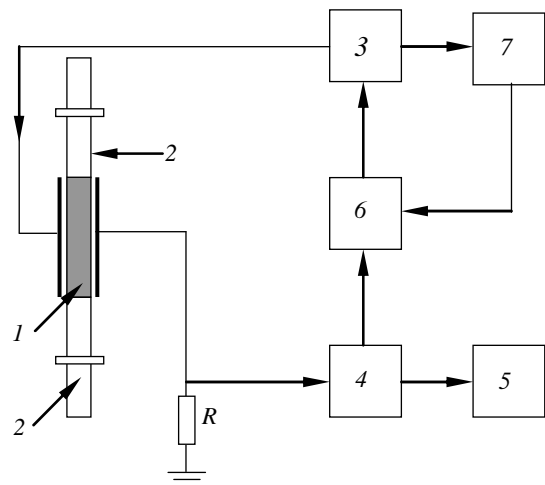


Рис. 1

Измерения модулей упругости сводились к измерениям резонансной частоты составного стержня с последующим расчетом резонансной частоты образца по следующей формуле:

$$f_1 = f_0 + 2 \frac{m_2}{m_1} (f_0 - f_2), \quad (1)$$

где f_1 – резонансная частота пьезокерамического образца; f_0 – резонансная частота всего составного вибратора; m_1 – масса пьезокерамического образца; m_2 и f_2 – масса и резонансная частота каждого опорного стержня соответственно (предполагается, что они идентичны). Поскольку стержневой образец совершает продольные колебания, то его собственная частота f_1 связана с

продольной жесткостью стержневого поперечно поляризованного пьезокерамического образца c_{11}^E следующим соотношением:

$$f_1 = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{c_{11}^E}{\rho} \left(1 - \frac{n^2 \pi^2 \mu^2 l}{2Sl^2} \right)}, \quad (2)$$

где ρ – плотность материала; l – длина образца; S – площадь поперечного сечения; μ – коэффициент Пуассона; n – номер гармоники. Дополнительный член в скобках представляет собой поправку Рэлея, которая учитывает влияние поперечных колебаний на частоту продольных колебаний.

Одновременно выполнялись измерения поперечного коэффициента электромеханической связи по формуле

$$k_{31} \approx \frac{\pi}{2} \sqrt{\left(1 + 2 \frac{m_2 f_2}{m_1 f_1} \right) \frac{\Delta f}{f_p}}, \quad (3)$$

где $\frac{\Delta f}{f_p} = \frac{f_p - f_a}{f_p}$ – относительная ширина про-

межутка резонанс–антирезонанс, т. е. относительная ширина разности последовательного и параллельного резонансов. Коэффициент электромеханической связи, в свою очередь, выражается через диэлектрическую проницаемость ϵ_{33}^σ , продольную жесткость c_{11}^E и поперечный пьезомодуль d_{31} [2] как

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2 c_{11}^E}{\epsilon_{33}^\sigma}. \quad (4)$$

Таким образом, измерив частоту резонанса составного стержня, определяем по (1) частоту резонанса пьезокерамического образца, а затем по (2) – продольную жесткость c_{11}^E . Измерив относительную ширину промежутка резонанс–антирезонанс, определяем по (3) значение коэффициента поперечной электромеханической связи k_{31} . Измеряем емкость образца, а по емкости вычисляем значение диэлектрической проницаемости. Наконец, по (4) вычисляем значение поперечного пьезомодуля d_{31} . Все три полученных коэффициента входят в пару основных уравнений пьезоэффекта и являются нелинейными, т. е. необходимо получить их в виде зависимостей: $c_{11}^E = f(\sigma_{11})$ и $\epsilon_{33}^\sigma = f(E_3)$. Что же касается

пьезомодуля d_{31} , то его следует измерять как функцию двух переменных – $d_{31} = f(\sigma_{11}, E_3)$.

Кроме того, следует учитывать, что все измеряемые величины зависят от частоты, следовательно, нужно получить их значения на разных частотах.

Наконец, необходимо помнить, что пьезокерамика обладает сильной ползучестью, т. е. ее свойства начинают изменяться после приложения механического напряжения или электрического поля. Эти изменения могут происходить в течение весьма длительного времени [8]. Полностью выдерживать образцы до полного прекращения последствия не представляется возможным, поэтому перед каждым измерением следует ограничиться выдержкой в 1...2 ч.

В качестве объекта исследования была выбрана пьезоэлектрическая керамика типа ТБК-3 состава $(\text{Ba}_{0.95}\text{Ca}_{0.05})\text{TiO}_3 + 0.75\% \text{CoCO}_3$. Выбор обусловлен тем, что керамика этого типа достаточно хорошо изучена многочисленными предыдущими исследователями. В частности, Эльгардом [6] было показано, что характер зависимости диэлектрической проницаемости этой пьезокерамики – резко нелинейный. Частотная зависимость модулей упругости для этой пьезокерамики в диапазоне частот 20...200 кГц исследована довольно подробно [2], поэтому выбор типа исследуемого материала достаточно обоснован, хотя ТБК-3 и не самый распространенный в настоящее время тип пьезокерамики. Следует также иметь в виду, что жесткая пьезокерамика ЦТС-23 состава $\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05}(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3 + 3\% \text{PbO}$ проявляет сходные нелинейные свойства.

На рис. 2 и 3 представлены полученные авторами зависимости относительной диэлектрической проницаемости пьезокерамики ТБК-3 от напряженности приложенного переменного электрического поля и зависимости продольной жесткости c_{11}^E керамики ТБК-3 от механического напряжения при различных значениях частоты возбуждения (показано у кривых).

Далее был определен коэффициент поперечной электромеханической связи от механического напряжения сжатия. Сам по себе этот коэффициент не проявляет зависимости от частоты, тем не менее, он зависит от деформации. Необходимость измерения этой зависимости обусловлена тем, что все нелинейные коэффициенты пьезокерамики связаны именно через коэффициент связи, по-

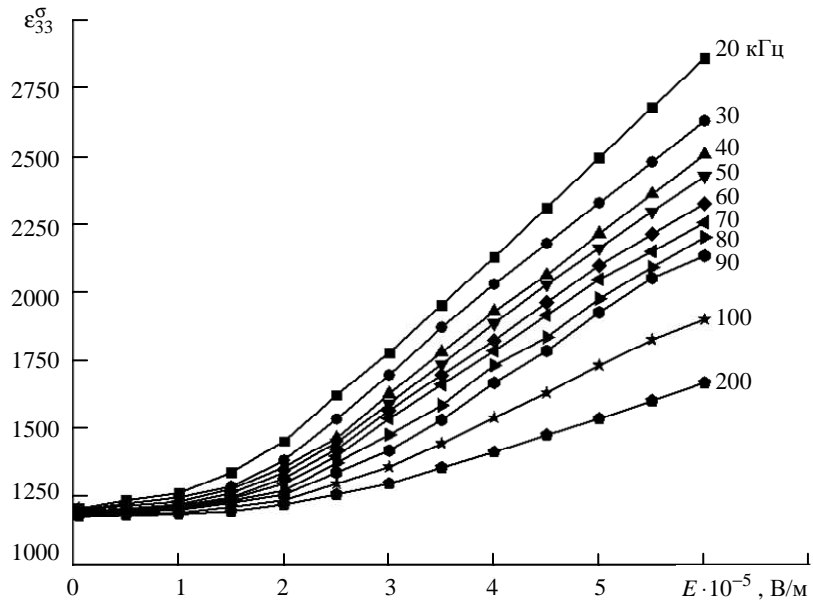


Рис. 2

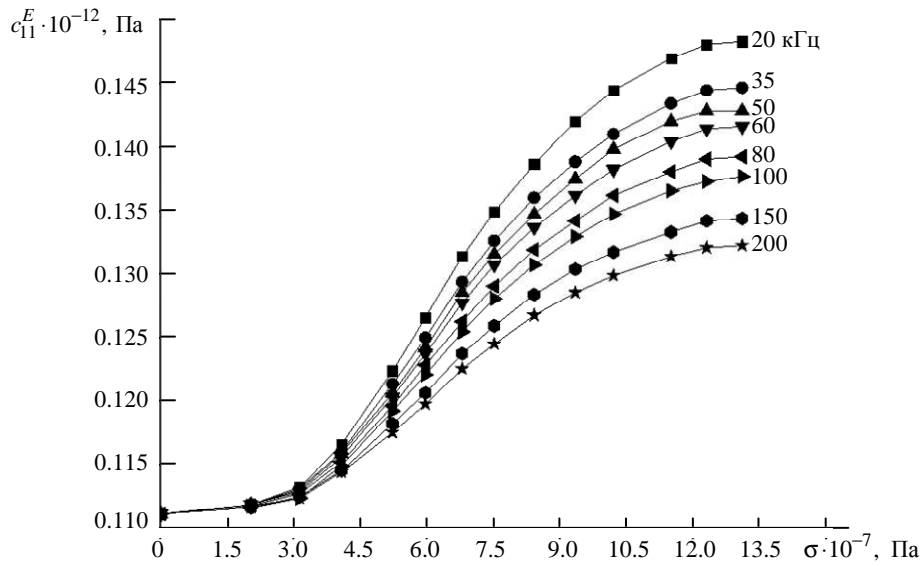


Рис. 3

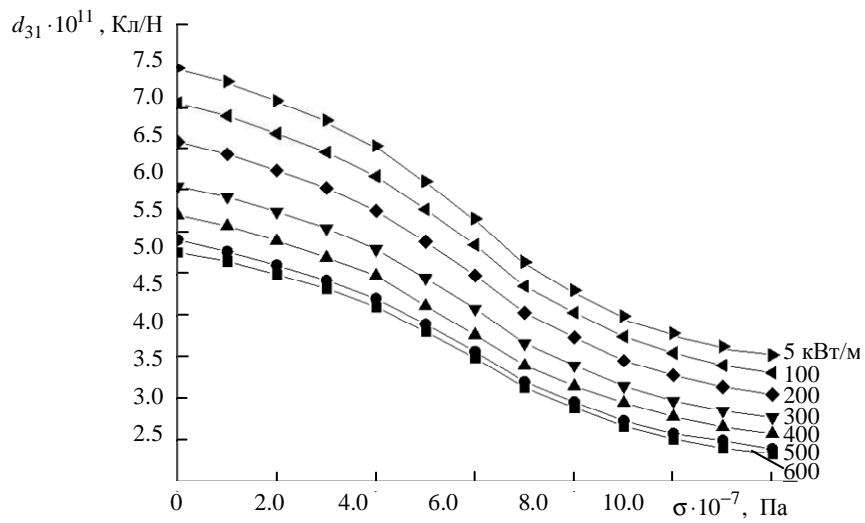


Рис. 4

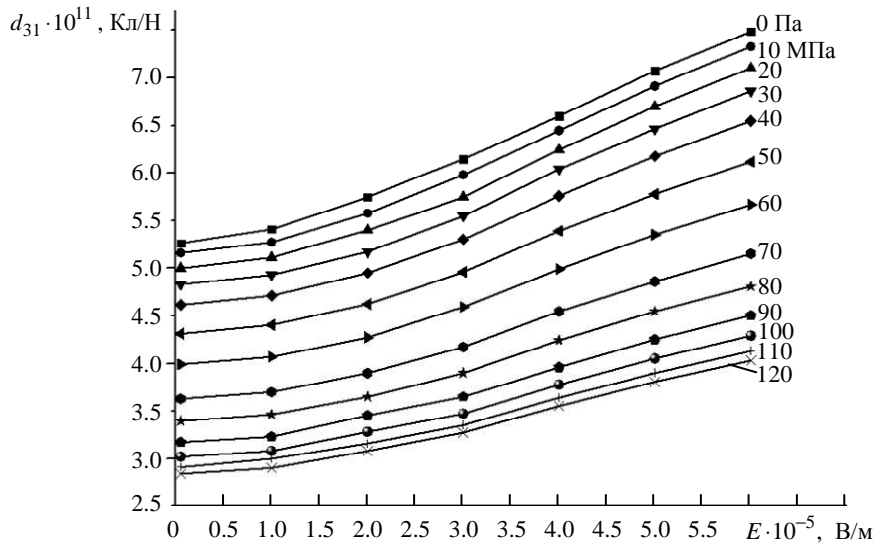


Рис. 5

этому измерив его, можно будет вычислить пьезомодуль $d_{31} = f(\sigma_{11}, E_3)$. Поперечный пьезомодуль вычислялся по (4) при соответствующих значениях σ_{11} и E_3 . Полученные зависимости представлены на рис. 4 (зависимость поперечного пьезомодуля от механического напряжения для различных значений внешнего электрического поля) и рис. 5 (зависимость поперечного пьезомодуля от напряженности электрического поля при постоянных значениях механического напряжения сжатия).

По полученным зависимостям были выполнены аппроксимации кривых аналитическими функциями, а затем выполнены разложения по степеням напряженности электрического поля и механического напряжения при различных значениях частоты возбуждения. Разложения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \epsilon_{33}^{\sigma} &= a_0 + a_1 E + a_2 E^2 + a_3 E^3, \\ c_{11}^E &= b_0 + b_1 \sigma + b_2 \sigma^2 + b_3 \sigma^3, \\ d_{31} &= c_0 + c_1 \sigma + c_2 \sigma^2 + c_3 \sigma^3, \\ d_{31} &= q_0 + q_1 E + q_2 E^2 + q_3 E^3, \end{aligned}$$

где a_0 – относительная диэлектрическая проницаемость при малых значениях напряженности электрического поля; E – напряженность, В/м;

a_i – коэффициенты разложения, $(В/м)^{-i}$; b_0 – жесткость при малых значениях механического напряжения (линейное значение), $Па^{-1}$; σ – напряжение, Па; b_i – коэффициенты разложения, $Па^{-i+1}$; c_0 – начальное значение пьезомодуля при отсутствии приложенного напряжения сжатия, Кл/Н; c_i – коэффициенты разложения, $Кл \cdot Н^{-1} \cdot Па^{-i}$; q_0 – начальное значение пьезомодуля при отсутствии приложенного электрического поля, Кл/Н; q_i – коэффициенты разложения, $Кл \cdot Н^{-1} (В/м)^{-i}$; $i = 0, 1, 2$. В качестве примера для некоторых значений частот в таблице приведены числовые значения коэффициентов разложения по степеням напряженности электрического поля относительной диэлектрической проницаемости.

Полученные величины полностью описывают нелинейные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические константы высших порядков пьезоэлектрической керамики типа ТБК-3. Константы высших порядков получены вплоть до пятого порядка. Эти данные позволяют моделировать колебания стержневых систем, содержащих пьезоэлектрические вставки с целью прогнозирования их поведения в сильных электрических полях

$a_i, (В/м)^{-i}$	$f = 20$ кГц	$f = 30$ кГц	$f = 40$ кГц	$f = 60$ кГц	$f = 80$ кГц	$f = 100$ кГц	$f = 200$ кГц
a_0	1216	1206	1205	1201	1189	1180	1180
a_1	-0.0074	0.056	0.045	0.012	0.046	0.037	0.017
a_2	$4.37 \cdot 10^{-5}$	$-8.25 \cdot 10^{-5}$	$-6.87 \cdot 10^{-5}$	$-3.79 \cdot 10^{-5}$	$-6.90 \cdot 10^{-5}$	$-4.27 \cdot 10^{-5}$	$-2.14 \cdot 10^{-5}$
a_3	$2.20 \cdot 10^{-8}$	$8.14 \cdot 10^{-8}$	$6.75 \cdot 10^{-8}$	$4.94 \cdot 10^{-8}$	$5.25 \cdot 10^{-8}$	$2.80 \cdot 10^{-8}$	$1.75 \cdot 10^{-8}$

и/или под воздействием высоких механических нагрузок. Данные, а также метод измерения и расчета могут быть также полезны при исследовательских работах с целью разработки новых составов пьезокерамики. Аналогичные результаты были получены для пьезокерамики типа ЦТС-23 состава $Pb_{0.95}Sr_{0.05}(Zr_{0.53}Ti_{0.47})O_3 + 3\% PbO$, которая проявляет сходные нелинейные свойства.

Методы измерения и расчета могут быть полезными также при исследовании нелинейных

свойств других материалов, в первую очередь поликристаллических горных пород и некоторых металлов.

Исследование выполнено в рамках государственной работы «Проведение научно-исследовательских работ (фундаментальных научных исследований, прикладных научных исследований и экспериментальных разработок)» базовой части государственного задания Минобрнауки России. Код проекта: 8.6743.2017/БЧ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цаплев В. М., Аббакумов К. Е., Коновалов Р. С. Нелинейные пьезокерамические материалы и малогабаритные генераторы энергии. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2016. 215 с.
2. Цаплев В. М. Нелинейная акустоупругость пьезокерамических материалов. Ч. I: Физическая акустика пьезокерамики. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. 185 с.
3. Яковлев Л. А., Киров Е. А. Ультразвуковой способ определения пьезоэлектрических и упругих постоянных пьезоматериалов // Зав. лаб. 1971. № 12. С. 1460–1463.
4. Яковлев Л. А., Серебренникова Н. П. Ультразвуковые исследования характеристик пьезокерамики // Дефектоскопия. 1980. № 7. С. 572–576.
5. Яковлев Л. А. Ультразвуковые исследования констант пьезокерамики ЦТБС-3 // Дефектоскопия. 1986. № 6. С. 47–50.
6. Эльгард А. М. Исследование зависимости диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь поляризованных сегнетоэлектриков от напряженности электрического поля в диапазоне 50 Гц–100 кГц // Физика твердого тела. 1961. Т. 3, № 5. С. 1515–1521.
7. Modelling nonlinearity in piezoceramic transducers: From equations to nonlinear equivalent circuits / D. Parenthoine, L.-P. Tran-Huu-Hue, L. Haumesser, F. Vander Meulen, M. Lematre, M. Lethiecq // Ultrasonics. 2011. Vol. 51. P. 109–114.
8. Цаплев В. М. Нелинейная акустоупругость пьезокерамических материалов. Ч. II: Акустические методы измерений. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. 142 с.

V. M. Tsaplev, R. S. Konovalov

Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

CONSTANTS OF THE HIGHEST ORDERS OF PIEZOELECTRIC CERAMICS UNDER CONDITIONS OF HIGH MECHANICAL AND ELECTRICAL STRESSES

Experimentally determined longitudinal stiffness, piezoelectric modulus and dielectric constant of the piezoceramic type ТВК-3, with high levels of mechanical (0...120 MPa) and electrical stresses (0...600 kV/m). The presence of the dispersion of dielectric, piezoelectric and elastic parameters in the frequency range 20...200 kHz. The results can be used for modeling the oscillation rod systems containing piezoelectric insertion in order to predict their behavior in high electric fields and/or subjected to high mechanical stresses.

Longitudinal stiffness, dielectric permittivity, piezoelectric modulus, electrical load, piezoelectric ceramics, piezoeffect, compression stress