



УДК 681.513.6

Нгуен Вьет Фыонг, Нгуен Тиен Тханг, В. В. Путов, Чан Куок Тоан
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический
 университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

Сравнительное исследование адаптивных систем по состоянию и по выходу в управлении летательным аппаратом

Рассматриваются адаптивные системы по состоянию с наблюдателем и по выходу в управлении летательным аппаратом (ЛА). Приводятся результаты сравнительного анализа эффективности указанных адаптивных систем управления в различных режимах полета.

Летательный аппарат, адаптивные системы по состоянию и выходу, продольное движение, математическое моделирование, метод мажорирующих функций, метод последовательного компенсатора

Математическая модель движения летательного аппарата, используемая при разработке систем адаптивного управления. Рассмотрим в качестве объекта управления нелинейную неопределенную математическую модель короткопериодического продольного движения летательного аппарата (ЛА) [1] в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{Y + P \sin \alpha}{mv_k} - \frac{g}{v_k} \cos \theta; \\ \dot{\omega}_z &= \frac{M_z}{J_z} = \frac{M_{z\alpha}}{J_z} \alpha + \frac{M_{z\omega_z}}{J_z} \omega_z + \frac{M_{z\delta_B}}{J_z} \delta_B; \\ \dot{\alpha} &= \omega_z - \frac{Y + P \sin \alpha}{mv_k} + \frac{g}{v_k} \cos \theta, \end{aligned} \right\} (1)$$

где θ , $\dot{\omega}_z$, $\dot{\alpha}$ – переменные состояния объекта; θ – угол наклона траектории полета к горизонту, $\dot{\omega}_z = \dot{\vartheta}$ – угловая скорость тангажа (ϑ – угол тангажа), α – угол атаки; $Y = Y_\alpha \alpha$ – подъемная сила, Y_α – частная производная подъемной силы Y по углу атаки α ; P – сила тяги; m – масса ЛА; v_k – скорость ЛА в системе координат, связанной с землей; g – ускорение свободного падения; M_z – продольный момент ЛА; J_z – момент

инерции ЛА относительно оси Oz ; $M_{z\alpha}$, $M_{z\omega_z}$, $M_{z\delta_B}$ – частные производные продольного момента по углу атаки α , угловой скорости тангажа ω_z и отклонению рулей высоты δ_B соответственно; δ_B – отклонение рулей высоты.

При малых значениях угла атаки α примем

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \dots = \alpha + \tilde{\alpha}(\cdot).$$

Тогда из (1) после преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= -\frac{g}{v_k} \cos \theta + \frac{P + Y_\alpha}{mv_k} \alpha + \frac{P\tilde{\alpha}(\cdot)}{mv_k}; \\ \dot{\alpha} &= \frac{g}{v_k} \cos \theta - \frac{P + Y_\alpha}{mv_k} \alpha + \omega_z - \frac{P\tilde{\alpha}(\cdot)}{mv_k}; \\ \dot{\omega}_z &= \frac{M_{z\alpha}}{J_z} \alpha + \frac{M_{z\omega_z}}{J_z} \omega_z + \frac{M_{z\delta_B}}{J_z} \delta_B. \end{aligned} \right\} (2)$$

Введем следующие обозначения параметров объекта, полагая их неопределенными:

$$\begin{aligned} \frac{g}{v_k} &= d; \quad \frac{P + Y_\alpha}{mv_k} = a_{y\alpha}; \quad \frac{P\tilde{\alpha}(\cdot)}{mv_k} = f(\alpha); \\ \frac{M_{z\alpha}}{J_z} &= a_{z\alpha}; \quad \frac{M_{z\omega_z}}{J_z} = a_{z\omega_z}; \quad \frac{M_{z\delta_B}}{J_z} = a_{z\delta_B}. \end{aligned}$$

Тогда система (2) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= -d \cos \theta + a_{y\alpha} \alpha + f(\alpha); \\ \dot{\alpha} &= d \cos \theta - a_{y\alpha} \alpha + \omega_z - f(\alpha); \\ \dot{\omega}_z &= a_{y\alpha} \alpha + a_{z\omega_z} \omega_z + a_{z\delta_B} \delta_B. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Введем для удобства последующих записей стандартные обозначения переменных состояния: $\theta = x_1$; $\alpha = x_2$; $\omega_z = x_3$ и получим нелинейные дифференциальные уравнения состояния ЛА с измеряемой выходной переменной $y = \theta = x_1$; (выражением $P\tilde{\alpha}(\cdot)/mv_k = f(\alpha)$ в силу малости можно пренебречь):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}\varphi(\mathbf{x}), \quad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \theta = x_1; \quad (4) \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & a_{y\alpha} & 0 \\ 0 & -a_{y\alpha} & 1 \\ 0 & a_{z\alpha} & a_{z\omega_z} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{z\delta_B} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{c}^T &= [1 \ 0 \ 0]; \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} -d \\ d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5) \end{aligned}$$

где $\varphi(x) = \cos x_1$; $u = u^0 + u_A$; $u^0 = \delta_B^0$ – программное управление; u_A – адаптивное управление, подлежащее определению.

Легко убедиться, что тройка матриц $\{\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T\}$ полностью управляема и наблюдаема.

Построим и проведем сравнительный анализ следующих двух видов беспойсковых систем адаптивного управления нелинейным неопределенным объектом с неполными измерениями вида (4), (5):

1) система адаптивного управления по состоянию с эталонной моделью и регуляризованными алгоритмами параметрической настройки, построенная по методу мажорирующих функций и реализуемая с помощью приближенных оценок состояния, вырабатываемых стационарным наблюдателем [2];

2) система адаптивного управления по выходу, построенная с использованием метода последовательного компенсатора [3].

Система адаптивного управления по состоянию. Система адаптивного управления с параметрической настройкой и эталонной моделью вырабатывает следующий адаптивный закон управления [2]:

$$u_A(t) = \mathbf{k}_A^T(t) \mathbf{diag}\{x_1, x_2, 1\} \hat{\mathbf{x}} + k_b(t) u^0(t), \quad (6)$$

где $\mathbf{k}_A(t)$ – (3×1) -мерный вектор настраиваемых коэффициентов; $\mathbf{diag}\{x_1, x_2, 1\}$ – диагональная

матрица мажорирующих функций; $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\theta}, \hat{\alpha}, \hat{\omega}_z)^T$ – вектор оценки переменных состояния наблюдателя вида (подробности его построения рассматриваются в [2])

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}_0^T \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{b}_0(u^0 + u_A), \quad (7)$$

построенного по тройке матриц $\{\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T\}$ объектов (4), (5), взятых с некоторыми усредненными постоянными параметрами $\mathbf{A}_0, \mathbf{b}_0, \mathbf{c}_0^T, \mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3)^T$ – вектор коэффициентов усиления обратных связей наблюдателя по ошибке наблюдения, $(y - \hat{y}) = (x_1 - \hat{x}_1)$, измеренной выходной переменной $y = x_1$; $k_b(t)$ – настраиваемый входной коэффициент адаптивного закона (6).

Алгоритмы настройки параметров закона адаптивного управления (6) выражаются дифференциальными уравнениями вида:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{k}}_A^T(t) &= -\gamma_A \mathbf{b}_M^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{diag}\{x_1, x_2, 1\} - \lambda_A \mathbf{k}_A^T(t); \\ \dot{k}_b(t) &= -\gamma_b \mathbf{b}_M^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{e}} u^{0T} - \lambda_b k_b(t), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_M$ – (3×1) -мерный вектор ошибок – разностей между переменными состояния наблюдателя (7) и эталонной модели вида

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{b}_M u^0; \quad y_M = \mathbf{c}_M^T \mathbf{x}_M; \quad (9)$$

\mathbf{P} – (3×3) -мерная симметричная положительно определенная матрица, единственным образом определенная из уравнения Ляпунова [2]; $\gamma_A, \lambda_A, \gamma_b, \lambda_b$ – положительные коэффициенты усиления настроек; \mathbf{A}_M – (3×3) -мерная гурвицева матрица эталонной модели; $\mathbf{b}_M = [0 \ 0 \ k_M]^T$, k_M – постоянный коэффициент; y_M – эталонная выходная переменная.

Система адаптивного управления по выходу. Для построения адаптивного управления по выходу преобразуем уравнения объекта (4), (5) к форме «вход-выход»:

$$\begin{aligned} y &= \frac{a_{z\delta_B} a_{y\alpha}}{s^3 + (a_{y\alpha} - a_{z\omega_z})s^2 - (a_{z\omega_z} a_{y\alpha} - a_{z\alpha})s} u + \\ &+ \frac{-ds^2 + da_{z\omega_z} s + da_{z\alpha}}{s^3 + (a_{y\alpha} - a_{z\omega_z})s^2 - (a_{z\omega_z} a_{y\alpha} - a_{z\alpha})s} \cos y = \\ &= \frac{b(p)}{a(p)} u + \frac{c(p)}{a(p)} \bar{\varphi}(y), \quad (10) \end{aligned}$$

Режим	$H, \text{ м}$	M	$v_k, \text{ м/с}$	$a_{y\alpha}$	$a_{m_{za}}$	$a_{m_{\omega_z}}$	$a_{m_{z\delta_B}}$
1	4500	0.65	209.144	0.708	4.116	1.374	23.266
2	6500	0.75	235.146	0.669	4.491	1.389	24.328
3	8500	0.85	259.354	0.646	6.589	1.165	24.662
4	9000	0.90	272.687	0.661	9.923	1.118	26.232

где $a(p), b(p), c(p)$ – обозначения соответствующих полиномов, выписанных в левой части равенства (10); $\bar{\varphi}(y) = \cos y$.

Выберем следующим образом закон управления [3]:

$$u_A = -\bar{\alpha}(p)(\mu + k) \hat{y}, \quad (11)$$

где число μ и полином $\bar{\alpha}(p)$ выбираются из условия гурвицевости полинома $a(p) + \mu b(p)\bar{\alpha}(p)$; положительный параметр k предназначен для компенсации неопределенности $\bar{\varphi}(y)$; функция $\hat{y} = \hat{y}(t)$ – является оценкой выхода $y = y(t)$ и формируется алгоритмом вида:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \sigma \xi_2; \\ \dot{\xi}_2 &= \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 + k_1 y); \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\hat{y} = \xi_1; \quad (13)$$

число $\sigma > \mu + k$, а коэффициенты k_1, k_2 рассчитываются из требований асимптотической устойчивости системы (12).

Относительная степень передаточной функции (10) $\rho = 3$, поэтому выбираем полином $\bar{\alpha}(p) = p^2 + 3p + 2$ (степени $\rho - 1$); значения параметров алгоритма оценки (12), (13) принимаем $k_1 = 25, k_2 = 10$.

Некоторые результаты математического моделирования. Программы численной реализации

рассматриваемых систем адаптивного управления нелинейным объектом (4), (5) с измеряемой выходной переменной $y = \theta = x_1$ построены в MatLab Simulink для некоторого гипотетического ЛА [1].

В таблице приведены числовые значения параметров объекта (4), (5) для четырех моделируемых режимов полета ЛА на различных высотах H .

На рис. 1–4, соответствующих режимам полета 1–4, числовые значения параметров которых представлены в таблице, приведены результаты моделирования рассмотренных адаптивных систем, представляющие собой графики в осях: время $t, \text{ с}$ (абсцисса); угол наклона траектории полета к горизонту $\theta, \text{ рад}$ (ордината).

На графиках обозначены:

1 – $y_M = \theta_M = \theta_M(t)$ – эталонная выходная переменная угла наклона траектории полета к горизонту, вырабатываемая эталонной моделью (9);

2 – выходная переменная $y = \theta = \theta(t)$ угла наклона траектории полета к горизонту, вырабатываемая объектом (4), (5) с системой адаптивного управления по состоянию вида (6)–(9);

3 – выходная переменная $y = \theta = \theta(t)$ угла наклона траектории полета к горизонту, вырабатываемая объектом (4), (5), записанным в форме «вход-выход» вида (10), с системой адаптивного управления по выходу вида (11)–(13).

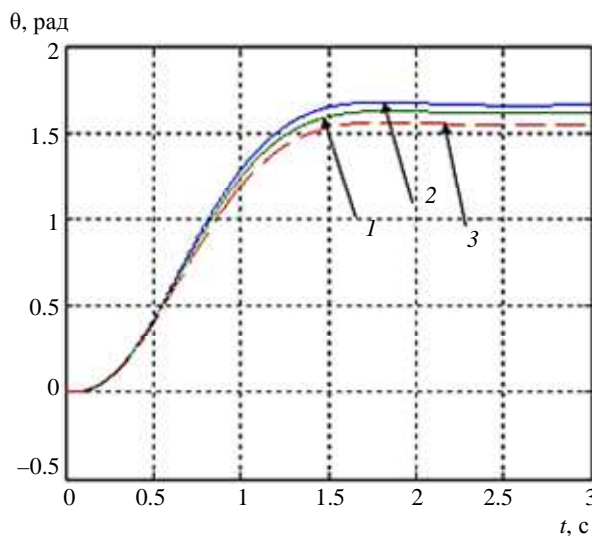


Рис. 1

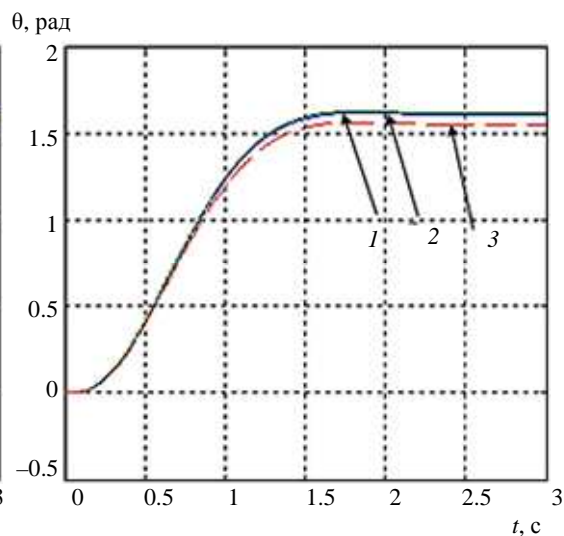


Рис. 2

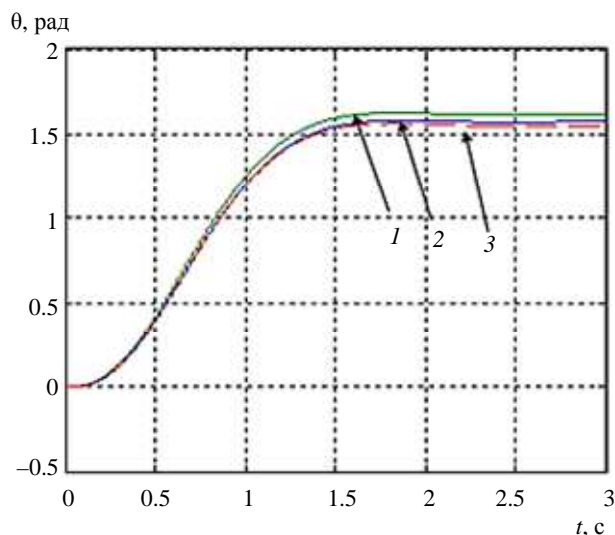


Рис. 3

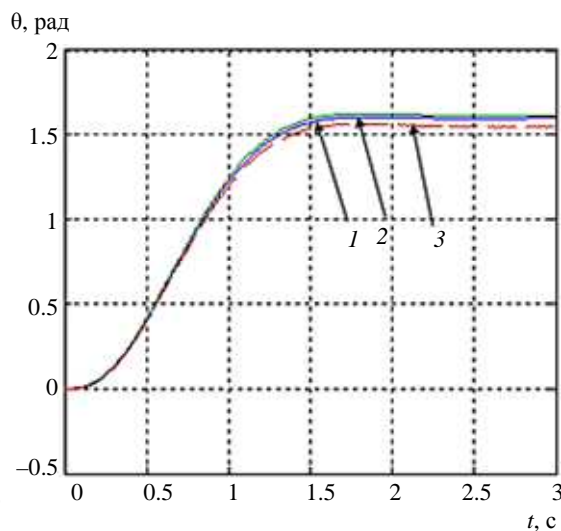


Рис. 4

Из приведенных графиков (рис. 1–4) видно, что построенные системы адаптивного управления по состоянию и по выходу для нелинейного объекта (4), (5), описывающего короткопериодическое продольное движение ЛА, показывают удовлетворительные сравнимые по точности результаты слежения за эталонной выходной переменной $\theta_M(t)$ угла наклона траектории полета к горизонту.

Очевидно, что рассматриваемом случае следует отдать предпочтение системе адаптивного управления по выходу, так как по сравнению с системой адаптивного управления по состоянию она имеет меньший порядок дифференциальных уравнений и более проста в настройке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев А. А., Черубровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Наука, 1962. 487 с.
 2. Путов В. В. Прямые и не прямые беспоисковые адаптивные системы с мажорирующими функциями и их приложения к управлению нелинейными механическими объектами с упругими деформациями //

Мехатроника, автоматизация и управление. 2007. № 10. С. 4–11.
 3. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 118–129.

Nguyen Viet Phuong, Nguyen Tien Thang, V. V. Putov, Tran Quoc Toan
 Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI»

A COMPARATIVE STUDY OF ADAPTIVE SYSTEMS AS OF AND FOR THE EXIT IN THE MANAGEMENT OF UNMANNED AIRCRAFT

We consider the structure of the direct adaptive system as a supervisor and adaptive ICI theme for output to control an aerial vehicle. The results compare-tary analysis of the effectiveness of these adaptive control systems in aerial vehicle flight modes.

Aerial vehicle, bespoiskovye adaptive control system as the exit and longitudinal movement, mathematical modeling method majorizing functions, method of successive compensator